

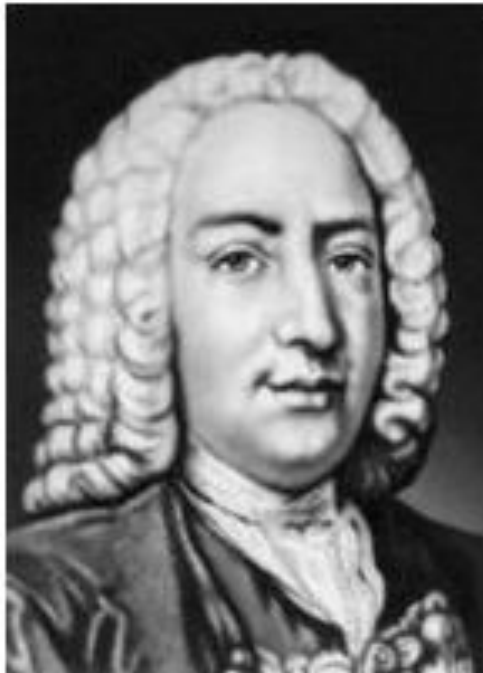
Тема урока: Арксинус, Арккосинус, Арктангенс, Арккотангенс

Студенту:

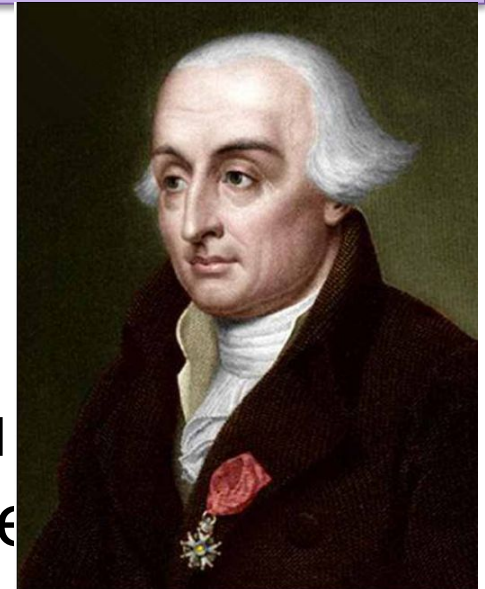
- **Сделай конспект**
- **Выполни задания №1 и №2 (слайд 13, 14)**
- **Фото конспекта и решения пришли преподавателю Чистоклетовой Наталье Юрьевне на WhatsApp по телефону 89034153234.**

Сведения из истории

Современные обозначения \arcsin и \arctg появляются в 1772г. в работах венского математика Щерфера и известного французского ученого

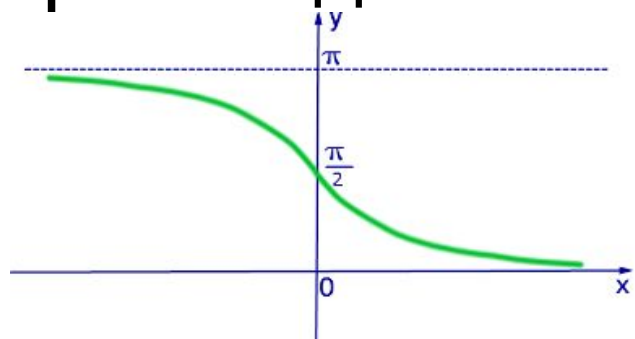
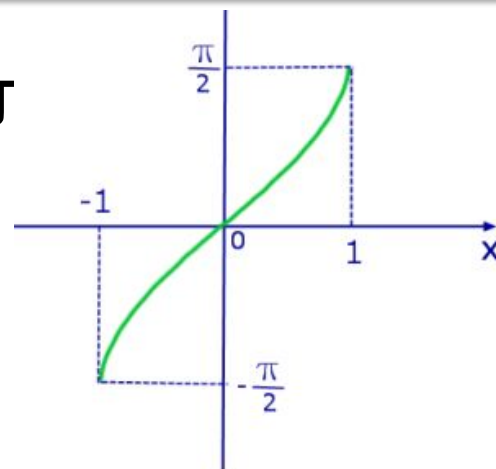


Ж.Л. Лагранжа, хотя несколько ранее уже рассматривал Д. Бернулли, который употреблял иную символику.



Сведения из истории

- Общепринятыми эти символы стали лишь в конце XVIII столетия. Приставка «арк» происходит от латинского



arcus (лук, дуга), что вполне согласуется со смыслом понятия; **arcsin x**,

например, — **это угол** (а можно сказать, и дуга), **синус которого равен x**.

Арксинус

Обозначение. Арксинус a обозначается $\arcsin a$.

- Арксинусу $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ числа a называется такое число

из отрезка $[-1; 1]$, синус которого

$$b = \arcsin a,$$

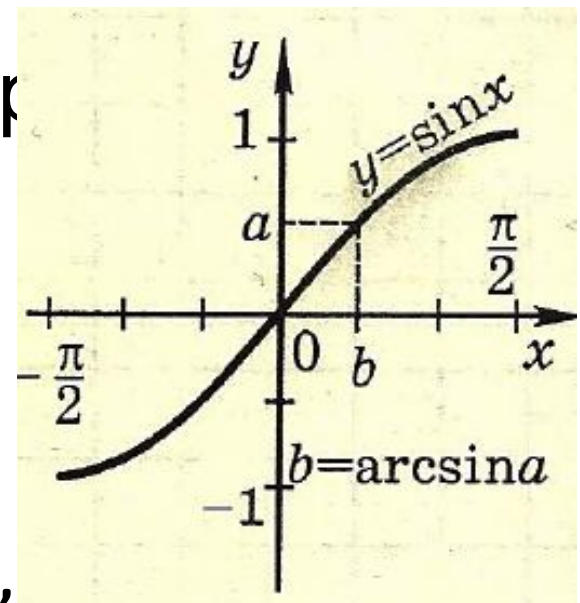
Очевидно, что $a \in [-1; 1]$

$$1) b \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]; \quad 2) \sin b = a.$$

Т.к

Функция $\arcsin(-a) = -\arcsin a$ является,

поэтому



Примеры вычислений

• 1) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$, так как $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;

• 2) $\arcsin 0 = 0$, так как $\sin 0 = 0$ и $0 \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;

• 3) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi}{4}$ так как

$\sin \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $-\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Арккосинус

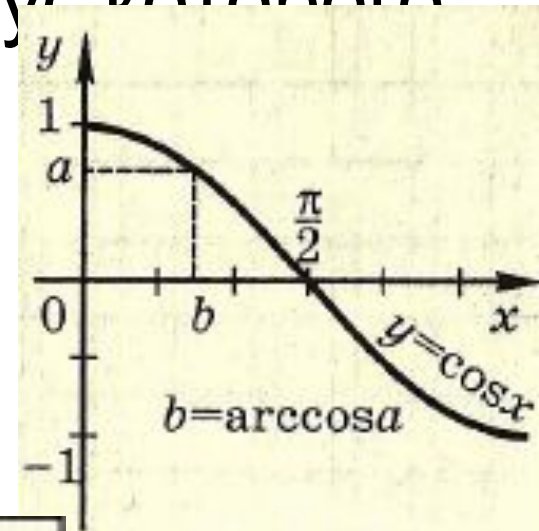
Обозначение: Арккосинус a обозначается $\arccos a$.

- Арккосинусу $[0; \pi]$ числа a называется такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен a .

Очевидно $b = \arccos a$, и 1) $b \in [0; \pi]$;

- Т.к. 2) $\cos b = a$.

Функция $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$
поэтому



Примеры вычислений

- 1) $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$, т. к. $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $\frac{\pi}{3} \in [0; \pi]$;
- 2) $\arccos 1 = 0$, т. к. $\cos 0 = 1$, $0 \in [0; \pi]$;
- 3) $\arccos \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$, т. к. $\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$, $\frac{2\pi}{3} \in [0; \pi]$;
- 4) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$, т. к. $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{3\pi}{4} \in [0; \pi]$.

Арктангенс

Обозначение: Арктангенс a обозначается $\arctg a$.

- Арктангенсом чис. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ называется такое число из интервала $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, тангенс которого равен a .

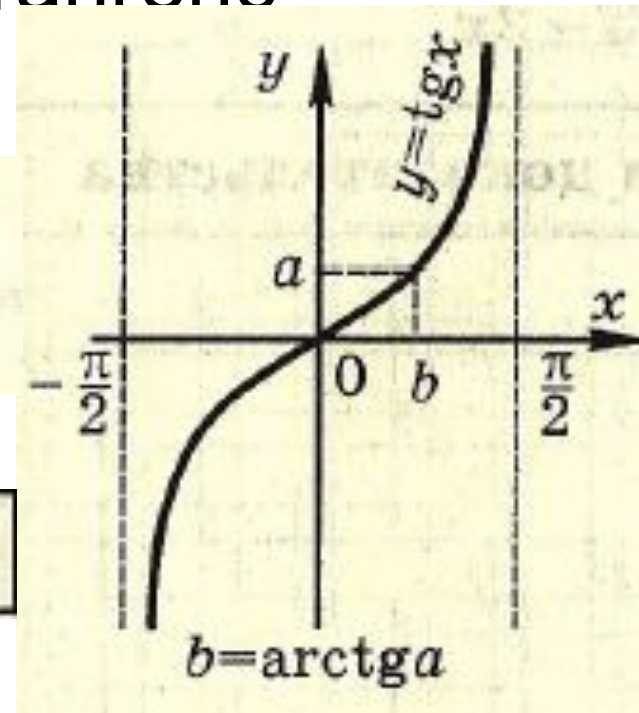
Очев $b = \arctg a$, $a \in \mathbb{R}$ 1) $b \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$;

• Т.к.

2) $\operatorname{tg} b = a$.

Функция
поэтому

$$\arctg(-a) = -\arctg a$$



Примеры вычислений

• 1) $\arctg 1 = \frac{\pi}{4}$, т.к. $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$ и $\frac{\pi}{4} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$;

• 2) $\arctg(-\sqrt{3}) = -\arctg \sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$, т.к.

$$\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \text{ и } -\frac{\pi}{3} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

Арккотангенс

Обозначение: Арккотангенс a обозначается $\text{arcctg } a$.

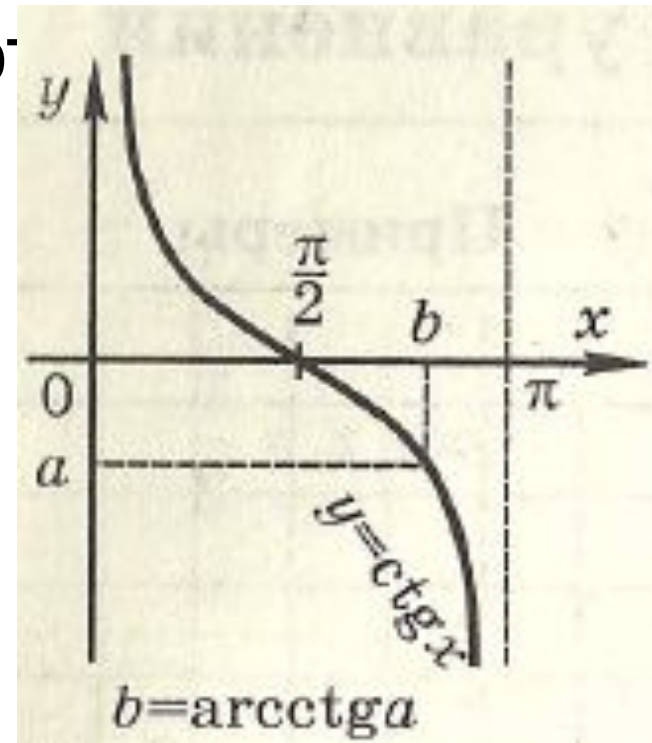
- Арккотангенсом числа a называется такое число из интервала $(0; \pi)$, ко-

кот $b = \text{arcctg } a$, \exists 1) $b \in (0; \pi)$;

Очевидно, что $a \in \mathbb{R}$ 2) $\text{ctg } b = a$.

- Т.к.

Функция $y = \text{arcctg } x$ — нечетная,
поэтому $\text{arcctg}(-a) = \pi - \text{arcctg } a$



Примеры вычислений

- 1)

$$\operatorname{arccctg} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}, \text{ т.к. } \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ и } \frac{\pi}{6} \in (0; \pi);$$

- 2)

$$\operatorname{arccctg}(-\sqrt{3}) = \pi - \operatorname{arccctg} \sqrt{3} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}.$$

arcsin a, arccos a, arctg a, arcctg a- обратные тригонометрические функции

Функция

$$y = \arcsin x$$

обратная функции

$$y = \sin x,$$

Функция

$$y = \arccos x$$

обратная функции

$$y = \cos x$$

Функция

$$y = \arctg x$$

обратная функции

$$y = \operatorname{tg} x,$$

Функция

$$y = \operatorname{arcctg} x$$

обратная функции

$$y = \operatorname{ctg} x,$$

Задание №1

Заполни таблицы:

α	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin a$									
$\arccos a$									

α	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} a$							
$\operatorname{arcctg} a$							

Задание №2

- Вычислить:

- 1)

$$\arccos 0; \arccos 1; \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}; \arccos \left(-\frac{1}{2}\right); \arccos(-1).$$

- 2)

$$\arccos \frac{1}{2} - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}; \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) - \arccos \frac{1}{2};$$

- 3)

$$\sin \left(\arccos \left(-\frac{1}{2}\right) \right); \operatorname{ctg} (\arccos 0);$$

$$\operatorname{tg} \left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \sin \left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$