

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = 1, & (1) \\ x^2 + 2xy - y^2 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x(x + 2y) - y^2 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y = 1, \\ x - y^2 = 1; \end{cases} \cdot (-1) \quad \begin{cases} x + 2y = 1, \\ -x + y^2 = -1; \end{cases}$$

$$y^2 + 2y = 0 \quad \text{Из уравнения (1)}$$

$$y(y + 2) = 0 \quad x = 1 - 2y$$

$$y_1 = 0 \quad x_1 = 1 - 2 \cdot 0 = 1$$

$$y_2 = -2 \quad x_2 = 1 - 2 \cdot (-2) = 1 + 4 = 5$$

Ответ: (1; 0), (5; -2).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x^2 + y^2 = 81 - 2xy \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 5, \\ x^2 + 2xy + y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ (x + y)^2 = 81 \end{cases}$$

Применим формулу

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 9; \end{cases} \oplus$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

$$7 + y = 9; \quad y = 2$$

$$(7; 2)$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = -9; \end{cases} \oplus$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$-2 + y = -9; \quad y = -7$$

$$(-2; -7)$$

Ответ: (7; 2), (-2; -7).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$y = \begin{cases} x^3 + y^3 = 35, \\ x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 35, \\ (x + y)^2 = 5^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(x^2 - xy + y^2) = 35, \quad / : 5 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7, \quad / \cdot (-1) \\ x^2 + 2xy + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 + xy - y^2 = -7, \\ x^2 + 2xy + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} 3xy = 18 \quad / : 3 \end{array} \right.$$

Применим формулу



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{cases} xy = 6 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, \quad y_1 = 3$$


$$x_2 = 3, \quad y_2 = 2$$

Ответ: (2; 3), (3; 2).

$$\begin{cases} \frac{2x-y}{3} + 5y = 4, & / \cdot 3 \\ 1 - \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 5. & / \cdot 12 \end{cases}$$

Используем метод перехода к целым числам. 

$$\begin{cases} 2x - y + 15y = 12, \\ 12 - 4x - 3y = 60 \end{cases}$$

Используем способ алгебраического сложения. 

$$\begin{cases} 2x + 14y = 12, & / \cdot 2 \\ -4x - 3y = 48 \end{cases}$$

← Чтобы найти x, подставим во 2 уравнение $y=2,88$

$$-4x - 3 \cdot 2,88 = 48$$

$$-4x - 8,64 = 48$$

$$-4x = 48 + 8,64$$

$$-4x = 56,64 \quad / : (-4)$$

$$x = -14,16$$

$$\begin{cases} 4x + 28y = 24, & \oplus \end{cases}$$

$$25y = 72 \quad / : 25$$

$$y = 2,88$$

Ответ:
 $(-14,16; 2,88)$.

Решите систему уравнений

Задание 21

Используем способ подстановки:

- из уравнения (2) выразим « y »,
- подставим в уравнение (1).



$$\begin{cases} xy = -12, \\ xy - 4x - 2y + 8 = -8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy \\ -12 \\ xy \end{cases}$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).
Найдем корни по теореме Виета.



$$\begin{cases} xy = -12, \\ -12 - 4x - 2y = -16; \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = -12, \\ -4x - 2y = -4; \end{cases} \quad /: (-2)$$

$$\begin{cases} \overbrace{xy}^{(2-2x)} = -12, & (1) \\ \overbrace{2x + y} = 2; & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad y = 2 - 2x$$

$$(1) \quad x(2 - 2x) = -12$$

$$2x - 2x^2 = -12$$

$$-2x^2 + 2x + 12 = 0 \quad /: (-2)$$

$$1x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$$

$$x_1 = 3, \quad y_1 = 2 - 2 \cdot 3 = -4$$

$$x_2 = -2, \quad y_2 = 2 - 2 \cdot (-2) = 2 + 4 = 6$$

Ответ: (3; -4), (-2; 6).

Задание 21

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ xy = 2. \end{cases} \quad / \cdot 2$$

Используем способ алгебраического сложения.



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ 2xy = 4 \end{cases} \quad \oplus$$

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 9, \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y)^2 = 9, \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x + y = 3, \\ xy = 2 \end{cases} & (1; 2), (2; 1) \\ \begin{cases} x + y = -3, \\ xy = 2 \end{cases} & (-1; -2), (-2; -1) \end{cases}$$

Ответ: (1; 2), (2; 1), (-1; -2), (-2; -1).

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + xy = 7, \\ (x + y)^3 = -8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x + y) = 7, \\ (x + y)^3 = (-2)^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x + y) = 7, \\ x + y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \cdot (-2) = 7, /: (-2) & x = -3,5 \\ x + y = -2 & y = 1,5 \end{cases}$$

$$-3,5 + y = -2$$

Ответ: (-3,5; 1,5).

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 31, / \cdot (-2) \\ 2x^2 + 6y^2 = 31x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x^2 - 6y^2 = -62, \\ 2x^2 + 6y^2 = 31x. \end{cases}$$

$$0 = 31x - 62$$

$$31x = 62 / : 31$$

$$x_1 = 2,$$

2

Подставим $x = 2$ в первое уравнение, чтобы найти значение y .

$$x^2 + 3y^2 = 31$$

$$2^2 + 3y^2 = 31$$

$$4 + 3y^2 = 31$$

$$3y^2 = 27 / : 3$$

$$y^2 = 9$$

$$y_1 = 3$$

$$y_2 = -3$$

Ответ: $(2; 3), (2; -3)$.

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 = 2y + 1, & / \cdot (-1) \\ x^2 + 15 = 2y + y^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 = -2y - 1, \\ x^2 + 15 = 2y + y^2. \end{cases}$$

$$15 = y^2 - 1$$

$$y^2 = 16$$

$$y_1 = 4,$$

$$y_2 = -4,$$

Подставим $x = -4$ в первое уравнение, чтобы найти значение y .

$$x^2 = 2y + 1$$

$$x^2 = 2 \cdot 4 + 1 \quad | \quad x^2 = 2 \cdot (-4) + 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = -7$$

$$x_1 = 3$$

\emptyset

$$x_2 = -3$$

Ответ: $(4; 3), (4; -3)$.

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4x^2 + y = 9, \\ 8x^2 + y = 3. \end{cases}$$

Применим способ сложения. При сложении уравнений исключится y .

$$\begin{cases} -8x^2 - 2y = -18, \\ 8x^2 + y = 3. \end{cases}$$

$$12x^2 = 12 \quad / \quad :12$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1, \quad y_1 = 5,$$

$$x_2 = -1, \quad y_1 = 5.$$

$$-3y = -15$$

$$y = 5$$

Ответ: $(1; 5), (-1; 5)$.

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} xy - x^2 = -18, / \cdot (-1) \\ xy + x^2 = 14. \end{cases} \quad \begin{cases} -xy + x^2 = 18, \\ xy + x^2 = 14. \end{cases}$$

$$2xy = -4 / : 2$$

$$2x^2 = 32 / : 2$$

$$xy = -2$$

$$x^2 = 16$$

$$y = -\frac{2}{x}$$

$$x_1 = 4; \quad y_1 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = -4; \quad y_1 = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $(4; -0,5), (-4; 0,5)$

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y + xy = -11, / \cdot (-1) \\ x - y - xy = 1. \end{cases} \begin{cases} -x + y - xy = 11, \\ x - y - xy = 1. \end{cases}$$

$$2x - 2y = -10 / : 2 \qquad -2xy = 12 / : (-2)$$

$$x - y = -5$$

$$xy = -6$$

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ xy = -6 \end{cases}$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).
Найдем корни по теореме Виета.



1

$$y = x + 5$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 & x_1 = -2, & y_1 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 & x_2 = -3, & y_2 = 2 \end{cases}$$

$$x(x + 5) = -6$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

Ответ: $(-2; 3), (-3; 2).$

Задание 21 Решите систему уравнений

Применим способ подстановки. Из первого уравнения выразим x

$$x - y = 4$$

$$xy + 5y + 3x + 15 = 0$$

$$x = 4 + y$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).
Найдем корни по теореме Виета.

$$(4+y)y + 5y + 3(4+y) + 15 = 0$$

$$4y + y^2 + 5y + 12 + 3y + 15 = 0$$

$$y^2 + 12y + 27 = 0$$

$$y_1 + y_2 = -12$$

$$y_1 \cdot y_2 = 27$$

$$y_1 = -9, \quad x_1 = 4 + (-9) = -5$$

$$y_2 = -3, \quad x_2 = 4 + (-3) = 1$$

Ответ: $(-5; -9), (1; -3)$.

Задание 21 Решите систему уравнений

$$x + y = 17$$

$$xy - 9y - 9x + 81 = 0$$

$$x + y = 17$$

$$xy - 9(y + x) + 81 = 0$$

17

$$x + y = 17$$

$$xy - 9 \cdot 17 + 81 = 0$$

$$x + y = 17$$

$$xy - 153 + 81 = 0$$

$$x + y = 17$$

$$xy = 72$$

Решения этой системы уже можно найти подбором. Если не получится... решаем способом подстановки.

Ответ: $(8; 9), (9; 8)$.

Задание 21 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (4x + 3)^2 = 7y, \\ (3x + 4)^2 = 7y. \end{cases}$$

Вычтем из уравнения (1)
уравнение (2)

$$(4x + 3)^2 - (3x + 4)^2 = 0$$

$$(4x + 3 + 3x + 4)(4x + 3 - (3x + 4)) = 0$$

$$(7x + 7)(4x + 3 - 3x - 4) = 0$$

$$7(x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = 1, \quad 1$$

$$x_2 = -1, \quad 2$$

Подставим $x=1$ в
первое уравнение

$$(4 \cdot 1 + 3)^2 = 7y$$

$$7y = 49$$

$$y = 7$$

Подставим $x=-1$ в
первое уравнение

$$(4 \cdot (-1) + 3)^2 = 7y$$

$$(-4 + 3)^2 = 7y$$

$$7y = 1$$

$$y = \frac{1}{7}$$

Ответ: $(1; 7), (-1; \frac{1}{7})$

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x+1)(2y-1) = 0, & (1) \\ 2y^2 + x - y = 5; & (2) \end{cases}$$

Используем способ подстановки:
 – из уравнения (2) выразим «х»,
 – подставим в уравнение (1).



$$(2) \quad x = -2y^2 + y + 5$$

$$(1) \quad (-2y^2 + y + 5 + 1)(2y - 1) = 0$$

$$-2y^2 + y + 6 = 0$$

$$a = -2, \quad b = 1, \quad c = 6$$

$$D = 1^2 - 4 * (-2) * 6 = 49 = 7^2$$

$$y = \frac{-1 \pm 7}{-4} = \begin{cases} y_1 = -\frac{3}{2}, \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 * \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right) + 5 = -2 * \frac{9}{4} - \frac{3}{2} + 5 = -\frac{9}{2} - \frac{3}{2} + 5 = -\frac{12}{2} + 5 = -1$$

$$x_2 = -2 * 2^2 + 2 + 5 = -8 + 2 + 5 = -1$$

$$x_3 = -2 * 0,5^2 + 0,5 + 5 = -0,5 + 0,5 + 5 = 5$$

Произведение равно «0», когда один из множителей равен «0».



$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$



$$2y - 1 = 0$$

$$2y = 1$$

$$y_3 = \frac{1}{2}$$

Ответ: $(-1; -1, 5)$,
 $(-1; 2)$, $(5; 0, 5)$.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{5}{x-6} + y^2 = 4, \\ \frac{3x}{x-6} - y^2 = -24. \end{cases}$$

+

Используем способ алгебраического сложения.



$$\frac{4x}{x-6} = -20$$

$$-20(x-6) = 4x$$

$$-20x + 120 = 4x$$

$$-20x - 4x = -120$$

$$-24x = -120 \quad /: (-24)$$

$$x = 5$$

$$\frac{5}{5-6} + y^2 = 4$$

$$-5 + y^2 = 4$$

$$y^2 = 4 + 5$$

$$y^2 = 9$$

$$y_1 = 3$$

$$y_2 = -3$$

Ответ: (5; -3), (5; 3).

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 1 = 4x^2 + 4x, & \text{Из (1): } y^2 = 4x^2 + 4x + 1 \\ 4x^2 + y^2 - 3xy = 1; & y^2 = (2x+1)^2 \end{cases}$$

✓ $y = 2x + 1$

$$y = -2x - 1$$

Подставляем в уравнение (2):

$$4x^2 + (2x+1)^2 - 3x(2x+1) = 1$$

$$4x^2 + 4x^2 + 4x + 1 - 6x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$2x^2 + x = 0$$

$$x(2x+1) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$x_2 = -0,5, \quad y_2 = 2 \cdot (-0,5) + 1 = 0$$

$$4x^2 + (-2x-1)^2 - 3x(-2x-1) = 1$$

$$4x^2 + (-(2x+1))^2 - 3x(-2x-1) = 1$$

$$4x^2 + (2x+1)^2 - 3x(-2x-1) = 1$$

$$4x^2 + 4x^2 + 4x + 1 + 6x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$14x^2 + 7x = 0$$

$$7x(2x+1) = 0$$

$$x_3 = 0, \quad y_1 = -2 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$x_4 = -0,5, \quad y_2 = -2 \cdot (-0,5) - 1 = 0$$

Ответ: $(0; 1), (-0,5; 0) (0; -1).$

Задание 21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x+y)^2 - 5(x+y) + 4 = 0 \\ (x-y)^2 - (x-y) - 2 = 0 \end{cases}$$

Пусть $x+y=a$, $x-y=b$

$$\begin{cases} a^2 - 5a + 4 = 0 \\ b^2 - b - 2 = 0 \end{cases}$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$b^2 - b - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 5 \\ a_1 \cdot a_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 4 \checkmark \\ a_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 + b_2 = 1 \\ b_1 \cdot b_2 = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 2 \checkmark \\ b_2 = -1 \end{cases}$$

Вернемся к замене

$$\begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 2 \end{cases} \oplus$$

$$2x = 6$$

$$\underline{x = 3}$$

$$3+y = 4$$

$$\underline{y = 1}$$

$$\begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = -1 \end{cases} \oplus$$

$$2x = 3$$

$$\underline{x = 1,5}$$

$$1,5+y = 4$$

$$\underline{y = 2,5}$$

$$\begin{cases} x+y = 1 \\ x-y = 2 \end{cases} \oplus$$

$$2x = 3$$

$$\underline{x = 1,5}$$

$$1,5+y = 1$$

$$\underline{y = -0,5}$$

$$\begin{cases} x+y = 1 \\ x-y = -1 \end{cases} \oplus$$

$$2x = 0$$

$$\underline{x = 0}$$

$$0+y = 1$$

$$\underline{y = 1}$$

Ответ: (3; 1), (1,5; 2,5), (1,5; -0,5), (0; 1).

Задание 21. Решите систему уравнений

Вернёмся к замене

$$\begin{cases} x + y + xy = 1, \\ x^2 y + xy^2 = -30. \end{cases}$$

Применим способ замены.

Пусть $a = x+y$, $b = xy$

$$a = 6, \quad y = 6 - x$$

$$\begin{cases} xy = 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = -5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y) + xy = 1, \\ xy(x + y) = -30 \end{cases}$$

$$(-2; -3), (-3; -2).$$

$$x(6 - x) = -5$$

$$\begin{cases} a + b = 1, \\ ab = -30. \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = k^2 - ac$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$$

$$-x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$a = 1, \quad k = -3, \quad c = 5$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot (-5) = 14$$

$$x_1 = 3 + \sqrt{14}, \quad y_1 = 3 - \sqrt{14}$$

$$x_2 = 3 - \sqrt{14}, \quad y_2 = 3 + \sqrt{14}$$

$$\begin{cases} a = -5, \\ b = 6; \\ a = 6, \\ b = -5. \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 3), (-3; 2), (3 + \sqrt{14}; 3 - \sqrt{14}), (3 - \sqrt{14}; 3 + \sqrt{14}).$