



УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ОПОРНЫЙ ВУЗ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Электростатика диэлектриков  
Електроемкость проводников.  
Энергия электрического поля.

Лекция 7

Ст. преп., к. ф.-м. н. Бачурина Ольга  
Владимировна

# Темы для СРС

---

## □ Типы поляризации диэлектриков

# 1.1 Проводники и диэлектрики

- Все тела в природе можно условно разделить по их электрическим свойствам на два класса – проводники и диэлектрики.
- **К проводникам обычно относят все металлы, в которых имеется много «свободных» электронов, оторвавшихся от ионов кристаллической решетки и свободно перемещающихся по металлу. В диэлектриках такие заряды отсутствуют.**
- Полупроводники - вещества с небольшим количеством «свободных» зарядов, занимающих промежуточное положение между проводниками и диэлектриками, –.

## Проводники



copper



aluminium

## Диэлектрики



wood



plastic

# 1.1 Проводники

---

- ▣ Носители заряда в **проводнике** способны перемещаться под действием сколь угодно малой силы.
- ▶ **Поэтому для равновесия зарядов на проводнике необходимо выполнение следующих условий:**
  1. Напряженность поля внутри проводника должна быть равна 0. В соответствии с  $\vec{E} = -grad\varphi$ , потенциал внутри проводника должен быть постоянным.
  2. Напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности:  
 $\vec{E} = \vec{E}_n$ .
- ▶ Следовательно, в случае равновесия зарядов **поверхность проводника будет эквипотенциальной.**

# 1.1 Проводники

---

▶ Если бы эти условия не выполнялись, то на свободные заряды, имеющиеся в каждом проводнике, *действовала сила, и равновесие было бы нарушено.*

▶ **Земля также является проводником**, и заряды на ней находятся в равновесии. Поэтому можно считать, что всё точки земли имеют одинаковый потенциал. По этой причине постоянную точку при измерении потенциала часто выбирают на поверхности земли и говорят о потенциале относительно земли.

▶ Так как **при равновесии зарядов на проводнике напряженность поля в нем равна нулю**, то поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность, проведенную внутри проводника, равен нулю. Из теоремы Гаусса  $\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$  следует, что в этом случае поверхность электрических зарядов не охватывает.

▶ Следовательно, **при равновесии, внутри проводника не может быть электрических зарядов.** Все они расположатся на поверхности проводника с некоторой поверхностной плотностью  $\sigma$ . Заряды в состоянии равновесия распределяются по поверхности проводника всегда, независимо от того каким образом возникают эти заряды.

# Проводники

Проводниками называются такие материалы, в которых имеются свободные носители электрических зарядов.

## Проводники

вещества, проводящие электрический заряд



Металлы



Электролиты  
(растворы солей и кислот)

Тело человека



Земля



вода



Понятие «диэлектрик» чаще всего употребляется в физике для обозначение материала, который не поводит электрический ток  
Изолятор – это средство для изоляции чего-либо о остальной среды.  
Изоляторами в технике как раз и являются диэлектрики

**Непроводники** – вещества, через которые электрические заряды не могут переходить от заряженного тела к незаряженному.

*(дерево, резина, воздух)*

Непроводники – **изоляторы** («изоляро» - уединять)

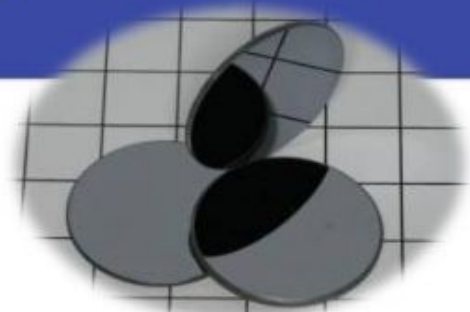




# Полупроводники



Чипы



Кремниевые  
пластины



Калькулятор



Электронная  
книга



Для изготовления электронных приборов используют твердые полупроводники, имеющие кристаллическое строение. Полупроводниковые приборы - приборы, действие которых основано на использовании свойств полупроводниковых материалов

## Кремний полупроводник

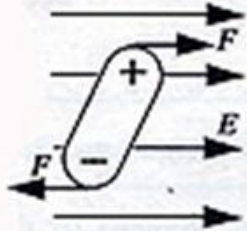
- Солнечные батарейки
- Солнечные батареи
- Фотоэлементы
- Электроника



## 1.2. Поляризационные заряды в диэлектриках



Поля нет



Поляризация

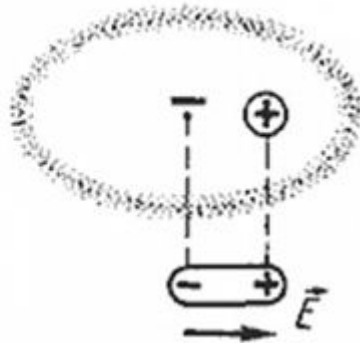


Поле есть

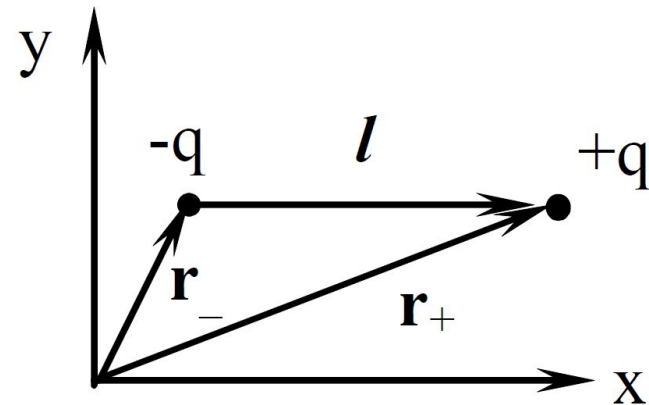
- Заряды, входящие в состав атомов и молекул диэлектрика, прочно связаны между собой и могут перемещаться лишь в пределах своей молекулы.
- Однако такая ограниченная подвижность зарядов может привести к образованию в диэлектрике заряженных областей или поверхностей под действием внешнего электрического поля. Такие заряды, возникающие при этом, называют поляризационными или связанными зарядами.

- В отличие от «свободных» зарядов металла они не могут перетекать по проволоке от одного образца к другому.

$E=0$



## 1.3 Дипольная модель диэлектрика



□ Процессы, происходящие в диэлектриках во внешнем поле, легко рассмотреть, если представить диэлектрик как среду, состоящую из электрических диполей.

□ **Электрический диполь – система двух разноименных зарядов**, которая характеризуется дипольным моментом  $\mathbf{P} = ql$  (рис.)

□ Эту величину можно определить и так:  $\mathbf{P} = qr_+ + (-q)r_- = ql$

где  $\mathbf{l} = \mathbf{r}_+ - \mathbf{r}_-$ ,  $\mathbf{r}_+$ ,  $\mathbf{r}_-$  – радиус-векторы зарядов.

□ Такое определение можно распространить на систему зарядов, для которой можно поставить эквивалентный диполь с моментом:  $\mathbf{P} = \sum q_i \mathbf{r}_i$

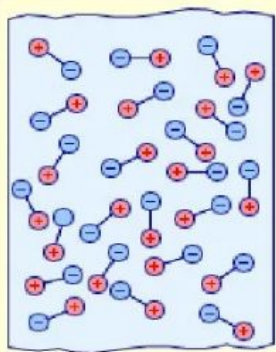
□ Т.о., **любую молекулу можно схематично рассматривать как электрический диполь с дипольным моментом.**

□

# 1.4 Типы диэлектриков

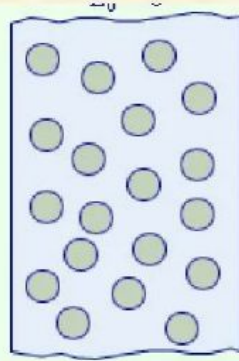
## ДИЭЛЕКТРИК

Диэлектриками называются материалы, в которых **нет свободных электрических зарядов**



полярный

Диэлектрик



неполярный

- Полярные - диэлектрики, молекулы которых имеют отличный от нуля дипольный момент. К ним относятся молекулы, имеющие *несимметричное строение* (молекулы CO, пары воды)
- Неполярные - диэлектрики, молекулы которых в отсутствие внешнего поля не имеют дипольного момента. К ним относятся молекулы, имеющие *симметричное строение* (метан CH<sub>4</sub>)



# 1.5 Вектор поляризации

▶ Для количественного описания свойств диэлектрика используется физическая величина – вектор поляризации  $P$ , являющийся количественной мерой процесса поляризации диэлектрика.

▶ Он равен дипольному моменту в единице объема :

$$P = \sum \frac{P_i}{V}$$

▶  $[P] = 1 \text{ Кл/м}^2$

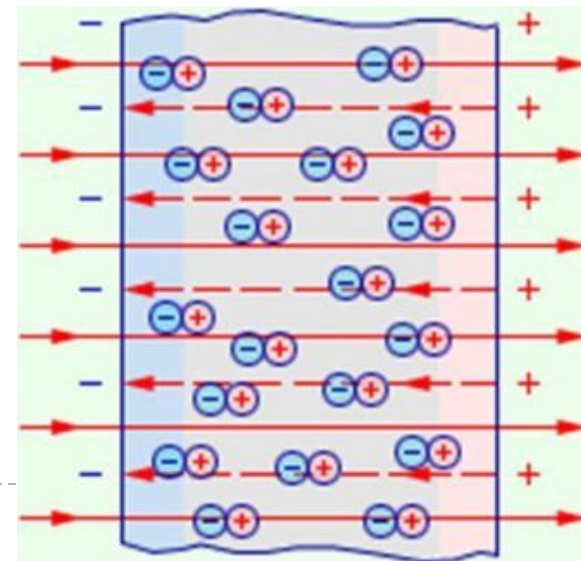
▶ **Изотропный или однородный диэлектрик** – диэлектрик, все свойства которого одинаковы в любой точке объема и по всем направлениям диэлектрика

▶ Для однородного и изотропного диэлектрика

$$P = p n,$$

где  $p$  – дипольный момент одной частицы.

$n$  – концентрация частиц.



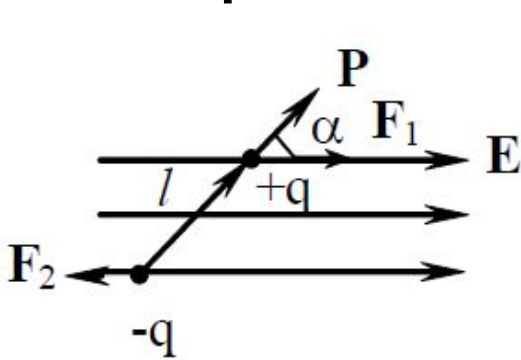
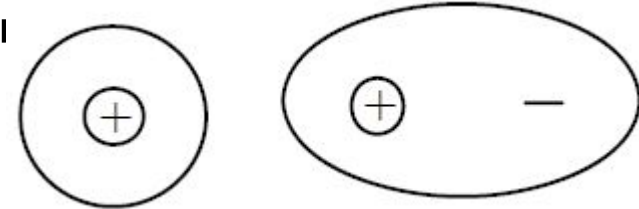
# 1.6 Поляризация диэлектриков

В отсутствие внешнего поля вектор поляризации неполярного диэлектрика равен нулю.

Во внешнем поле разноименные заряды молекул смещаются в разные стороны, и молекула приобретает некоторый дипольный момент, направленный вдоль поля

Т.к. внешние поля намного меньше электрического поля внутри молекулы, то такая поляризация носит упругий характер. Вектор поляризации при этом пропорционален электрическому полю. В СИ эта зависимость такая:  $P = \chi \epsilon_0 E$

где  $\chi$ -безразмерный коэффициент пропорциональности называется диэлектрической восприимчивостью



**В отсутствие внешнего поля молекулы полярного диэлектрика ориентированы хаотически, и вектор поляризации равен нулю.** Действие внешнего поля приводит к частичной ориентации молекулы, на которую действует вращающий момент

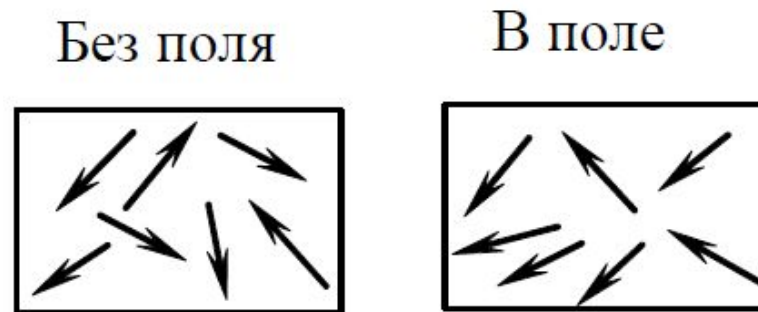
$$F_1 = qE, \quad F_2 = -qE$$



## 1.6 Поляризация диэлектриков

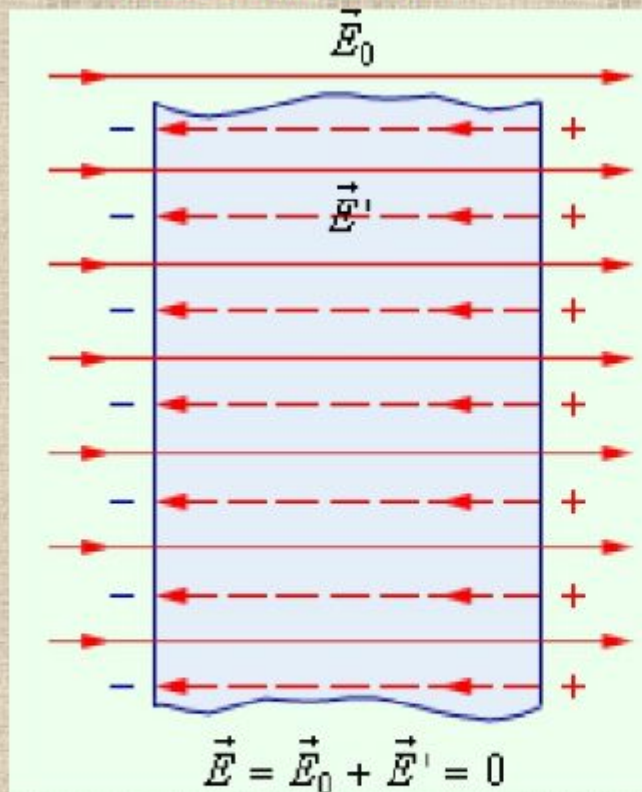
- Силы  $F_1 = qE$ ,  $F_2 = -qE$  образуют пару, механический момент которого  
$$M = Fl \sin \alpha = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha, \quad \mathbf{M} = [\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}]$$

- В результате молекулы приобретают частичную ориентацию (ориентации препятствует тепловое движение), и вектор поляризации становится отличным от нуля:



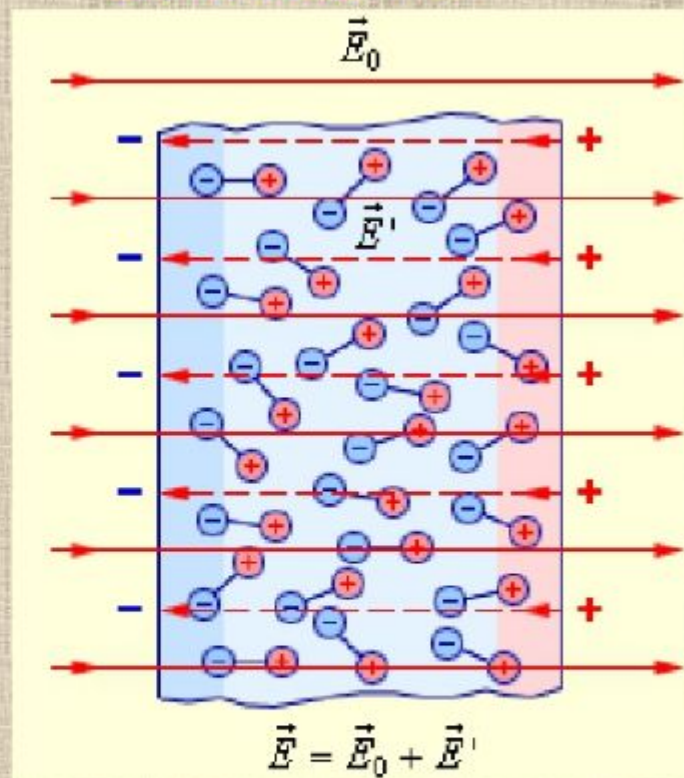
- И в этом случае при не слишком больших полях  $\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}$ .
- Рассмотренную группу явлений, приводящую к появлению в объеме диэлектрического момента, называют диэлектрической поляризацией**

## Проводники



Электростатическая индукция

## Диэлектрики



**Поляризация** - смещение положительных и отрицательных зарядов диэлектрика в противоположные стороны.

# 1.7 Вектор поляризации и связанные заряды

Плотность поляризованных зарядов определяется вектором поляризации

Рассмотрим для простоты объем однородного диэлектрика в форме прямоугольного параллелепипеда (см. рис.), помещенного в электрическое поле.

При этом диэлектрик поляризуется, и на его противоположных гранях  $S$  возникнут связанные заряды, с поверхностной плотностью  $\pm \sigma'$ .

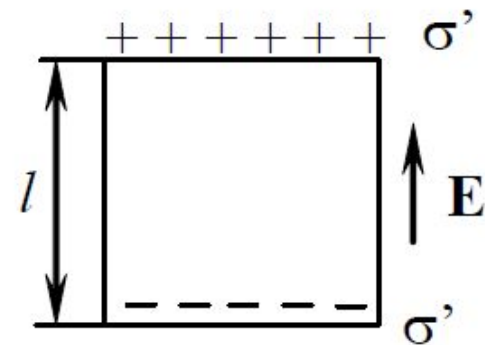
Величина  $p = P V$ , где  $P$  – вектор поляризации,  $V = lS$  – объем;

$$p = q'l = \sigma'Sl$$

с другой стороны  $p = P Sl$  и  $p = \sigma'Sl$ , находим  $P = \sigma'$

Сопоставляя оба выражения:

если вектор поляризации не перпендикулярен поверхности, на которой возникает поляризационный заряд, то расчет показывает, что плотность свя  $\sigma' = P_n$  заряда численно равна нормальной составляющей вектора поляризации:

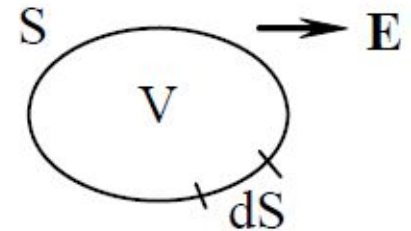


# 1.7 Вектор поляризации и связанные заряды

□ В большинстве диэлектриков поляризация неоднородна, поэтому в них появляются **объемные поляризационные заряды  $q'$** .

□ Вычислим теперь величину объемных поляризационных зарядов

□ Для этого в диэлектрике, помещенном в электрическое поле, выделим произвольный объем  $V$ , ограниченный поверхностью  $S$  (см. рис.)

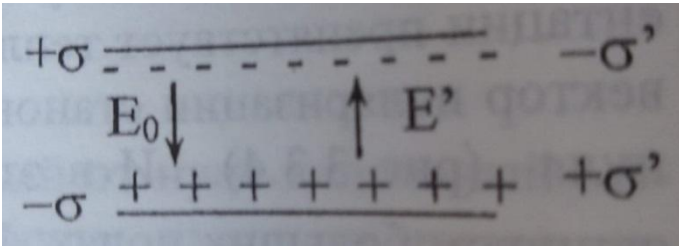


□ За счет поляризации внутрь площадки  $dS$  сместится отрицательный заряд согласно  $\sigma' = P_n$ , равный  $dq' = -q'dS = -P_n dS$ .

□ Через всю поверхность  $S$  внутрь объема  $V$  при поляризации поступит поляризационный заряд

$$q' = \oint_S P_n dS. \quad \text{- Теорема Гаусса для поляризации}$$

# 1.8 Электрическое поле в диэлектриках



Поляризационные заряды диэлектриков создают свое поле  $E'$ , противоположное внешнему  $E_0$ . Результирующее поле при этом  $E = E_0 + E'$ .

Случай поля между двумя плоскопараллельными пластинами, между которыми находится диэлектрик. Результирующее поле при этом  $E = E_0 - E'$

Т.к.  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  то  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$        $\sigma' = P = \chi\epsilon_0 E$       з-т  $E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\epsilon}$

Величину  $\epsilon = 1 + \chi$  называют **относительной диэлектрической проницаемостью** среды. Она показывает, во сколько раз поле в диэлектрике ослабляется по сравнению с вакуумом. Значения ее различны:

вещество	$\epsilon$
Газы	1,002÷1,0060
Жидкости(вода)	1,8÷81
Стекло	4÷7



# 1.9 Теорема Гаусса для диэлектриков. Электрическое смещение

▣ **Влияние диэлектрика на электрическое поле сводится к действию поляризационных зарядов.**

▣ К диэлектрикам также можно применить формулу добавив к свободным зарядам  $Q$  поляризационные  $q'$ :

$$\Phi = \frac{Q_1}{\epsilon_0} + \frac{Q_2}{\epsilon_0} + \dots = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_i$$

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} (Q + q') \quad \text{или} \quad \oint \mathbf{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} (Q + q')$$

▣ Подставим значение  $q'$  из  $q' = \oint_S \mathbf{P}_n dS$ . получим  $\oint (\epsilon_0 \mathbf{E}_n + \mathbf{P}_n) dS = Q$

▣ Введем новый вектор  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$  который называют **вектором электрического смещения или электрической индукции**. Тогда:

$$\oint \mathbf{D}_n dS = Q \quad \text{- теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике}$$

▣ **Поток вектора  $\mathbf{D}$  через замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами, охватываемыми этой поверхностью**

▣ Вектор  $\mathbf{D}$  не является силовой характеристикой поля. Это есть вспомогательная величина, с помощью которой определяется  $\mathbf{E}$ , этим и оправдывается введение вектора  $\mathbf{D}$ . Он связан простым соотношением с  $\mathbf{E}$ . Так как  $\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}$ . то

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$$



## 1.10 Сегнетоэлектрики

■ Существует группа кристаллических диэлектриков – «сегнетоэлектрики», поляризуемость которых очень велика ( $\chi \sim 10^4$ ).

**Сегнетоэлектрики обладают рядом особенностей:**

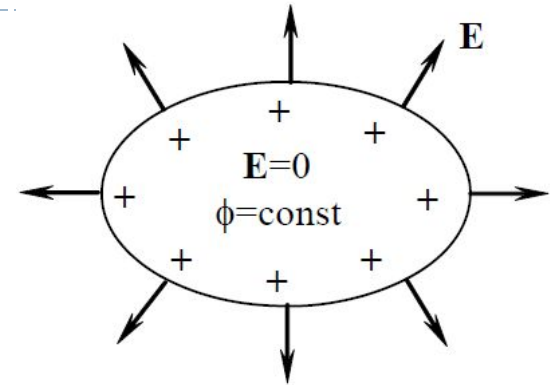
1. Вектор поляризации в таких диэлектриках определяется не только напряженностью поля, но и предшествующим состоянием образца.
2. В них сохраняется остаточная поляризация.

Сегнетова  
соль



## 2.1 Электроемкость проводников. Электрическое поле заряженного проводника

- Если к проводнику добавить или отнять у него часть электронов, то он оказывается заряженным отрицательно или положительно.
- Избыточные заряды могут перемещаться по проводнику только под действием внешнего поля.
- При равновесии зарядов на заряженном проводнике направленное движение их отсутствует. Это означает, что поле внутри проводника равно нулю (см. рис.).
- Отсутствие поля внутри проводника приводит к отсутствию и избыточного заряда внутри него (по теореме Гаусса), а также означает постоянство потенциала внутри проводника.
- Потенциал на поверхности проводника также постоянен, что следует из непрерывности потенциала как функции координат.
- Электрические заряды располагаются лишь вдоль поверхности проводника с некоторой плотностью  $\sigma$  и создают вне его электрическое поле, напряженность которого пропорциональна плотности поверхностных зарядов.



## 2.2 Электроемкость

---

□ Увеличение заряда на проводнике пропорционально увеличению напряженности поля, что приводит в свою очередь к возрастанию потенциала проводника. Следовательно, потенциал проводника пропорционален его заряду:

$$q = C\varphi.$$

- **Коэффициент пропорциональности между зарядом и потенциалом проводника  $C$  называют электроемкостью.**
- Емкость численно равна заряду, который надо сообщить уединенному проводнику, чтобы повысить его потенциал на единицу. Эта величина характеризует способность тел накапливать электрические заряды.
- Электроемкость проводника не зависит от материала проводника, а зависит лишь от его формы и размера, а также свойств среды, где находится проводник.
- В СИ единица емкости – Фарада (Ф) = 1 Кл/1 В.
- На практике пользуются долями этой единицы – 1 мкФ, 1 пФ.



## 2.3 Емкость проводящей сферы

- Поле заряженной сферы обладает центральной симметрией, т.е. направление  $\mathbf{E}$  совпадает с направлением радиуса  $\mathbf{R}$ .
- По теореме Гаусса ( $r > R$ )  $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$ , откуда  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- **т.е. поле заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда, помещенного в центр сферы.**
- Вычислим потенциал заряженной сферы.
- Полагая  $\phi_\infty = 0$ , находим  $\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- Если сфера находится в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , то
$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R}$$
- Емкость сферы, погруженной в диэлектрик:  $C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon R$

## 2.4 Конденсаторы

□ На практике бывает необходимо иметь большие емкости, способные при небольшом потенциале накапливать значительный заряд.

□ Это можно достигнуть, приблизив к данному проводнику другой. При этом под действием поля заряженного проводника на поднесенном к нему другом проводнике возникают индуцированные заряды противоположного знака, поле которых ослабляет потенциал данного. Устройства, основанные на свойстве проводников, называют **конденсаторами**.

□ Простейший конденсатор представляет систему из двух проводников, которые называют обкладками. *В зависимости от их формы различают плоские, сферические, цилиндрические конденсаторы.*

□ Емкость конденсатора вычисляется по формуле:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad \text{где } \varphi_1 \text{ и } \varphi_2 \text{ — потенциалы обкладок,}$$

□  $Q$  — заряд обкладки



## 2.4 Конденсаторы

▣ Вычислим емкость плоского конденсатора с площадью обкладок  $S$ , расстояния между ними  $d$ , между которыми находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .

▣ Т.к. разность потенциалов между обкладками равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E dl = E d = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} d = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon S} d$$

▣ То из

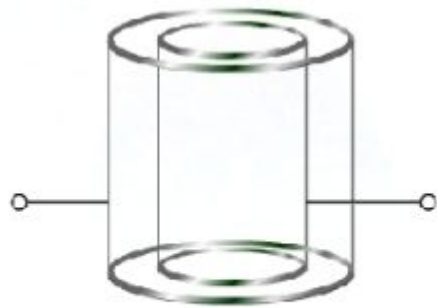
$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

следует

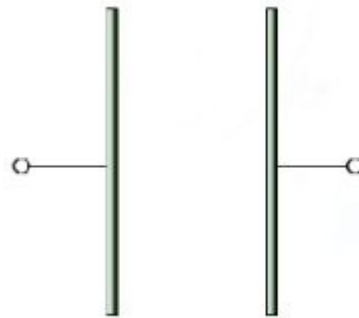
$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$



Сферический конденсатор



Цилиндрический конденсатор



Плоский конденсатор

Простейший плоский конденсатор





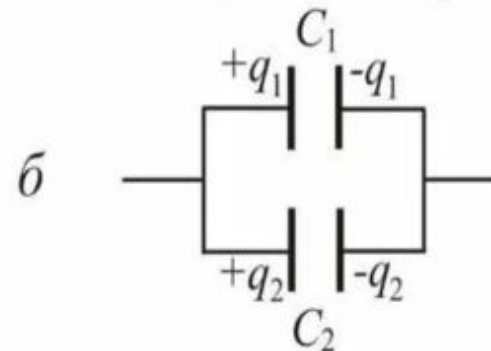
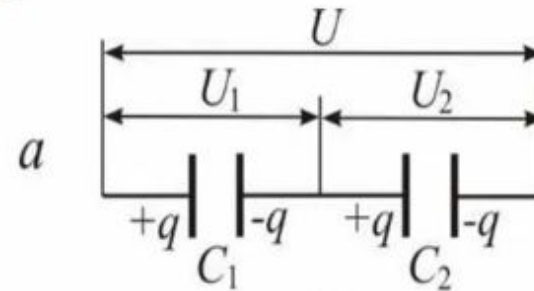
## 2.4 Конденсаторы

### СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ В БАТАРЕИ

а) последовательное соединение:

$$\left. \begin{array}{l} q = q_1 = q_2 \\ U = U_1 + U_2 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

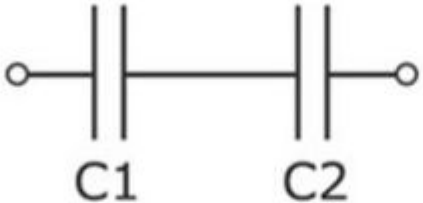
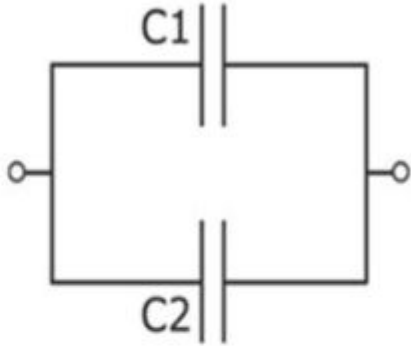


б) параллельное соединение:

$$\left. \begin{array}{l} q = q_1 + q_2 \\ U = U_1 = U_2 \end{array} \right\} \rightarrow C = C_1 + C_2$$

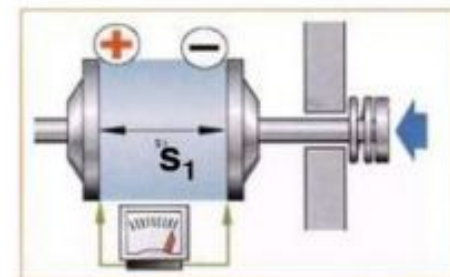
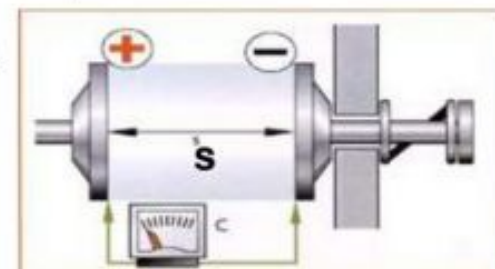
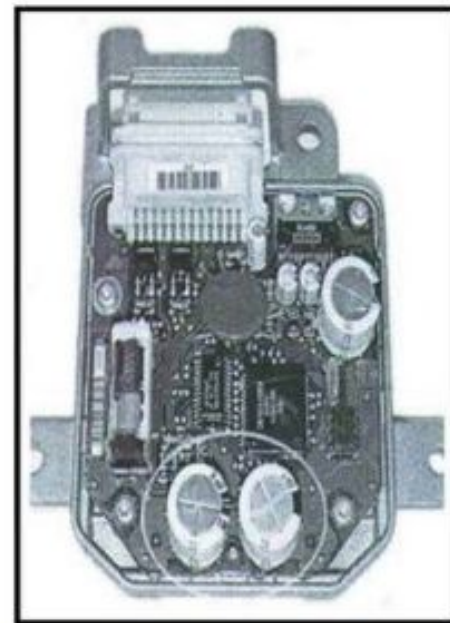
$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

## Особенности соединения конденсаторов

Вид соединения	Последовательное	Параллельное
<p>Схема соединения</p>		
<p>Напряжение</p>	$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2$	$U_{\text{общ}} = U_1 = U_2$
<p>Заряд</p>	$q_{\text{общ}} = q_1 = q_2$	$q_{\text{общ}} = q_1 + q_2$
<p>Эквивалентная емкость</p>	$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2$

## Применение конденсаторов

- В автомобиле конденсаторы используются во многих местах.
- Наиболее часто в RC цепях в роли частотных фильтров и цепях задержки.
- В чистом виде свойство конденсатора – сохранять какое то время заряд, используется в системе SRS airbag.- В блоке управления подушками безопасности и преднатяжителями ремней стоят конденсаторы большой ёмкости, энергия которых используется при обрыве провода питания во время аварии.
- Другой пример использования свойств конденсатора – изменяющаяся в зависимости от расстояния между пластинами, ёмкость конденсатора.
- Действительно, если мы приблизим одну из пластин конденсатора, к другой, то обнаружим, что количество заряда которое сможет накопить конденсатор, увеличится. На этом принципе работает датчик системы ESP, измеряющий усилие воздействия водителя на педаль тормоза. Представляет собой два керамических диска, между которыми силикон.
- Изменение частоты колебательного контура за счёт изменение площади перекрытия пластин осуществляется в подстроечных цепях радиопередатчиков.
- Преимущества ёмкостных датчиков – отсутствие механического контакта частей, а следовательно отсутствие искрения и влияния изнашивания и окисления.



# Применение конденсаторов

- во всех областях электротехники
- в фотовспышках
- используют в качестве элемента памяти или устройства хранения электрической энергии
- измерителя уровня жидкости
- в радиотехнике



- ▶ **В компьютерной технике** – клавиатура (зависимость емкости от расстояния между пластинами)
- ▶ На тыльной стороне клавиши одна пластина конденсатора, а на плате,- другая. Нажатие клавиши изменяет емкость конденсатора.



## 2.5 Энергия электростатического поля

□ Если соединить пластины заряженного конденсатора проводником, то начнется перемещение электрических зарядов, и конденсатор разрядится. Это связано с определенной работой, которую производят силы электрического поля. В результате энергия поля превратится во внутреннюю энергию проводника – он нагревается.

□ Подсчитаем эту работу, которая численно будет равна энергии электрического поля конденсатора  $W$ . При перемещении заряда  $q$  совершается работа

$$dA = -q d\varphi = -\frac{1}{C} q dq = dW \quad \text{отк} \quad W = \int_q^0 \frac{1}{C} q dq = \frac{q^2}{2C}$$

□ Используя  $C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}$ , можно получить еще два выражения для энергии электрического поля заряженного конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C}; \quad W = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}; \quad W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}$$

## 2.5 Энергия электростатического поля

---

Энергию электрического поля конденсатора можно выразить через напряженность поля  $E$ .

Так как  $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$ ,  $\varphi_1 - \varphi_2 = E d$ ,  $W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{2d} (E d)^2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V$

где  $V = S d$  – объем конденсатора.

Распределение энергии поля в пространстве характеризуется плотностью

энергии:  $\omega = \frac{dW}{dV}$ , где  $dW$  – энергия поля в малом объеме  $dV$

Для однородного поля, как в плоском конденсаторе  $\omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}$