Равносильность уравнений на множествах

Цель: ввести понятия равносильных уравнений на множествах; перечислить основные преобразования, приводящие к уравнениям, равносильным на множествах; научиться решать уравнения путем замены его равносильным уравнением на множестве.

Основные понятие:

- Пусть даны два уравнения $f(x)=g(x)$ и $p(x)=h(x)$ и пусть дано некоторое множество чисел M
- Если любой корень первого уравнения, принадлежащий множеству M, является корнем второго уравнения, а любой корень второго уравнения, принадлежащий множеству M, является корнем первого уравнения, то такие уравнения называют равносильными на множестве M.
- Если каждое из этих уравнений не имеет корней на множестве M , то такие уравнения называются равносильными на множестве M

Определения:

- Замену одного уравнения другим уравнением, равносильным ему на множестве М , называют равносильным переходом на множестве М от одного уравнения к другому.
- Если два уравнения равносильны на множестве всех действительных чисел, то в таких случаях говорят, что уравнения равносильны, опуская слова на множестве действительных чисел.

Основные преобразования уравнений, приводящие исходное уравнение к уравнению, равносильному ему на некотором множестве чисел

- Возведение уравнения $f(x)=g(x)$ в четную степень, приводит к уравнению, равносильному исходному на том множестве М, на котором обе функции неотрицательны.
- Умножение (деление) обеих частей уравнения на функцию ψ, приводит к уравнению, равносильному исходному на том множестве М, на котором функция ψ определена и отлична от нуля.

Основные преобразования уравнений, приводящие исходное уравнение к уравнению, равносильному ему на некотором множестве чисел

- Потенцирование логарифмического уравнения

  $$\log_a f(x) = \log_a g(x) \qquad a>0,\ a\neq 1$$

  приводит к уравнению f(x)=g(x), равносильному исходному на том множестве M, на котором положительны обе функции f и g .
- Приведение подобных членов (h(x)-h(x)=0) приводит к уравнению, равносильному исходному на том множестве M, на котором определена функция h(x) , т,е. на области существования функции h(x).

Основные преобразования уравнений, приводящие исходное уравнение к уравнению, равносильному ему на некотором множестве чисел

- Применение некоторых формул (логарифмических, тригонометрических и др.) приводит к уравнению, равносильному исходному на множестве М, на котором определены обе части применяемых формул.

Работаем в классе:

- № 10.5 (а,в)
- № 10.6 (а, в)
- № 10.7 (а, в)
- № 10.8 (а,в)
- № 10.11(а,в)

Домашнее задание:

- № 10.5 (б,г)
- № 10.6 (б,г)
- № 10.7 (б,г)
- № 10.8 (б,г)
- № 10.11(б,г)