Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+2y=\mathbf{1}, & (1) \\ x^2+2xy-y^2=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=1, \\ x(x+2y)-y^2=1; \end{cases} \qquad \begin{cases} x+2y=1, \\ x-y^2=1; \end{cases} \Big/\cdot(-1) \qquad \begin{cases} x+2y=1, \\ -x+y^2=-1; \end{cases} +$$

$$y^2+2y=0$$

$$y(y+2)=0$$

Из уравнения (1)

$$x=1-2y$$

$$y_1=0 \qquad x_1=1-2\cdot 0=1$$

$$y_2=-2 \qquad x_2=1-2\cdot(-2)=1+4=5$$

Ответ: (1; 0), (5;–2).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x^2 + y^2 = 81 - 2xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x^2 + 2xy + y^2 = 81 \end{cases}$$

Применим формулу

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ (x + y)^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 9; \end{cases} +$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

$$7 + y = 9; \quad y = 2$$

$$(7;\ 2)$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = -9; \end{cases} +$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$-2 + y = -9; \quad y = -7$$

$$(-2;\ -7)$$

Ответ: (7; 2), (–2;–7).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$y = \begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overset{5}{(x + y)}(x^2 - xy + y^2) = 35, \\ (x + y)^2 = 5^2 \end{cases}$$

Применим формулу

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$\begin{cases} 5(x^2 - xy + y^2) = 35, \quad / : 5 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7, \quad / \cdot (-1) \\ x^2 + 2xy + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 + xy - y^2 = -7, \\ x^2 + 2xy + y^2 = 25 \end{cases} \quad +$$

$$3xy = 18 \quad / : 3$$

$$\begin{cases} xy = 6 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, \quad y_1 = 3$$

$$x_2 = 3, \quad y_2 = 2$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

Задание 21

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{2x-y}{3}+5y=4, & \Big/ \cdot 3 \\ 1-\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{4}=5. & \Big/ \cdot 12 \end{cases}$$

Используем метод перехода к целым числам.

$$\begin{cases} 2x-y+15y=12, \\ 12-4x-3y=60 \end{cases}$$

Используем способ алгебраического сложения.

$$\begin{cases} 2x+14y=12, & \Big/ \cdot 2 \\ -4x-3y=48 \end{cases}$$

Чтобы найти х, подставим во 2 уравнение у=2,88

$$\begin{cases} 4x+28y=24, \\ \end{cases} \quad +$$

$$25y=72 \Big/ :25$$

$$y=2{,}88$$

$$-4x-3\cdot 2{,}88=48$$

$$-4x-8{,}64=48$$

$$-4x=48+8{,}64$$

$$-4x=56{,}64 \Big/ :(-4)$$

$$x=-14{,}16$$

Ответ: (–14,16; 2,88).

Решите систему уравнений

Задание 21

Используем способ подстановки:
– из уравнения (2) выразим «**у**»,
– подставим в уравнение (1).

$$\begin{cases} x\overset{(2-2x)}{y} = -12, & (1) \\ 2x + y = 2; & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = -12, \\ xy - 4x - 2y + 8 = -8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy \\ \overset{-12}{xy} \end{cases}$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).
Найдем корни по теореме Виета.

$$\begin{cases} xy = -12, \\ -12 - 4x - 2y = -16; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = -12, \\ -4x - 2y = -4; \quad / : (-2) \end{cases}$$

(2) $y = 2 - 2x$

(1) $x(2 - 2x) = -12$

$2x - 2x^2 = -12$

$-2x^2 + 2x + 12 = 0 \quad / : (-2)$

$1x^2 - x - 6 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$$

$x_1 = 3, \qquad y_1 = 2 - 2*3 = -4$

$x_2 = -2, \qquad y_2 = 2 - 2*(-2) = 2 + 4 = 6$

Ответ: (3;–4), (–2;6).

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ xy = 2. \quad \Big/ \cdot 2 \end{cases}$$

Используем способ алгебраического сложения.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ 2xy = 4 \end{cases} \quad +$$

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 9, \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)^2 = 9, \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x + y = 3, \\ xy = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -3, \\ xy = 2 \end{cases} \end{array} \right.$$

(1; 2), (2;1)

(–1; –2), (–2;–1)

Ответ: (1; 2), (2;1), (–1;–2), (–2;–1).

Решите систему уравнений

Задание 21

$$\begin{cases} x^2 + xy = 7, \\ (x+y)^3 = -8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x+y) = 7, \\ (x+y)^3 = (-2)^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(\overbrace{x+y}) = 7, \\ x+y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot(-2) = 7, \,/ : (-2) \\ x+y = -2 \end{cases}$$

x = –3,5

y = 1,5

–3,5 + y = –2

Ответ: (–3,5; 1,5).

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 31, \\ 2x^2 + 6y^2 = 31x. \end{cases} \Big/ \cdot (-2)$$

$$\begin{cases} -2x^2 - 6y^2 = -62, \\ 2x^2 + 6y^2 = 31x. \end{cases}$$

+

$$0 = 31x - 62$$

$$31x = 62 \;\Big/\; : 31$$

$$x_1 = 2,$$

2

Подставим x = 2 в первое уравнение, чтобы найти значение y.

$$x^2 + 3y^2 = 31$$

$$\mathbf{2}^2 + 3y^2 = 31$$

$$4 + 3y^2 = 31$$

$$3y^2 = 27 \;\Big/\; :3$$

$$y^2 = 9$$

$$y_1 = 3$$

$$y_2 = -3$$

Ответ: (2; 3), (2;–3).

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 = 2y + 1, & \Big/ \cdot (-1) \\ x^2 + 15 = 2y + y^2. \end{cases}$$

Подставим x = –4 в первое уравнение, чтобы найти значение y.

$$x^2 = 2y + 1$$

$$\begin{cases} -x^2 = -2y - 1, \\ x^2 + 15 = 2y + y^2. \end{cases} \quad +$$

$$15 = y^2 - 1$$

$$y^2 = 16$$

$$y_1 = 4,$$

$$y_2 = -4,$$

$$x^2 = 2 \cdot 4 + 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -3$$

$$x^2 = 2 \cdot (-4) + 1$$

$$x^2 = -7$$

$$\varnothing$$

Ответ: (4; 3), (4;–3).

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4x^2 + y = 9, \\ 8x^2 - y = 3. \end{cases}$$

Применим способ сложения. При сложении уравнений исключится **у**.

$$\begin{cases} -8x^2 - 2y = -18, \\ 8x^2 - y = 3. \end{cases}$$

$$12x^2 = 12 \quad :12$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1, \quad y_1 = 5,$$

$$x_2 = -1, \quad y_1 = 5.$$

$$-3y = -15$$

$$y = 5$$

Ответ: (1; 5), (–1; 5).

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} xy - x^2 = -18, \Big/ \cdot (-1) \\ xy + x^2 = 14. \end{cases} \qquad \begin{cases} -xy + x^2 = 18, \\ xy + x^2 = 14. \end{cases}$$

+ +

$$2xy = -4 \Big/ :2 \qquad 2x^2 = 32 \Big/ :2$$

$$xy = -2 \qquad x^2 = 16$$

$$y = -\frac{2}{x} \qquad x_1 = 4; \quad y_1 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = -4; \quad y_1 = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}$$

Ответ: (4; –0,5), (–4; 0,5)

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y + xy = -11, \\ x - y - xy = 1. \end{cases} \Big/ \cdot (-1) \qquad \begin{cases} -x + y - xy = 11, \\ x - y - xy = 1. \end{cases}$$

$$2x - 2y = -10 \Big/ :2 \qquad -2xy = 12 \Big/ :(-2)$$

$$x - y = -5 \qquad xy = -6$$

$$\begin{cases} x - y = - \\ xy = -6 \end{cases}$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1). Найдем корни по теореме Виета.

1

$$y = x + 5$$

$$x(x+5) = -6$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{cases} \qquad x_1 = -2, \quad y_1 = 3 \qquad x_2 = -3, \quad y_2 = 2$$

Ответ: (–2; 3), (–3; 2).

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ xy + 5y + 3x + 15 = 0 \end{cases}$$

Применим способ подстановки. Из первого уравнения выразим **x**

$x = 4+y$

$(4+y)y + 5y + 3(4+y) + 15 = 0$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1). Найдем корни по теореме Виета.

$4y + y^2 + 5y + 12 + 3y + 15 = 0$

$1y^2 + 12y + 27 = 0$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = -12 \\ y_1 \cdot y_2 = 27 \end{cases}$$

$y_1 = -9, \quad x_1 = 4+(-9) = -5$

$y_2 = -3, \quad x_2 = 4+(-3) = 1$

Ответ: (–5;–9), (1; –3).

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy - 9y - 9x + 81 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy - 9\underbrace{(y + x)}_{17} + 81 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy - 9 \cdot 17 + 81 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy - 153 + 81 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy = 72 \end{cases}$$

Решения этой системы уже можно найти подбором. Если не получится… решаем способом подстановки.

***Ответ:* (8; 9), (9; 8).**

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (4x+3)^2 = 7y, \\ (3x+4)^2 = 7y. \end{cases}$$

$-$

Вычтем из уравнения (1) уравнение (2)

$$(4x+3)^2 - (3x+4)^2 = 0$$

$$(4x+3+3x+4)(4x+3-(3x+4)) = 0$$

$$(7x+7)(4x+3- \ 3x-4) = 0$$

$$7(x+1)(x-1) = 0$$

$x_1 = 1,$ 1

$x_2 = -1,$ 2

Подставим х=1 в первое уравнение

$$(4\cdot 1+3)^2 = 7y$$

$$7y = 49$$

$$y = 7$$

Подставим х=–1 в первое уравнение

$$(4\cdot(-1)+3)^2 = 7y$$

$$(-4+3)^2 = 7y$$

$$7y = 1$$

$\frac{1}{7}$

Ответ: (1; 7), (–1; $\frac{1}{7}$)

Задание 21

Решите систему уравнений

$$\begin{cases}(x+1)(2y-1)=0, & (1)\\ 2y^2+x-y=5; & (2)\end{cases}$$

Используем способ подстановки:
– из уравнения (2) выразим «**x**»,
– подставим в уравнение (1).

(2) $x = -2y^2+y+5$

(1) $(-2y^2+y+5+1)(2y-1) = 0$

Произведение равно «0», когда один из множителей равен «0».

$-2y^2+y+6=0$

a = –2, b = 1, c = 6

$D = b^2 - 4ac$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$D = 1^2 - 4*(-2)*6 = 49 = 7^2$

$y = \dfrac{-1 \pm 7}{-4} = \left[\begin{array}{l} y_1 = -\dfrac{3}{2}, \\ y_2 = 2 \end{array}\right.$

$2y - 1 = 0$

$2y = 1$

$y_3 = \dfrac{1}{2}$

$x_1 = -2*\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(-\dfrac{3}{2}\right)+5 = -2*\dfrac{9}{4} - \dfrac{3}{2} + 5 = -\dfrac{9}{2} - \dfrac{3}{2} + 5 = -\dfrac{12}{2} + 5 = -1$

$x_2 = -2*2^2 + 2 + 5 = -8 + 2 + 5 = -1$

$x_3 = -2*0{,}5^2 + 0{,}5 + 5 = -0{,}5 + 0{,}5 + 5 = 5$

Ответ: (–1;–1,5), (–1; 2), (5; 0,5).

Решите систему уравнений

Задание 21

$$\begin{cases} \dfrac{x}{x-6} + y^2 = 4, \\ \dfrac{3x}{x-6} - y^2 = -24. \end{cases}$$

$+$

Используем способ алгебраического сложения.

$$\frac{4x}{x-6} = -\frac{20}{1}$$

$$-20(x-6) = 4x$$

$$-20x + 120 = 4x$$

$$-20x - 4x = -120$$

$$-24x = -120 \;/ : (-24)$$

$$x = 5$$

$$\frac{5}{\underbrace{5-6}_{-1}} + y^2 = 4$$

$$-5 + y^2 = 4$$

$$y^2 = 4 + 5$$

$$y^2 = 9$$

$$y_1 = 3$$

$$y_2 = -3$$

Ответ: (5;–3), (5; 3).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 1 = 4x^2 + 4x, \\ 4x^2 + y^2 - 3xy = 1; \end{cases}$$

Из (1): $y^2=4x^2+4x+1$

$y^2=(2x+1)^2$

$y=2x+1$ $\qquad$ $y=-2x-1$

Подставляем в уравнение (2):

$4x^2+(2x+1)^2-3x(2x+1)=1$

$4x^2+4x^2+4x+1-6x^2-3x-1=0$

$2x^2+x=0$

$x(2x+1)=0$

$x_1=0,\ y_1=2\cdot 0+1=1$

$x_2=-0{,}5,\ y_2=2\cdot(-0{,}5)+1=0$

$4x^2+(-2x-1)^2-3x(-2x-1)=1$

$4x^2+(-(2x+1))^2-3x(-2x-1)=1$

$4x^2+(2x+1)^2-3x(-2x-1)=1$

$4x^2+4x^2+4x+1+6x^2+3x-1=0$

$14x^2+7x=0$

$7x(2x+1)=0$

$x_3=0,\ y_1=-2\cdot 0-1=-1$

$x_4=-0{,}5,\ y_2=-2\cdot(-0{,}5)-1=0$

Ответ: (0; 1), (–0,5; 0) (0;–1).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}(x+y)^2-5(x+y)+4=0\\(x-y)^2-(x-y)-2=0\end{cases}$$

Пусть $x+y=a$, $x-y=b$

$$\begin{cases}a^2-5a+4=0\\b^2-b-2=0\end{cases}$$

$a^2-5a+4=0$

$$\begin{cases}a_1+a_2=5\\a_1\cdot a_2=4\end{cases}\qquad\left[\begin{array}{l}a_1=4\\a_2=1\end{array}\right.$$

$b^2-b-2=0$

$$\begin{cases}b_1+b_2=1\\b_1\cdot b_2=-2\end{cases}\qquad\left[\begin{array}{l}b_1=2\\b_2=-1\end{array}\right.$$

Вернемся к замене

$$\begin{cases}x+y=4\\x-y=2\end{cases}\qquad\begin{cases}x+y=4\\x-y=-1\end{cases}\qquad\begin{cases}x+y=1\\x-y=2\end{cases}\qquad\begin{cases}x+y=1\\x-y=-1\end{cases}$$

$2x=6$	$2x=3$	$2x=3$	$2x=0$
$x=3$	$x=1{,}5$	$x=1{,}5$	$x=0$
$3+y=4$	$1{,}5+y=4$	$1{,}5+y=1$	$0+y=1$
$y=1$	$y=2{,}5$	$y=-0{,}5$	$y=1$

Ответ: (3; 1), (1,5; 2,5), (1,5; –0,5), (0; 1).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y+xy=1, \\ x^2y+xy^2=-30. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)+xy=1, \\ xy(x+y)=-30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=1, \\ ab=-30. \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-5, \\ b=6; \end{cases} \\ \begin{cases} a=6, \\ b=-5. \end{cases} \end{array}\right.$$

Применим способ замены.

Пусть a = x+y, b = xy

Вернёмся к замене

$= 6,$

$xy = 6.$

(–2;–3), (–3;–2).

$= 6,$ $y=6-x$

$xy=-5;$

$x(6-x)=-5$

$\frac{D}{4}$ = k² – ac

$x = \frac{-k \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$

$-x^2+6x+5=0$

$x^2-6x-5=0$

a =1, k =–3, c=5

$$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot(-5)=14$$

$x_1=3+\sqrt{14}$, $y_1=3-\sqrt{14}$

$x_2=3-\sqrt{14}$, $y_2=3+\sqrt{14}$

Ответ: (–2; 3), (–3; 2), (3+$\sqrt{14}$;3–$\sqrt{14}$), (3–$\sqrt{14}$;3+$\sqrt{14}$).