

Планы второго порядка

$$\hat{Y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2$$

$$\hat{Y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2$$

Область планирования:

- Композиционные планы
- В пределах единичного гиперкуба,
- В пределах единичного гипершара,

$$|x_{iv}| \leq 1$$

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 1$$

Ортогональный центрально-композиционный план второго порядка

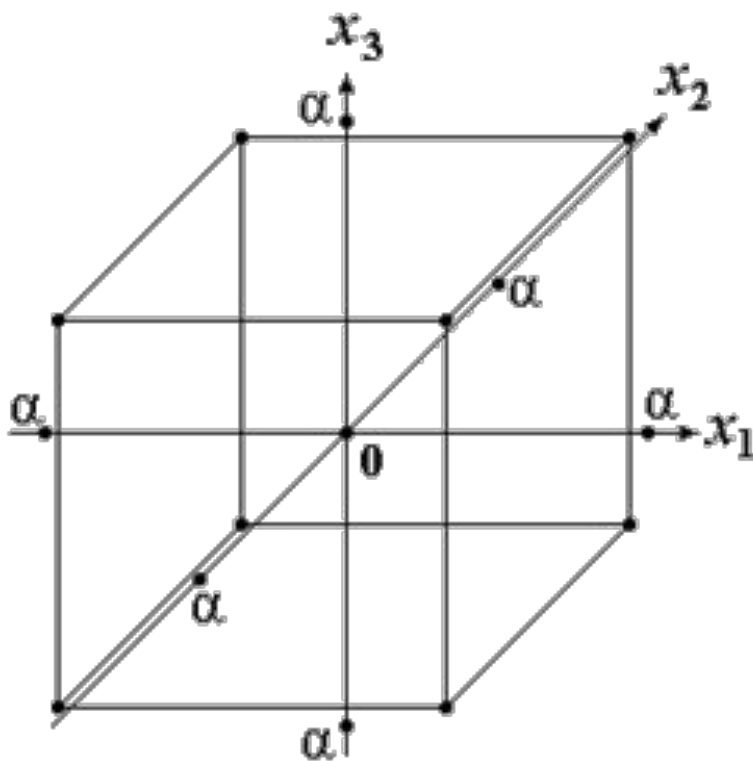
$$N_0 = 2^n$$

$$x_i = \pm\alpha, \quad x_j = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \quad i \neq j$$

$$N = 2^n + 2n + n_0$$

n	2	3	4	5	6
ОЦКП	9	15	25	43	77
ПФЭ	3 ²	9	27	81	243
					729

Графическое представление ОЦКП для $n=3$



Планирование

	U	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$x_4 = x_1^2 - a$	$x_5 = x_2^2 - a$	$x_6 = x_3^2 - a$	Y
Точки плана ПФЭ 2^3 ($N_0 = 2^n$ точек)	1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_1
	2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_2
	3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_3
	4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_4
	5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_5
	6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_6
	7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_7
	8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$1 - a$	$1 - a$	$1 - a$	Y_8
Звездные точки ($2n$ точек)	9	+1	$-a$	0	0	0	0	0	0	$a^2 - a$	$-a$	$-a$	Y_9
	10	+1	$+a$	0	0	0	0	0	0	$a^2 - a$	$-a$	$-a$	Y_{10}
	11	+1	0	$-a$	0	0	0	0	0	$-a$	$a^2 - a$	$-a$	Y_{11}
	12	+1	0	$+a$	0	0	0	0	0	$-a$	$a^2 - a$	$-a$	Y_{12}
	13	+1	0	0	$-a$	0	0	0	0	$-a$	$-a$	$a^2 - a$	Y_{13}
	14	+1	0	0	$+a$	0	0	0	0	$-a$	$-a$	$a^2 - a$	Y_{14}
Нулевая точка	15	+1	0	0	0	0	0	0	0	$-a$	$-a$	$-a$	Y_{15}
$\sum_{i=1}^N x_{iU}$	-	N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$\sum_{i=1}^N x_{iU}^2$	-	N	$2^n + 2a^2$			2^n			$2^n(1-a)^2 + 2(a^2-a)^2 + a^2(2n-2) + n_0a^2$				

Планирование

$$a = \sqrt{\frac{N_0}{N}} = \sqrt{\frac{2^n}{2^n + 2 \cdot n + n_0}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}(\sqrt{N \cdot N_0} - N_0)}$$

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + \\ + b_{123} x_1 x_2 x_3 + b_4 (x_1^2 - a) + b_5 (x_2^2 - a) + b_6 (x_3^2 - a)$$

$$b_i = \frac{\sum_{U=1}^N x_{iU} Y_U}{\sum_{U=1}^N x_{iU}^2}$$

Планирование

$$\hat{Y} = b'_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3 + b_4 x_1^2 + b_5 x_2^2 + b_6 x_3^2$$

$$b'_0 = b_0 - b_4 \cdot a + b_5 \cdot a - b_6 \cdot a$$

n	2	3	4	5	6	7	8
α	1	1,215	1,414	1,596	1,761	1,909	2,045
a	0,667	0,73	0,8	0,86	0,91	0,946	0,968
N	9	15	25	43	77	143	273

Планирование

$n = 2$

Параметры плана $N_0=4$, $N=9$, $\alpha=1$, $a = 2/3$

U	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	$x_3' = x_1^2 - a$	$x_4' = x_2^2 - a$	Y
1	+1	-1	-1	+1	1/3	1/3	6
2	+1	+1	-1	-1	1/3	1/3	3
3	+1	-1	+1	-1	1/3	1/3	4
4	+1	+1	+1	+1	1/3	1/3	7
5	+1	-1	0	0	1/3	-2/3	5
6	+1	+1	0	0	1/3	-2/3	5
7	+1	0	-1	0	-2/3	1/3	1
8	+1	0	+1	0	-2/3	1/3	3
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	2
$\sum_{U=1}^N x_{iU}^2$	9	6	6	4	2	2	

Планирование

n = 3

U	x_0	x_1	x_2	x_3	$\frac{x_1}{x_2}$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$\frac{x_1 x_2 x_3}{3}$	x'_4	x'_5	x'_6	γ
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	0,27	0,27	0,27	Y_1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	0,27	0,27	0,27	Y_2
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	0,27	0,27	0,27	Y_3
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	0,27	0,27	0,27	Y_4
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	0,27	0,27	0,27	Y_5
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	0,27	0,27	0,27	Y_6
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	0,27	0,27	0,27	Y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0,27	0,27	0,27	Y_8
9	+1	-1,215	0	0	0	0	0	0	0,75	-0,73	-0,73	Y_9
10	+1	+1,215	0	0	0	0	0	0	0,75	-0,73	-0,73	Y_{10}
11	+1	0	-1,215	0	0	0	0	0	-0,73	0,75	-0,73	Y_{11}
12	+1	0	+1,215	0	0	0	0	0	-0,73	0,75	-0,73	Y_{12}
13	+1	0	0	-1,215	0	0	0	0	-0,73	-0,73	0,75	Y_{13}
14	+1	0	0	+1,215	0	0	0	0	-0,73	-0,73	0,75	Y_{14}
15	+1	0	0	0	0	0	0	0	-0,73	-0,73	-0,73	Y_{15}
$\sum_{U=1}^N x_{iU}$	N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$\sum_{U=1}^N x_{iU}^2$	15	10,952			8				4,3727			