

Теоремы сложения и умножения вероятностей

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63
4	14	24	34	44	54	64
5	15	25	35	45	55	65
6	16	26	36	46	56	66

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63
4	14	24	34	44	54	64
5	15	25	35	45	55	65
6	16	26	36	46	56	66

Решение:

A- на костях выпадет в сумме 7 очков.

Всего возможных комбинаций при вбрасывании двух игральных костей:

$$6 \cdot 6 = 36$$

Всего благоприятных исходов 6.

$$P(A) = 6/36 = 0,16666\dots$$

Округлим до сотых.

Ответ: 0,17

У Дины в копилке лежит 7 рублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Дина наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.



У Дины в копилке лежит 7 рублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Дина наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.



Решение:

A - оставшаяся в копилке сумма менее 60 руб.

Всего рублей в копилке

$$7+5\cdot 2+6\cdot 5+2\cdot 10=7+10+30+20=67$$

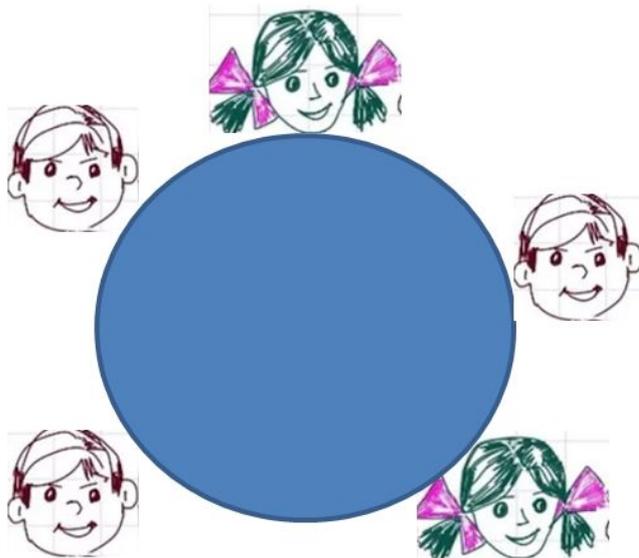
В копилке останется менее 60 рублей только в том случае, если Дина достанет монету в 10 рублей.

Монет в 10 рублей всего 2. Всего в копилке $7+5+6+2=20$ монет.

Следовательно $P(A)=2/20=0,1$

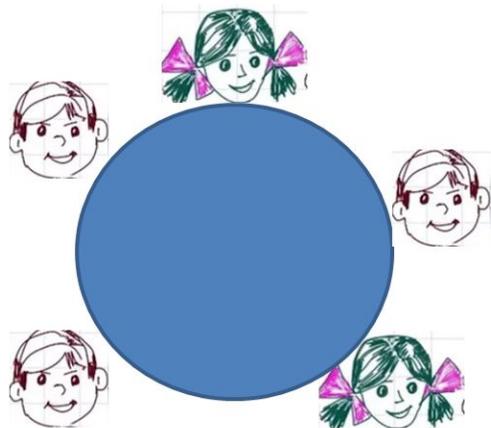
Ответ: 0,1

За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом



За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом

Решение:



A - две девочки будут сидеть рядом

Посадим одну из девочек на любое место. Тогда у второй будет 4 варианта посадки. И только 2 варианта будут благоприятными - девочка слева или справа от первой. По формуле классической вероятности **P**

$$(A)=2/4=0,5$$

Ответ: 0,5

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Ф/1	О/ Р	О/Р	О/Р	О/Р	Р/ О	Р/О	Р/ О	Р/О
Ф/2	О/ Р	О/Р	Р/О	Р/О	О/Р	О/Р	Р/О	Р/О
Ф/3	О/ Р	Р/О	О/Р	Р/О	О/Р	Р/О	О/Р	Р/О

О- орел(первый)

Р-решка (второй)

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Ф/1	О/ Р	О/Р	О/Р	О/Р	Р/ О	Р/О	Р/ О	Р/О
Ф/2	О/ Р	О/Р	Р/О	Р/О	О/Р	О/Р	Р/О	Р/О
Ф/3	О/ Р	Р/О	О/Р	Р/О	О/Р	Р/О	О/Р	Р/О

О- орел (первый)

Р-решка (второй)

Решение:

А - «Физик» выиграет жребий ровно два раза

$$P(A) = 3/8 = 0,125$$

Ответ: 0,125

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки

1	2	3
О	О	О
Р	Р	Р
О	Р	Р
Р	О	Р
Р	Р	О
О	О	Р
Р	О	О
О	Р	О

1- бросок
2 – бросок
3 - бросок



В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки

1	2	3
Р	Р	Р
О	О	О
О	Р	Р
Р	О	Р
Р	Р	О
О	О	Р
Р	О	О
О	Р	О

Решение:

A- выпадет хотя бы 2
решки

$$P(A) = 4/8 = 1/2$$

Ответ: 0,5



При решении задач с монетами число всех возможных исходов можно посчитать по формуле $n=2^\alpha$, где α – количество бросков



Математический диктант

Случайные события. Вероятность случайного события

Вариант 1

1. Закончите предложение.

а) Событие, которое может произойти, а может не произойти при проведении рассматриваемого эксперимента называется _____

б) Для описанного события определите каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

Бросают две игральные кости, сумма очков на двух костях меньше 15

с) Для описанного события определите каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

Даны два интервала $(0;1)$ и $(5;10)$. Из первого интервала выбрали число a , из второго число c . Оказалось, что: число $a+c$ не принадлежит интервалу $(5;10)$

2. Ниже перечислены разные события. Укажите противоположные им события

а) Мою новую соседку по парте зовут или Таня или Аня

б) Из пяти выстрелов в цель попали хотя бы два раза

3. В ящике лежат 36 карточек, пронумерованных числами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер наугад взятой карточки будет делителем числа 6?





Математический диктант

Случайные события. Вероятность случайного события

Вариант 2

1. Закончите предложение.

а) Событие вероятность наступления которого равна нулю называется _____

б) Для описанного события определите каким оно является: невозможным, достоверным или случайным

Бросают две игральные кости, на первой кости выпало 3 очка, а на второй 5 очков

с) Для описанного события определите каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:

Даны два интервала $(0;1)$ и $(5;10)$. Из первого интервала выбрали число a , из второго число c . Оказалось, что: число $2a$ не принадлежит интервалу $(5;10)$

2. Ниже перечислены разные события. Укажите противоположные им события

а) Явка на выборы была менее 40% или более 47%

б) На контрольной я решил максимум 3 задачи из 5

3. Игральный кубик подбрасывается дважды.. Какова вероятность что в сумме выпадет число очков кратное 4?



Вариант №1

Вопрос 1

- a) Случайным
- b) Достоверным
- c) Невозможным

Вопрос 2

- a) Мою новую соседку по парте зовут не Таня и не Аня
- б) Из пяти выстрелов в цель попали менее двух раз

Вопрос 3

$$4/36=1/9$$

Вариант №2

Вопрос 1

- a) Невозможным
- b) Случайным
- c) Достоверным

Вопрос 2

- a) Явка на выборы была от 40% до 47%
- б) На контрольной я не решил как минимум 3 задачи из 5

Вопрос 3

$$12/36=1/3$$

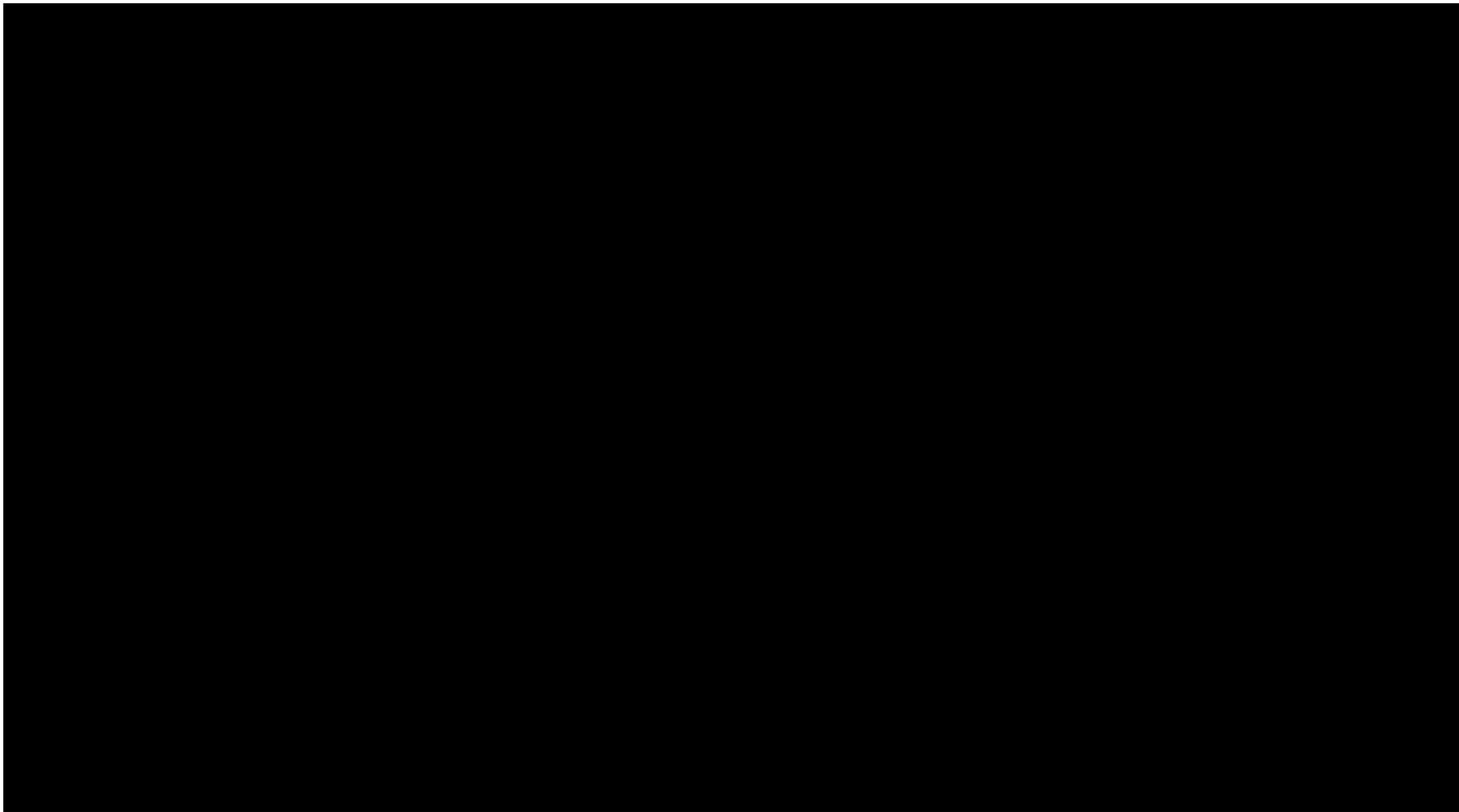
Критерии оценивания

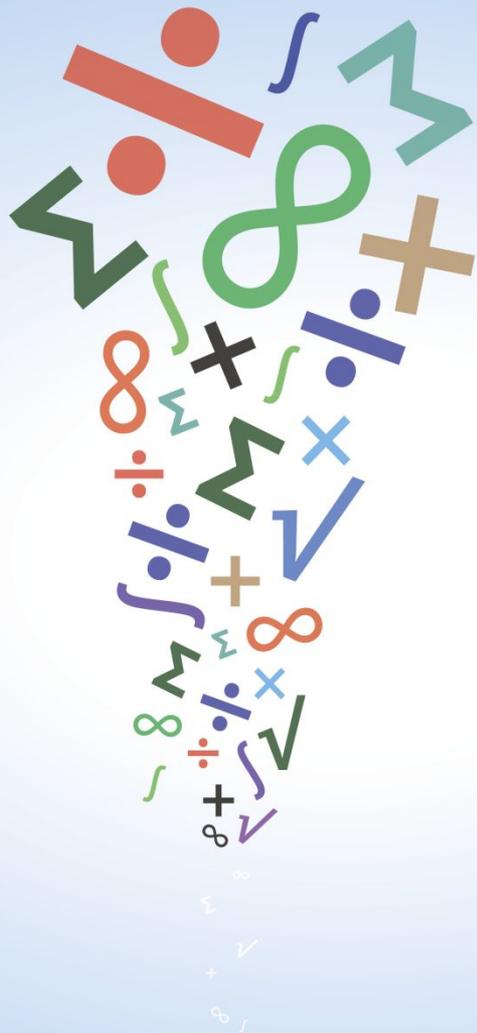
За каждое верно решенное задание №1 начисляется 1 балл,
За каждое верно решенное задание №2 начисляется 1,5 балла
За задание №3 начисляется 2 балла



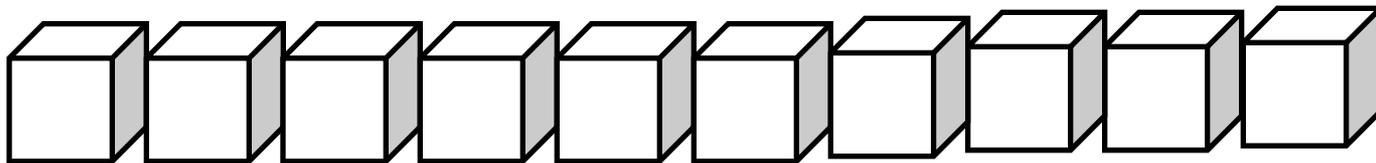
8 баллов- «5»
7-6 баллов- «4»
5-4балла - «3»
< 3баллов - «2»



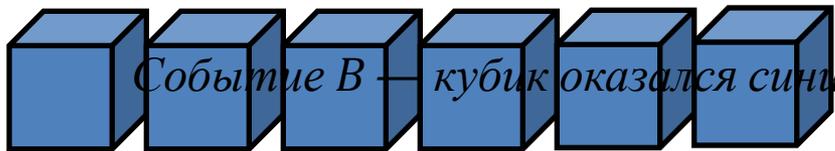




Теоремы сложения и умножения вероятностей



Событие А — кубик оказался красным



Событие В — кубик оказался синим



*События А и В не могут произойти
одновременно.
События А и В являются **несовместными**.*



Два события называют

НЕСОВМЕСТИМИ,

*если в одном и том же испытании они не могут произойти
одновременно, то есть*

наступление одного из них исключает наступление другого.



Теорема сложения вероятностей:

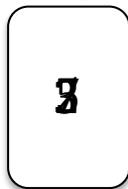
Вероятность появления одного из двух несовместных событий **A** или **B** равна сумме вероятностей этих событий

$$**P(A+B)=P(A)+P(B)**$$

Пример 1

Есть 10 экзаменационных билетов. Ученик вытянул один из них. Какова вероятность того, что номером билета является простое число, или число больше 7.

Событие A — простое число



4 благоприятных исхода
из 10 возможных

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

Событие B — число больше 7



3 благоприятных исхода
из 10 возможных

$$P(A) = \frac{4}{10}$$



Событие A — простое число

Событие B — число больше 7

$$P(A) = \frac{4}{10}$$



$$P(A) = \frac{4}{10}$$

Событие C — простое число, больше 7

Событие C наступает тогда, когда наступает одно из событий A или B

несовместные

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

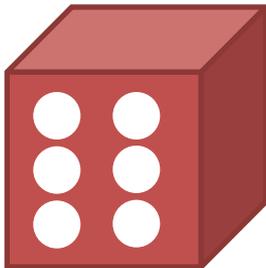
$$P(A) = \frac{4}{10}$$



Свойство вероятностей противоположных событий

Пример

Событие *A*
Выпало 6 очков



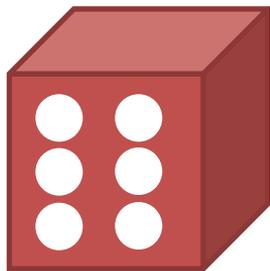
Событие *B*
Выпало менее 6 очков

Всякое наступление события *A* означает, что событие *B* не наступит. А наступление события *B* означает, что событие *A* не наступит.

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

События *A* и *B* – противоположные события.

Событие A
Выпало 6 очков



1 благоприятный исход
из 6 возможных

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

Событие B
Выпало менее 6 очков

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

5 благоприятных исходов
из 6 возможных

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

$$P(A) = \frac{4}{10}$$



Сумма вероятностей
противоположных событий равна 1



$$P(A) = \frac{4}{10}$$

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

Пример

Какова вероятность того, что сумма очков, выпавших на двух кубиках, меньше 9?



Общее число равновозможных исходов равно 36.

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

4 благоприятных исхода
(3; 6), (6; 3), (4; 5), (5; 4)

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

$$P(A) = \frac{4}{10}$$

$$P(A) = \frac{4}{10}$$



Два события называют

СОВМЕСТНЫМИ,

*если в одном и том же испытании они могут произойти
одновременно, то есть*

наступление одного из них не исключает наступление другого.



Теорема сложения вероятностей двух совместных событий:

Если события **A** и **B** совместны, то вероятность появления одного из них равна сумме их вероятностей минус вероятность их одновременного появления.

$$**P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)**$$

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдем вероятность того, что к концу дня кофе закончится хотя бы в одном из автоматов (то есть или в одном, или в другом, или в обоих сразу).





Решение

Вероятность первого события **A** – «кофе закончится в первом автомате» также как и вероятность второго события **B** «кофе закончится во втором автомате» по условию равна 0,3. События являются совместными.

Вероятность совместной реализации первых двух событий **P(AB)** по условию равна 0,12.

Значит, вероятность того, что к концу дня кофе закончится хотя бы в одном из автоматов есть. $P(A+B)=0,3+0,3-0,12=0,48$

Ответ: 0,48

*Рассмотрим, как можно вычислить вероятность события, состоящего в совместном появлении двух **независимых событий**.*



*Два события называются
НЕЗАВИСИМЫМИ,
если наступление одного из них не влияет на
вероятность наступления другого события.*



Теорема умножения вероятностей двух

независимых событий

Вероятность совместного появления
двух независимых событий **A** и **B** равна
произведению вероятностей этих
событий

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Пусть в одной из двух коробок находится 18 шаров, из которых 3 красные, а в другой 24 шара, из которых 4 красные. Из каждой коробки наугад вынимают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся красными?





Решение

Событие **A**
из первой коробки
вынимают красный

Событие **B**
из второй коробки
вынимают красный

ша

события A и B являются независимыми

Для события **A** благоприятными являются 3 исхода из 18

для события **B** благоприятными являются 4 исхода из 24.



$$P(A) = \frac{3}{18}$$

$$P(B) = \frac{4}{24}$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 1/6 \cdot 1/6 = 1/36 \quad \text{Ответ: } 1/36$$



*Два события называются
ЗАВИСИМЫМИ,
если одно из них влияет на вероятность
появления другого.*



Теорема умножения вероятностей двух зависимых событий

Вероятность совместного появления двух зависимых событий **A** и **B** равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого события, вычисленную в предположении, что первое событие уже произошло

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B)$$

В ящике 6 белых и 8 чёрных шаров. Из ящика вынули два шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Найти вероятность того, что оба шара белые.





Решение

А – «первый вынутый шар белый»

В - «второй вынутый шар белый»

события А и В являются
зависимыми



$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B) = (6/14) \cdot (5/13) = 30/182.$$

Ответ: 0,16



Домашнее задание

Задачник Башмакова М.И.
упр. 11.16, 11.17, 11.18, 11.21,

11.16. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найдите вероятность того, что наудачу извлеченный кубик имеет окрашенных граней:

- а) одну;
- б) две;
- в) три.

11.17. В первом ящике лежит 20 деталей, из них 13 стандартных; во втором — 30 деталей (26 стандартных); в третьем — 10 деталей (7 стандартных). Найдите вероятность того, что наугад извлеченная деталь из наудачу взятого ящика стандартная.

11.18. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10 тыс. билетов разыгрывается 150 вещевых и 50 денежных выигрышей. Чему равна вероятность выигрыша, безразлично денежного или вещевого, для владельца одного лотерейного билета?

11.21. Брошены две игральные кости. Найдите вероятности следующих событий:

а) сумма выпавших очков равна семи, а их разность равна четырем;

б) сумма выпавших очков равна пяти, а произведение — четырем.