

Формула Ньютона-Лейбница



1643—1727

$$S = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

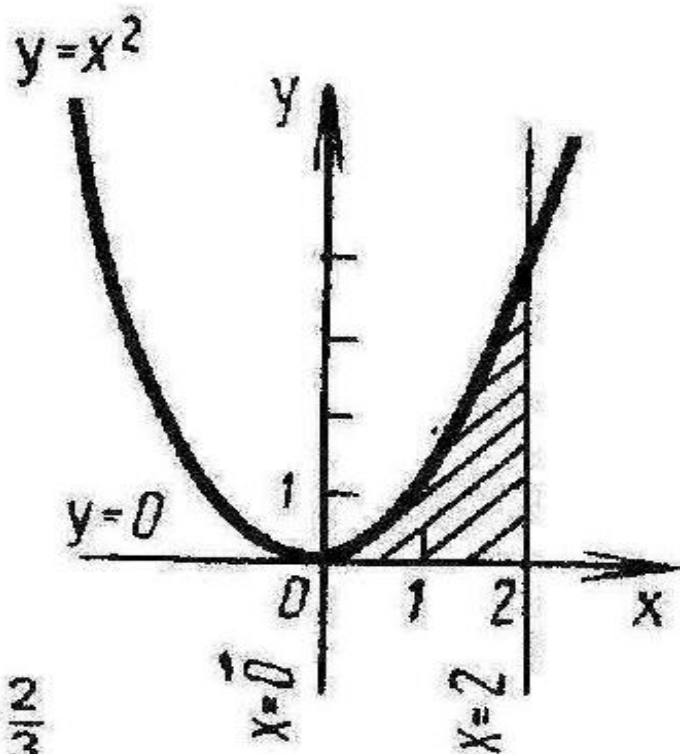


1646—1716

Образцы решения

1. $y = x^2; x = 0; x = 2; y = 0$

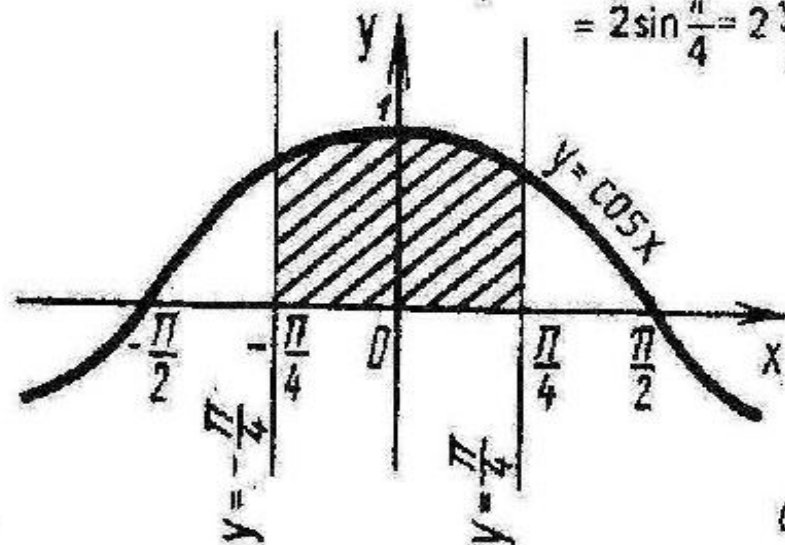
$$S = \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 2 \frac{2}{3}$$



Ответ: $2 \frac{2}{3}$

2. $y = \cos x; x = -\frac{\pi}{4}; x = \frac{\pi}{4}; y = 0$

$$S = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx = \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \sin \frac{\pi}{4} - \sin \left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{4} = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$



Ответ: $\sqrt{2}$



Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, y = 0, x = 1, x = 3$$

Решение:

$$F(x) = \frac{x^3}{3}, a = 1, b = 3,$$

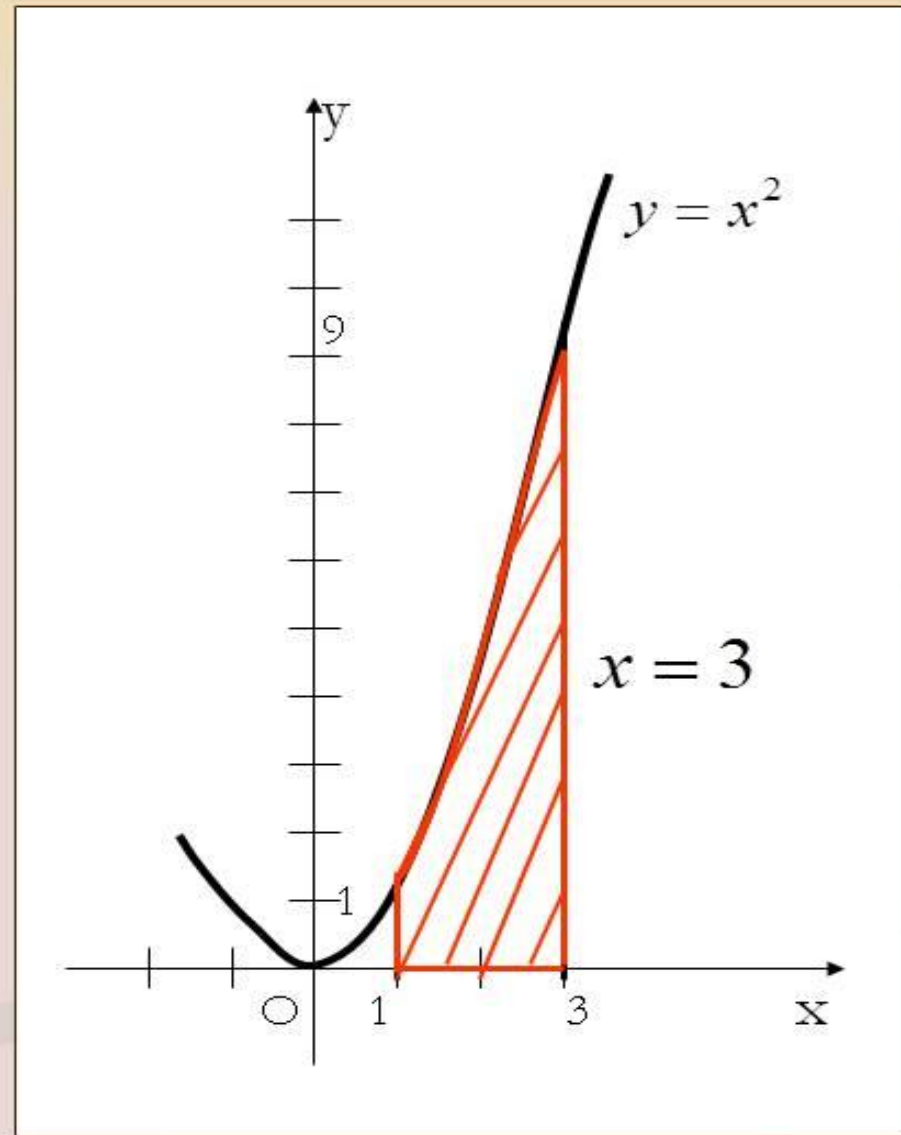
$$F(3) = 9, F(1) = \frac{1}{3}$$

$$S = F(3) - F(1)$$

$$S = 9 - \frac{1}{3} = 8\frac{2}{3}$$

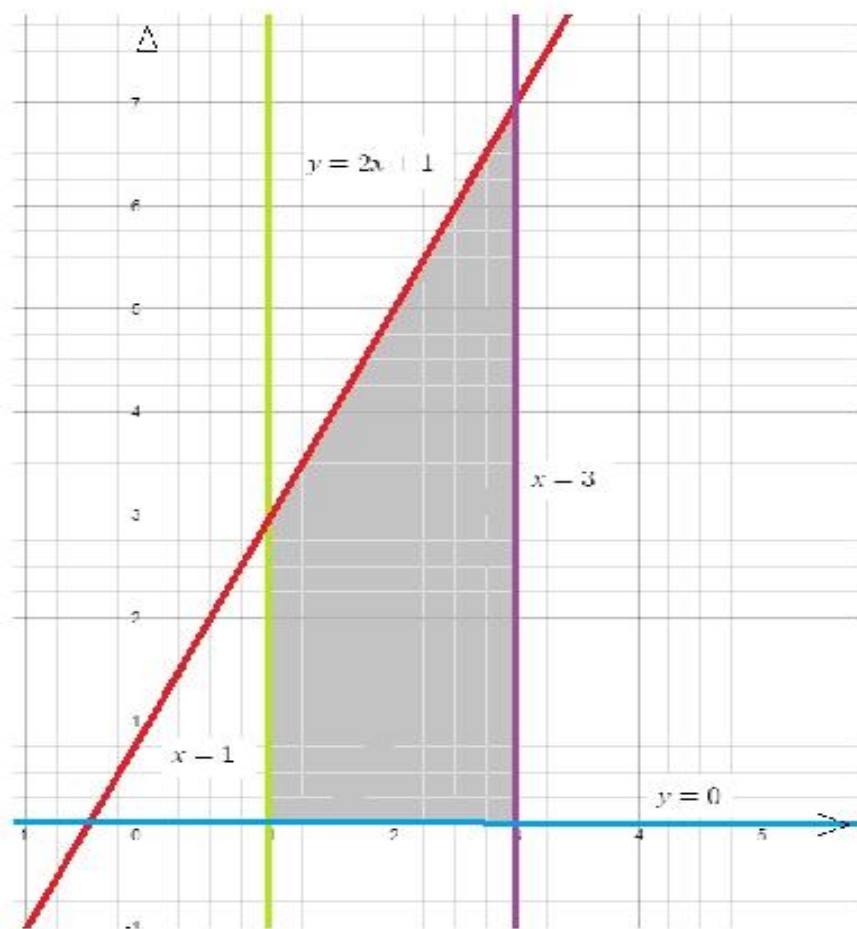
Ответ:

$$8\frac{2}{3}$$



Пример. Вычислить площадь криволинейной трапеции ограниченной линиями

$$y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = 3$$



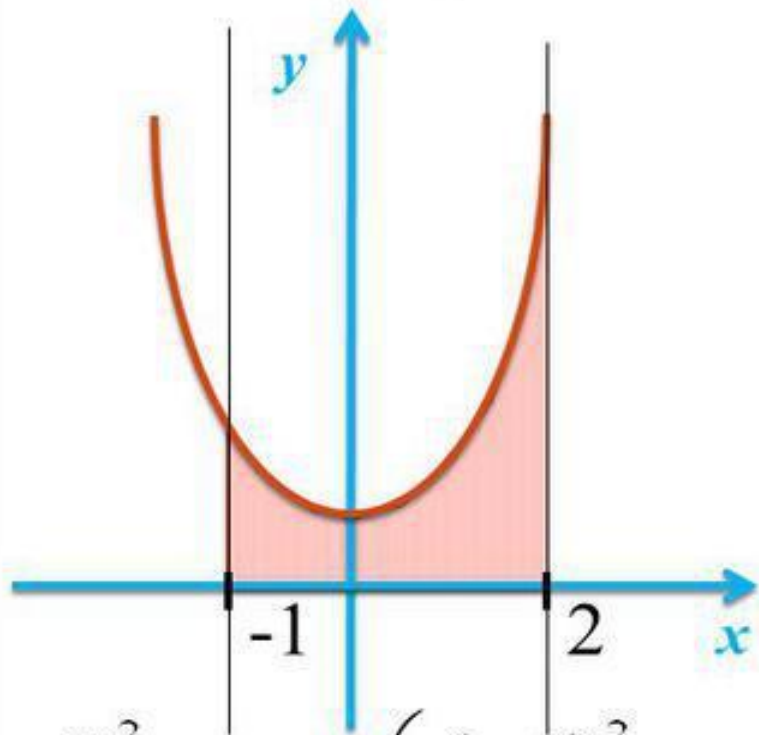
Пусть y_1 – функция которая находится ниже,
 y_2 – функция которая находится выше, и
 $x_1 < x_2$

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} (y_2 - y_1) dx &= \int_1^3 ((2x + 1) - 0) dx = \\ &= \int_1^3 (2x + 1) dx = \int_1^3 2x dx + \int_1^3 1 dx = \\ &= \frac{2x^{1+1}}{1+1} \Big|_1^3 + 1x \Big|_1^3 = \frac{2x^2}{2} \Big|_1^3 + x \Big|_1^3 = x^2 \Big|_1^3 + x \Big|_1^3 = \\ &= (3^2 - 1^2) + (3 - 1) = (9 - 1) + 2 = 10 \end{aligned}$$

№ 1

Найти площадь фигуры, ограниченной

линиями: $y = x^2 + 1$; $y = 0$; $x = -1$; $x = 2$.



$$S = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx =$$
$$= \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^2 =$$

$$= \frac{2^3}{3} + 2 - \left(\frac{(-1)^3}{3} + (-1) \right) = 6 \text{ кв. ед.}$$

1. Найти площадь фигуры,
ограниченную линиями: $y = x^2 + 2$ $x = 1$,
 $x = -2$, $y = 0$

Вычислить интегралы

$$1) \int_0^2 5 dx$$

$$3) \int_0^{\pi} \sin x dx$$

$$2) \int_0^3 2x^3 dx$$

$$4) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$5) \int_1^3 (2x - 5) dx$$