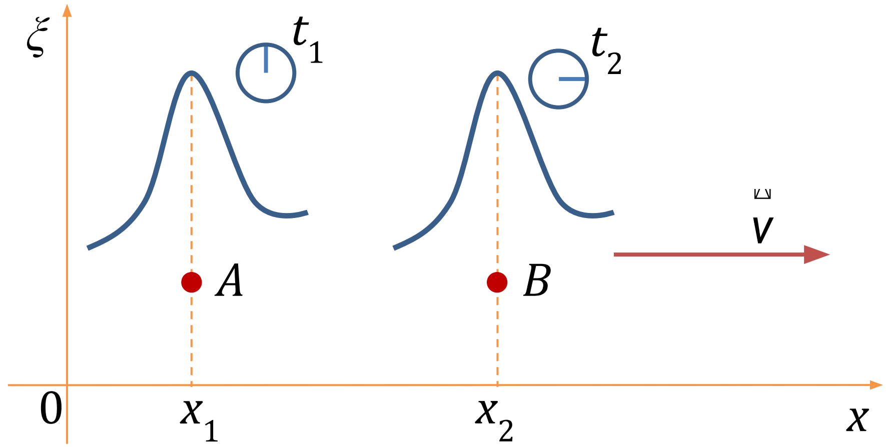
ГЛАВА I. МЕХАНИКА
§16. Механические волны

О. И. Лубенченко
НИУ МЭИ
Кафедра физики им. В. А. Фабриканта

2020

I. Уравнение бегущей волны

Волна — ФЯ — любое распространяющееся в пространстве возмущение, т. е. изменение какой-либо физической величины с течением времени.



$$\xi(x_2,t_2)=\xi(x_1,t_1) \Longrightarrow \xi\left(x_2,t_1+\frac{x_2-x_1}{v}\right)=\xi(x_1,t_1)$$

Положим $x_1=0$: $x_2\to x$, $t_2\to t$, $t_1\to t-\dfrac{x}{v}$

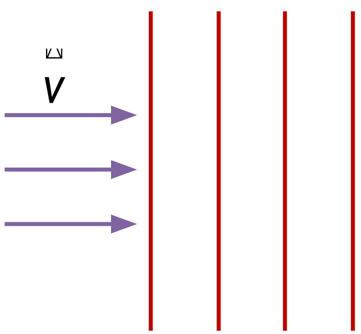
$$\xi(0,t)=f(t) \qquad \xi(x,t)=\xi\left(0,t-\frac{x}{v}\right)=f\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

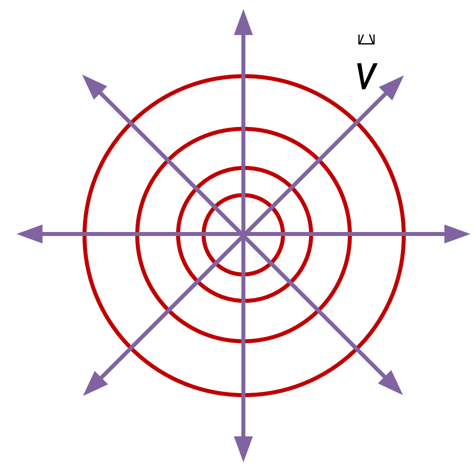
$\boxed{\xi(x,t)=f\left(t-\frac{x}{v}\right)}$ — ***уравнение бегущей волны*** $t-\dfrac{x}{v}$ — ***фаза*** волны

II. Волновой фронт

Волновой фронт (волновая поверхность) — геометрическое место точек, в которых в один и тот же момент времени колебания происходят в одинаковой фазе.

Плоская волна ***Сферическая волна***





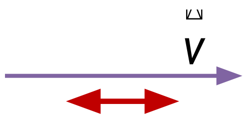
волновая поверхность — плоскость волновая поверхность — сфера

§16. Механические волны

Волны

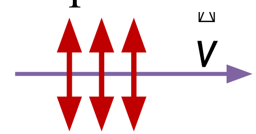
продольные

колебания в направлении распространения волны



поперечные

колебания в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны



III. Гармоническая волна

Гармоническая (монохроматическая, синусоидальная) волна — ФЯ — распространение гармонических колебаний в пространстве.

Уравнение гармонических колебаний $f(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

Уравнение бегущей волны

$$\xi(x,t)=f\left(t-\frac{x}{v}\right)=A\cos\left(\omega t-\frac{\omega x}{v}+\varphi_0\right)=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi_0\right]$$

$$\boxed{\xi(x,t)=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi_0\right]}$$

— ***уравнение плоской бегущей гармонической волны***

§16. Механические волны

Характеристики гармонической волны

- *Скорость* υ
- *Начальная фаза* φ_{o}
- *Циклическая частота* ω
- *Период* $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$
- *Частота* $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{T}$
- *Амплитуда* A — максимальное значение колеблющейся ФВ
- ***Длина волны*** — ФВ — расстояние, которое волна проходит за время одного полного колебания:

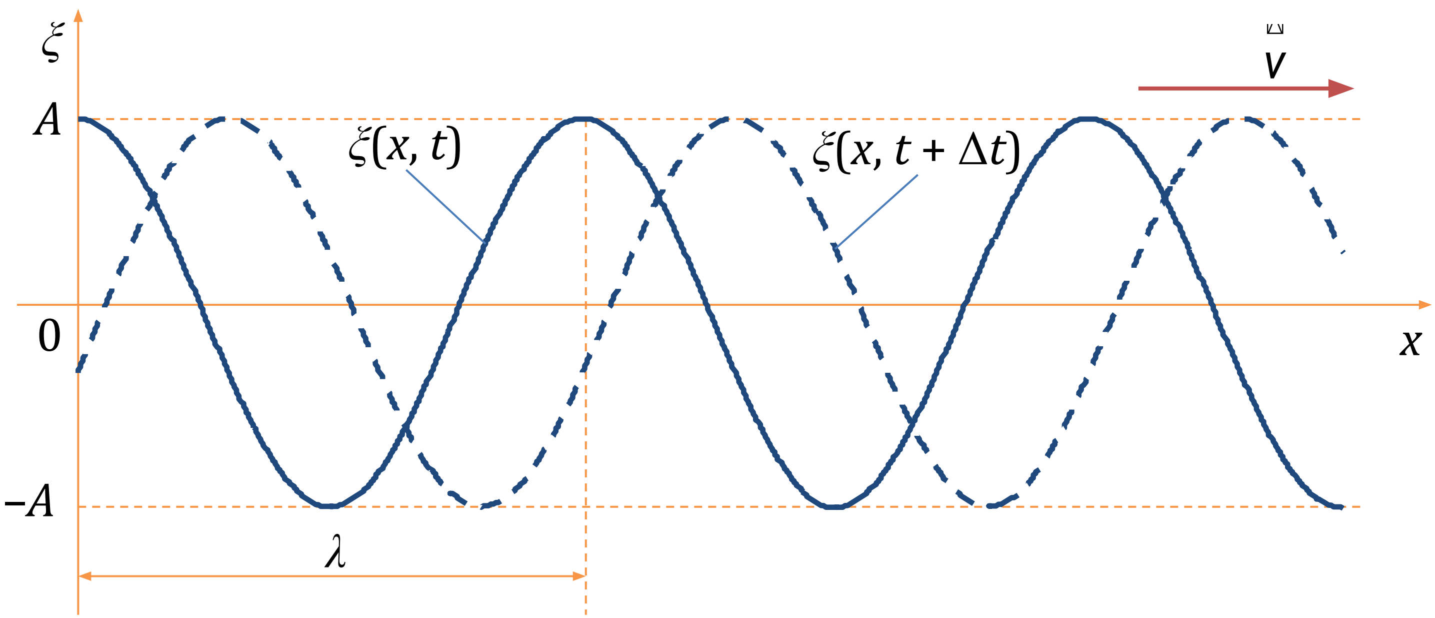
$$\boxed{\lambda = vT = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{v}{\nu}}$$

- ***Волновое число*** $$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\nu}{v}}$$ $\left[k\right] = \text{м}^{-1}$

$$\boxed{\xi\left(x,t\right) = A\cos\left(\omega t - kx + \varphi_0\right)}$$

§16. Механические волны

«Мгновенная фотография» гармонической волны



Уравнение бегущей гармонической волны в общем случае (при произвольной форме волнового фронта):

$$\boxed{\xi\left(\vec{r},t\right)=A\cos\left(\omega t-\vec{k}\vec{r}+\varphi_0\right)}$$

$\vec{k}$ — ***волновой вектор*** $\vec{k} \uparrow\uparrow \vec{v}$

IV. Волновое уравнение

$$\xi(x,t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \longrightarrow \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{1}{v} f' \longrightarrow \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} f''$$

$$\xi(x,t) = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \longrightarrow \frac{\partial \xi}{\partial t} = f' \longrightarrow \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = f''$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}}$$ – ***волновое уравнение***

Общее решение волнового уравнения

$$\boxed{\xi(x,t) = \underbrace{f_1\left(t - \frac{x}{v}\right)}_{\text{прямая волна}} + \underbrace{f_2\left(t + \frac{x}{v}\right)}_{\text{обратная волна}}}$$

Вид функций f_1 и f_2 определяется начальными условиями.