УРОК 73

Теорема о рациональном корне многочлена с целыми коэффициентами

Theorem of rational root with integral coefficients

Цель обучения по предмету

10.2.1.11 - применять теорему о рациональном корне многочлена с одной переменной с целыми коэффициентами для нахождения его корней

Subject learning objective

10.2.1.11 apply the theorem on the rational roots of a polynomial with integral coefficients to find the roots of a polynomial;

Критерии оценивания:

– знает теорему о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами;
– применяет эту теорему при решении уравнений высших порядков

Проверка домашнего задания

Домашнее задание

1. Разложить многочлен $3x^3 - x^2 - 3x + 1$ на множители методом неопределенных коэффициентов.

Домашнее задание

2. Определить А и В так, чтобы трехчлен

$$Ax^4 + Bx^3 + 1$$

делился на $(x-1)^2$

Домашнее задание

3. Методом неопределенных коэффициентов найти частное и остаток от деления многочлена $P(x)$ на многочлен $S(x)$:

$$P_3(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1 \qquad S(x) = x - 3$$

Проблема урока!

Найдите корни многочлена
$P(x) = 2x^3 + x^2 - 4x - 2.$

Теорема о рациональном корне многочлена с целыми коэффициентами.

Если рациональное число p/q являет корнем многочлена

$$F(x)=a_0x_n+a_1x_{n-1}+a_2x_{n-2}+\dots+a_{n-2}x_2+a_{n-1}x+a_n$$

с целыми коэффициентами,

то его свободный член делится на p,

а старший коэффициент делится на q.

Rational Root Theorem

Consider the polynomial equation

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 = 0$$

Where the coefficients $a_0, a_1, \dots, a_n$ are integers. If the rational number c/d, reduced to lowest terms, is a solution of the equation, then c is a factor of the constant term a_0, and d is a factor of the leading coefficient a_n.

Видео материал

Video material

Example 3. Use the rational root theorem and the factor theorem to help solve the equation: $3x^3 - 7x^2 - 22x + 8 = 0$

Solution: Write a list of all possible solutions: $\pm1, \pm2, \pm4, \pm8, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{4}{3}, \pm\frac{8}{3}$

Hopefully, one or more of the integers is a root. If not, it will be necessary to check if one of the fractions is a root.

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 3 & -7 & -22 & 8 \\ & & -6 & 26 & -8 \\ \hline & 3 & -13 & -4 & 0 \end{array}$$

Once one root is found, the polynomial can be written in factored form.

Now complete the factorization and find all 3 roots.

$$(x+2)(3x^2 - 13x + 4) = 0$$

$$(x+2)(3x-1)(x-4) = 0$$

$$x = -2, \quad x = \frac{1}{3}, \quad x = 4$$

Answer: The solution set is $\left\{-2, \frac{1}{3}, 4\right\}$

Your Turn Problem #3

Use the rational root theorem and the factor theorem to help solve the equation: $3x^3 + 10x^2 - 27x - 10 = 0$

Answer: $\left\{-5, -\frac{1}{3}, 2\right\}$

Nonreal complex solutions of polynomial equations with real coefficients, if they exist, must occur in conjugate pairs. Usually we obtain complex number solutions when we use the quadratic formula or the square root property. If the number under the square root is negative, this will give a complex number. Since there is a ± in front of the radical, there will be **two complex** number solutions.

Example 5. Solve: $2x^3 - x^2 + 18x - 9 = 0$

Solution: List all possible solutions: $\pm 1, \pm 3, \pm 9, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{9}{2}$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & -1 & 18 & -9 \\ & & 1 & 0 & 9 \\ \hline & 2 & 0 & 18 & 0 \end{array}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(2x^2 + 18\right) = 0$$

Use the square root property to solve.

$$2x^2 + 18 = 0$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm 3i$$

Answer: The solution set is: $\left\{\frac{1}{2}, \pm 3i\right\}$

1. Найти все рациональные корни уравнения:

1) $x^3 + 6x^2 - x - 30 = 0$;
2) $3x^3 - 4x^2 + 5x - 18 = 0$;
3) $4x^3 + x - 1 = 0$;
4) $x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$;
5) $8x^4 + 6x^3 - 13x^2 - x + 3 = 0$.

2. Найти все корни уравнения:

1) $4x^4 + 8x^3 - 17x + 5 = 0$;
2) $8x^4 + 6x^3 - 13x^2 - x + 3 = 0$;
3) $x^3 + 4x^2 + 6x + 3 = 0$;
4) $2x^4 - x^3 - 9x^2 + 13x - 5 = 0$.

Домашнее задание:

Разложить многочлен на множители:

1) $P(x) = 4x^4 – 7x^2 – 5x – 1$

2) $P(x) = 4x^4 + 8x^3 – x^2 – 8x – 3$

3) $P(x) = 2x^5 + 3x^4 + 6x^3 + 20x^2 + 60x – 36$