

## **Лекция 2**

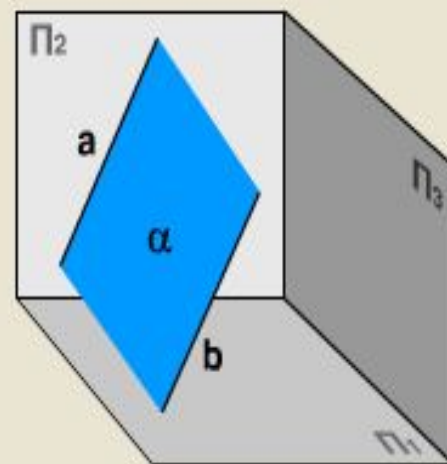
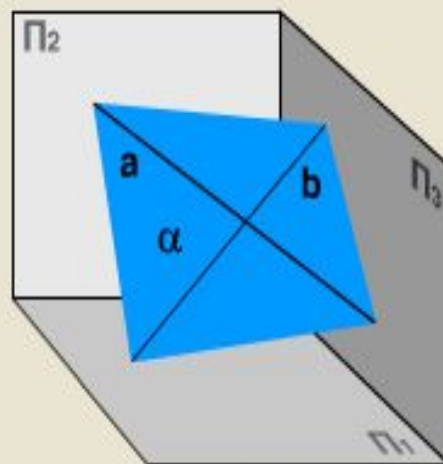
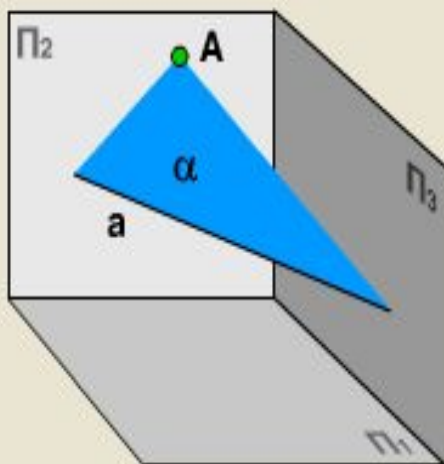
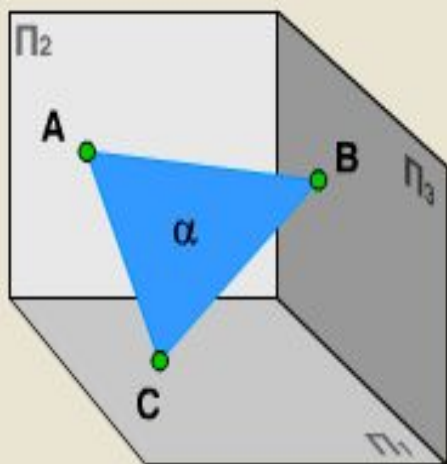
**Плоскость. Задание и изображение  
плоскости на чертеже.**

**Исследование геометрических свойств по  
изображениям на комплексном  
ортогональном чертеже**

## Плоскость. Положение плоскости в пространстве

Плоскость - элемент геометрического пространства и является простейшей поверхностью. Она безгранична в пространстве. Ограниченная часть плоскости называется отрезком. Положение плоскости в пространстве можно определить:

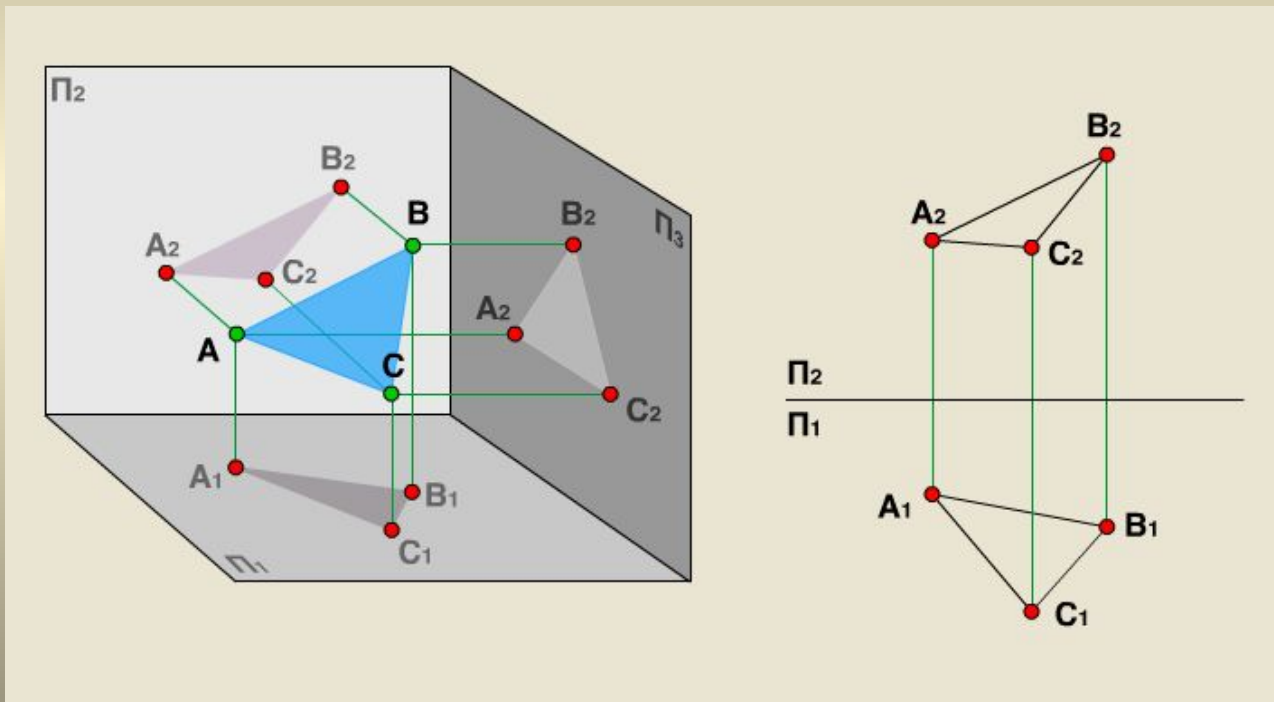
- тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- прямой и точкой вне этой прямой;
- двумя пересекающимися прямыми;
- двумя параллельными прямыми.



Плоскость относительно плоскостей проекций может занимать **общее** и **частное положения**.

Плоскость **общего положения** - плоскость не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций.

Пример комплексного чертежа плоскости, заданной тремя точками, не лежащими на одной прямой.



**Модель плоскости  
общего положения**

**Комплексный чертеж  
плоскости общего положения**

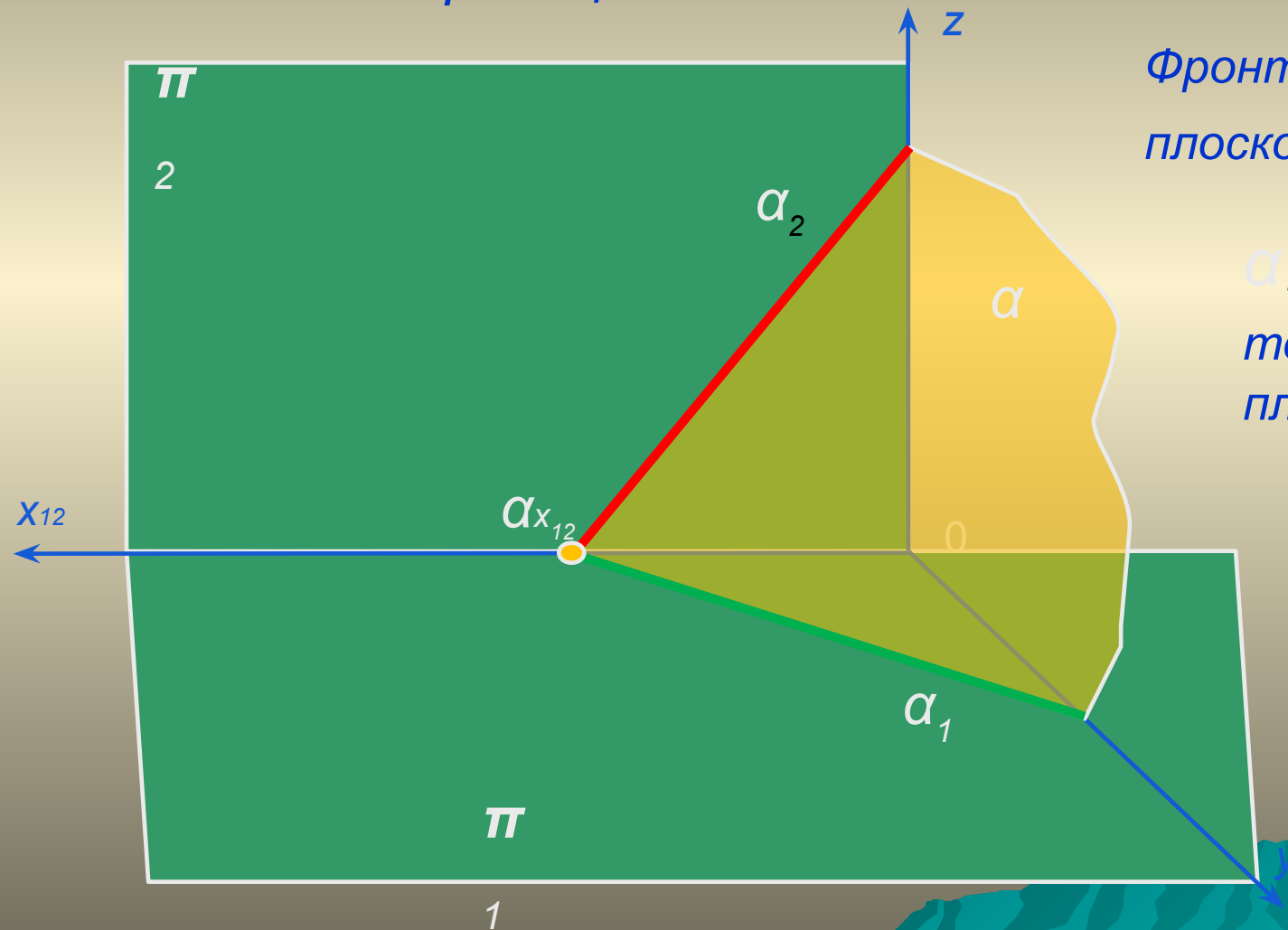
# Плоскость, заданная следами

*Следом плоскости называют линию пересечения плоскости с плоскостью проекций.*

*Горизонтальный след  
плоскости  $\alpha \cap \pi_1 = \alpha_1$*

*Фронтальный след  
плоскости  $\alpha \cap \pi_2 = \alpha_2$*

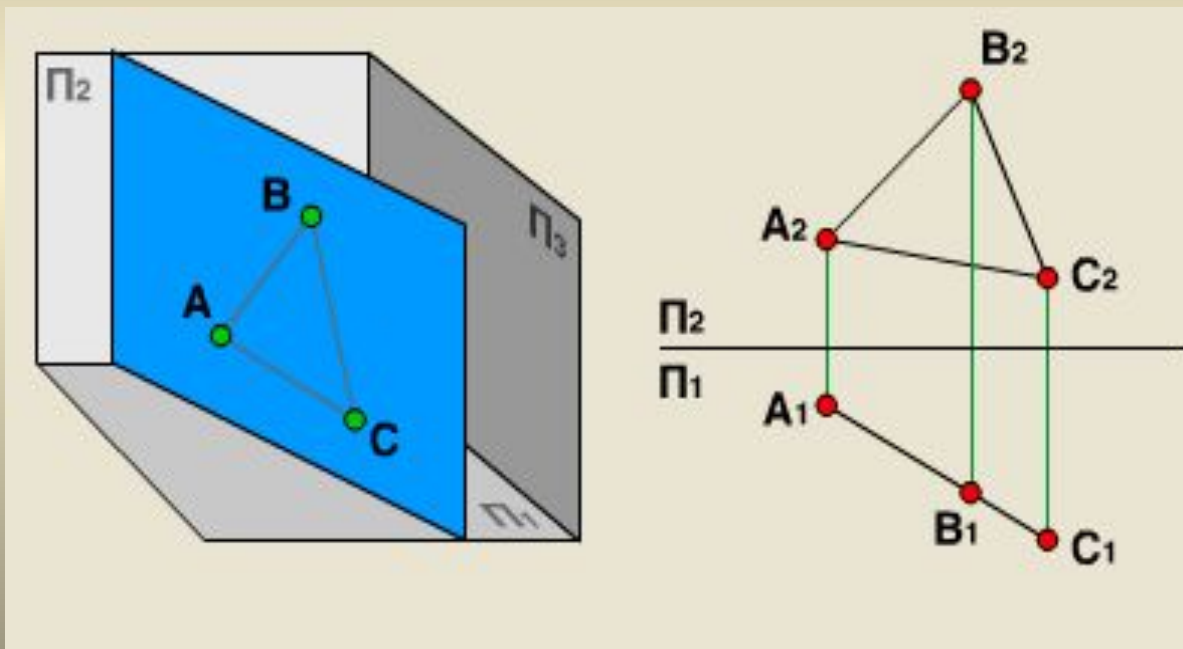
*$\alpha_1 \cap \alpha_2 = \alpha_{x_{12}}$  -  
точка схода следов  
плоскости*



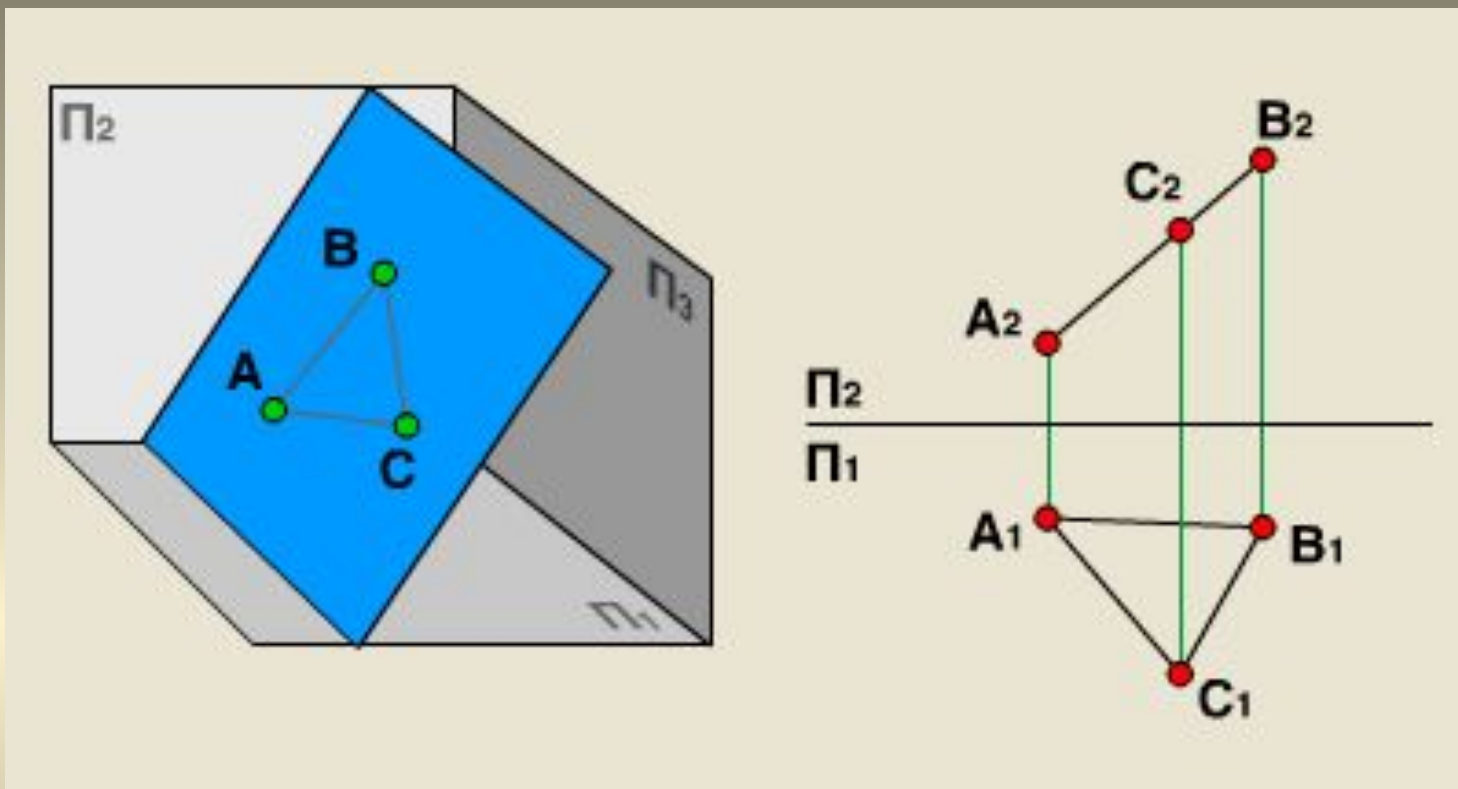
Плоскость **частного положения** – плоскость, перпендикулярная или параллельная одной из плоскостей проекций.

Плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей**.

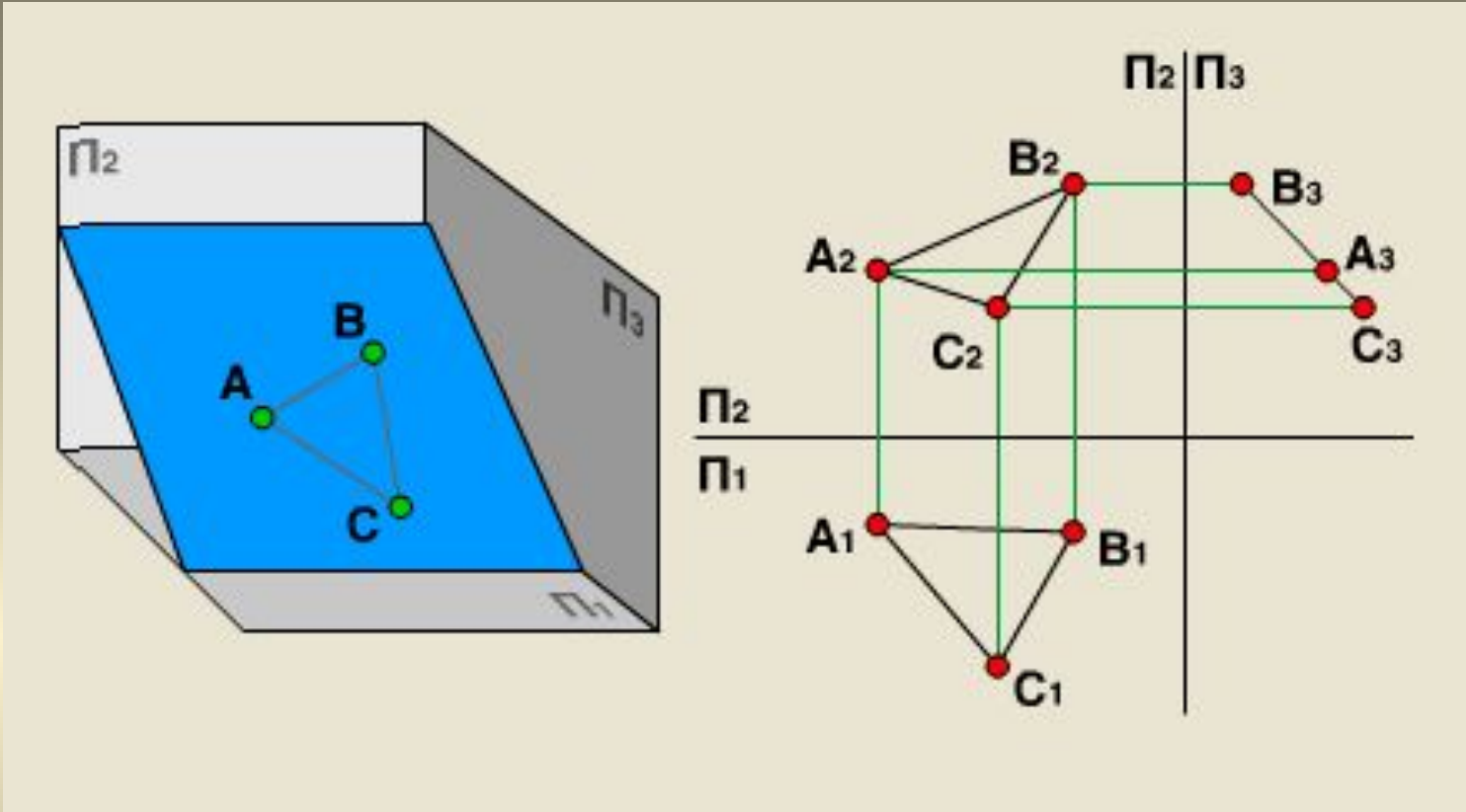
Существует три вида проецирующих плоскостей:



Горизонтально проецирующая плоскость перпендикулярна  $\Pi_1$ . На  $\Pi_1$  проекция плоскости прямая.

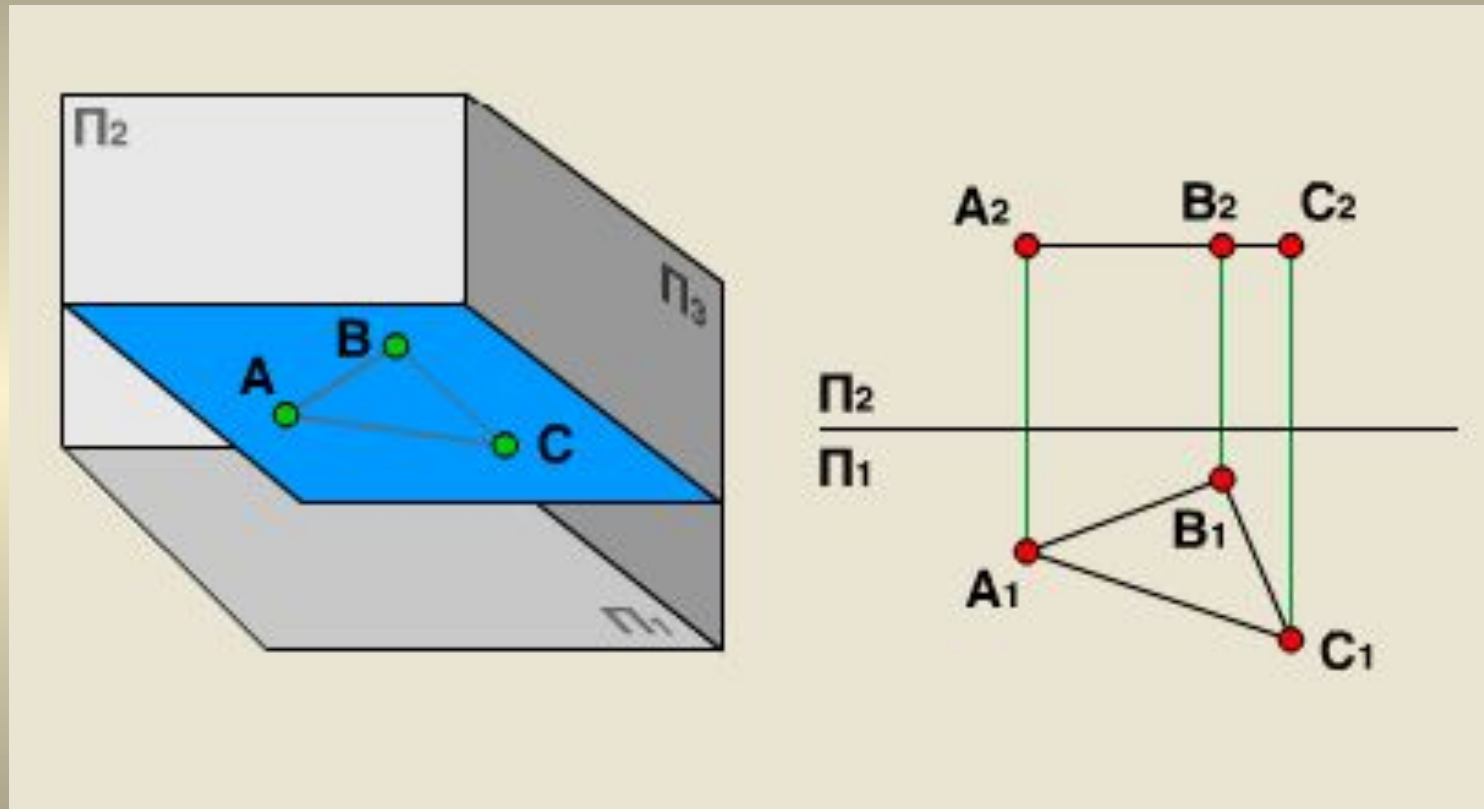


Фронтально проецирующая плоскость перпендикулярна  $\Pi_2$ .  
На  $\Pi_2$  проекция плоскости прямая.



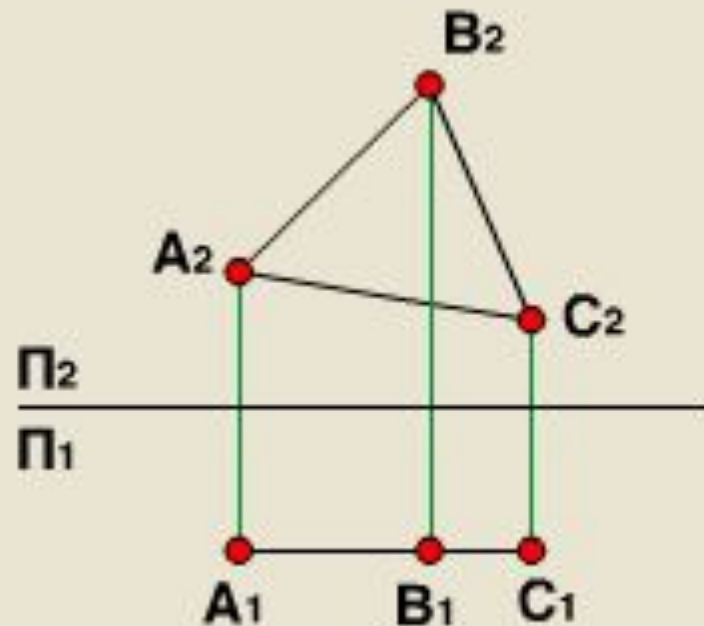
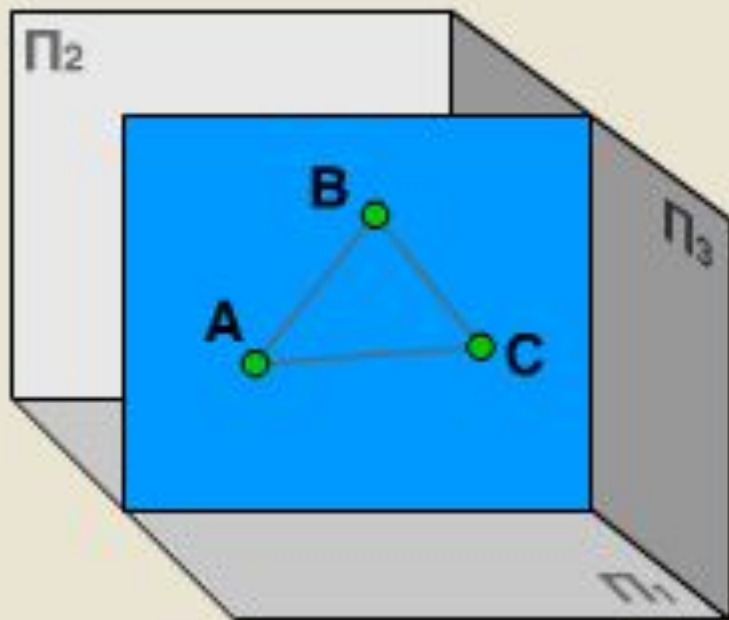
Профильно проецирующая плоскость перпендикулярна П<sub>3</sub>.  
На П<sub>3</sub> проекция плоскости прямая.

Если плоскость перпендикулярна к двум плоскостям проекций, то она называется плоскостью уровня. Следовательно, плоскость уровня всегда параллельна одной из плоскостей проекций. Существует три вида плоскостей уровня:

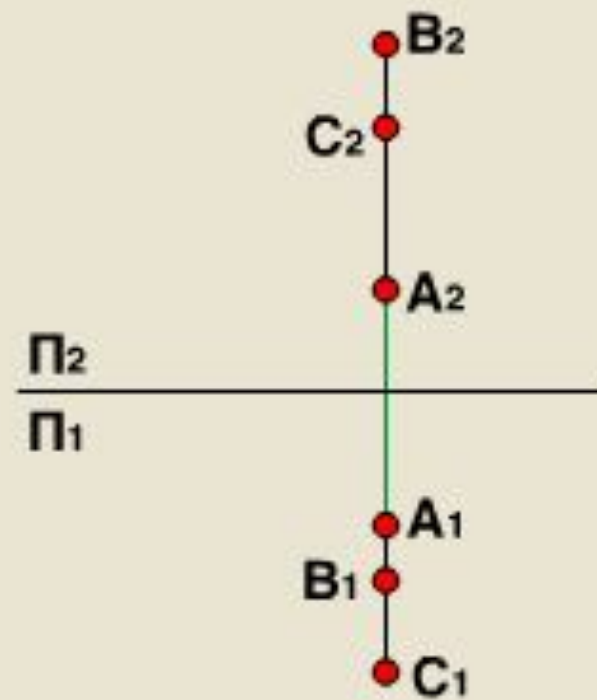
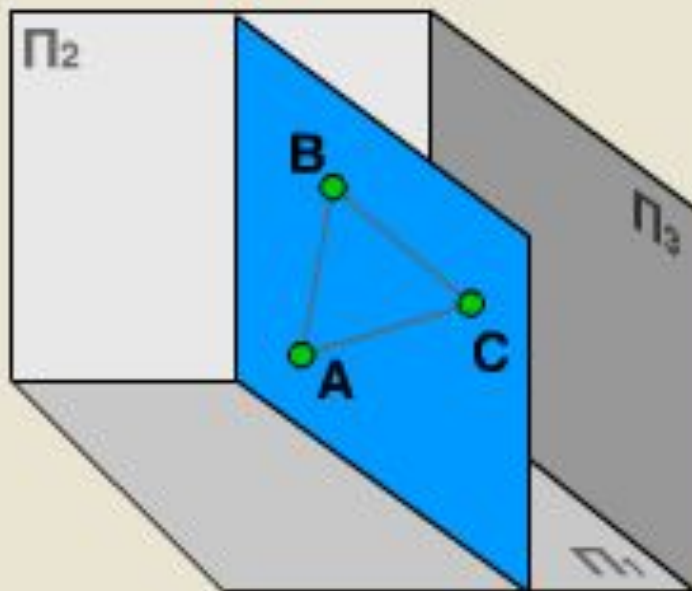


Горизонтальная плоскость уровня параллельна  $\Pi_1$ .





Фронтальная плоскость уровня параллельна  $\Pi_2$ .



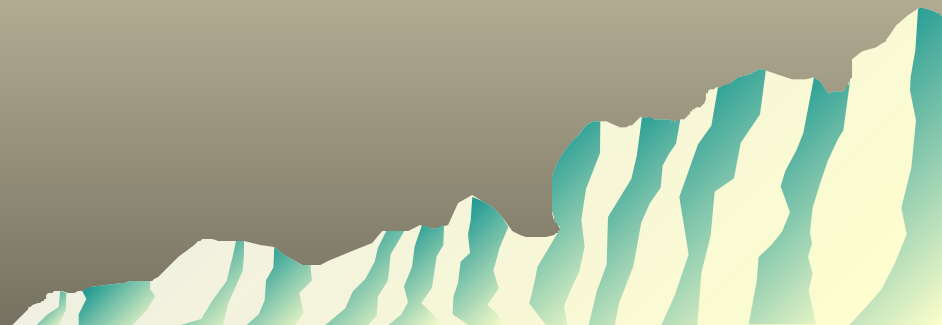
Профильная плоскость уровня параллельна П3.

## Прямая и точка в плоскости

Построение прямой, находящейся в данной плоскости основано на двух известных положениях геометрии:

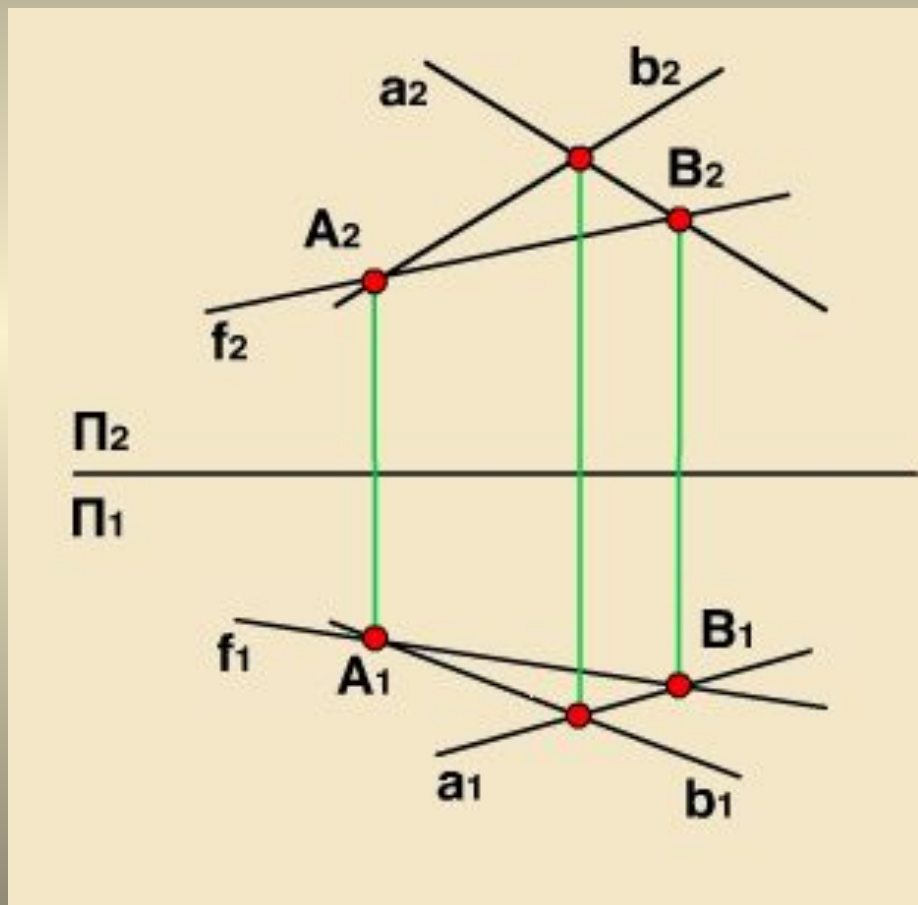
1. Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, лежащие в данной плоскости, и обратно: точка принадлежит плоскости, если она находится на прямой, расположенной в плоскости.

2. Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, лежащую в данной плоскости, и параллельная какой-либо прямой, лежащей в плоскости.



## Прямая общего положения в плоскости

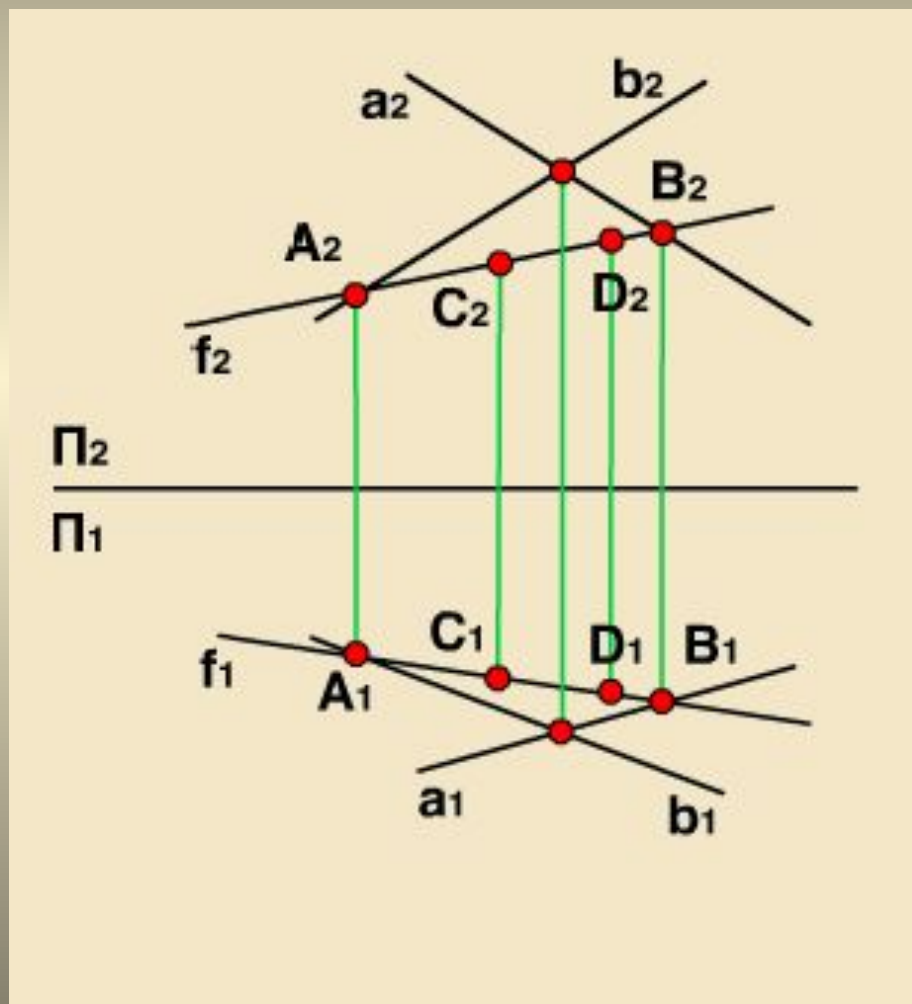
Для построения такой прямой необходимо выполнить одно из вышеперечисленных условий.



На прямых  $a$  и  $b$  возьмём две точки  $A$  и  $B$  и проведём через эти точки прямую  $f$ .

Прямая  $f$  принадлежит плоскости  $a$ , т. к. она проходит через две точки, принадлежащие данной плоскости.

Если мы отметим на прямой  $f$  точки  $C$  и  $D$ , то они так же будут принадлежать плоскости  $a$ , т. к. они принадлежат прямой, лежащей в данной плоскости.

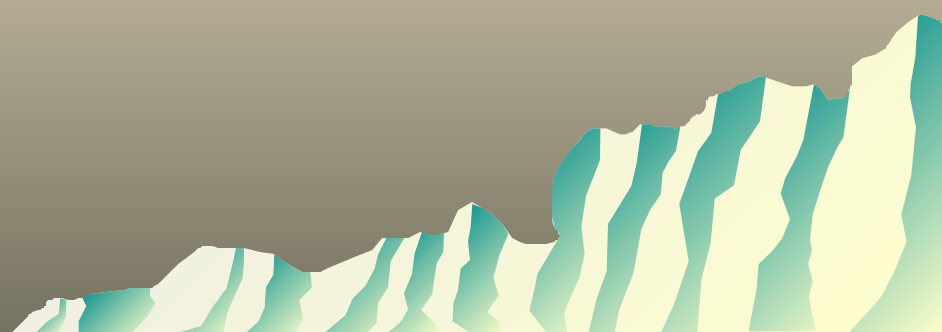


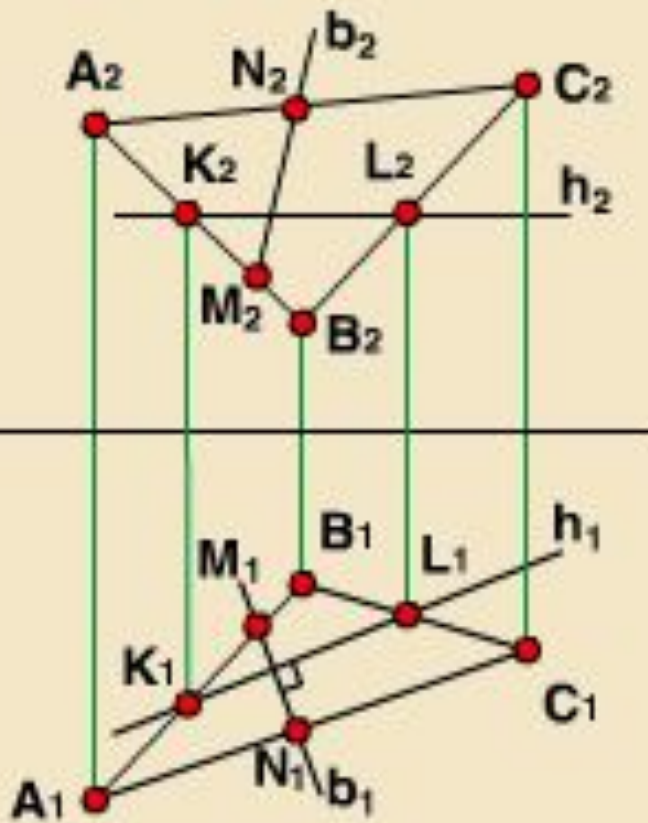
## Особые линии плоскости

**Прямые уровня** - это прямые, принадлежащие плоскости и параллельные какой-либо плоскости проекций. Эти прямые называют прямыми уровня, так как они принадлежат плоскости уровня. Существует три вида прямых уровня:

- **h** - горизонталь плоскости - прямая принадлежащая данной плоскости и  $\parallel P_1$ ;
- **f** - фронталь плоскости - прямая принадлежащая данной плоскости и  $\parallel P_2$ ;
- **w** - профильная прямая плоскости - прямая принадлежащая данной плоскости и  $\parallel P_3$ .

Ниже приводится построение линии уровня на примере горизонтали, принадлежащей плоскости  $\alpha$  ( $\Delta ABC$ ).





Проведём в плоскости  $\Delta ABC$  произвольно фронтальную проекцию горизонтали. Для построения горизонтальной проекции горизонтали через точки  $K_2$  и  $L_2$  проведем линии проекционной связи. Через полученные горизонтальные проекции точек  $K_1$  и  $L_1$  построим горизонтальную проекцию горизонтали.

Аналогичным образом выполняется построение фронтальной линии уровня и профильной прямой.

## Взаимное положение двух плоскостей

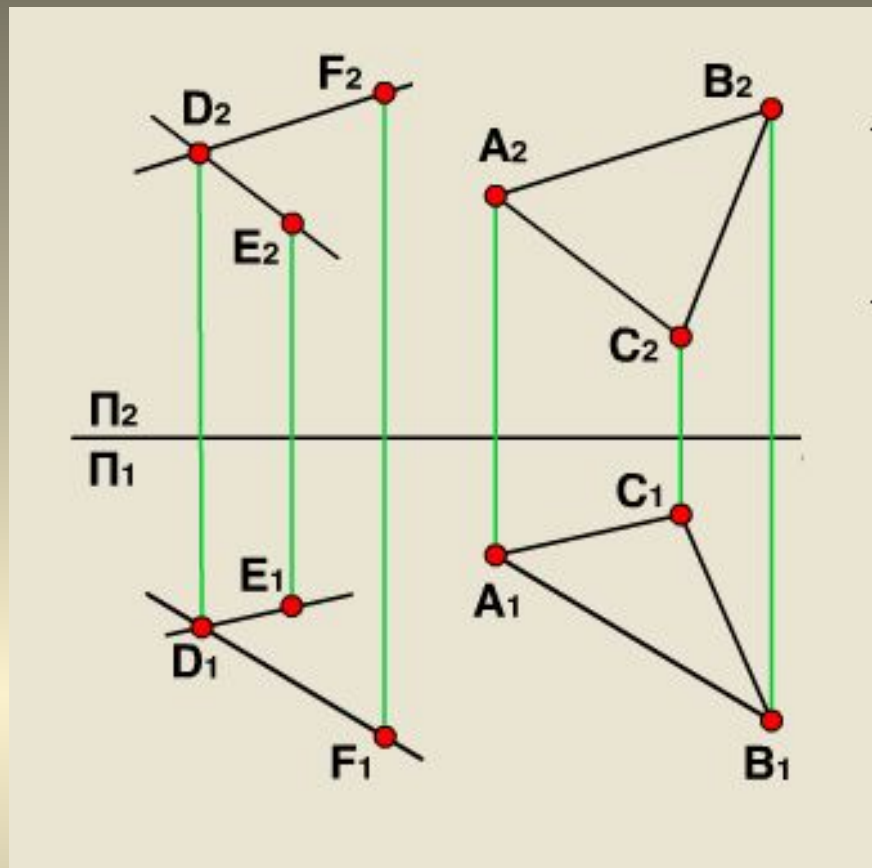
Плоскости могут быть параллельными, перпендикулярными друг другу, пересекаться.

### Параллельные плоскости

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

Пусть дана плоскость  $\alpha$ , заданная  $\triangle ABC$  и произвольная точка  $D$ . Требуется через точку  $D$  провести плоскость  $\beta$  параллельную  $\alpha$  ( $\triangle ABC$ ). Для того чтобы через точку  $D$  провести плоскость параллельную плоскости  $\alpha$  ( $\triangle ABC$ ), достаточно построить две пересекающиеся прямые, параллельные двум пересекающимся прямым плоскости  $\alpha$ , так чтобы точка  $D$  принадлежала этим прямым.

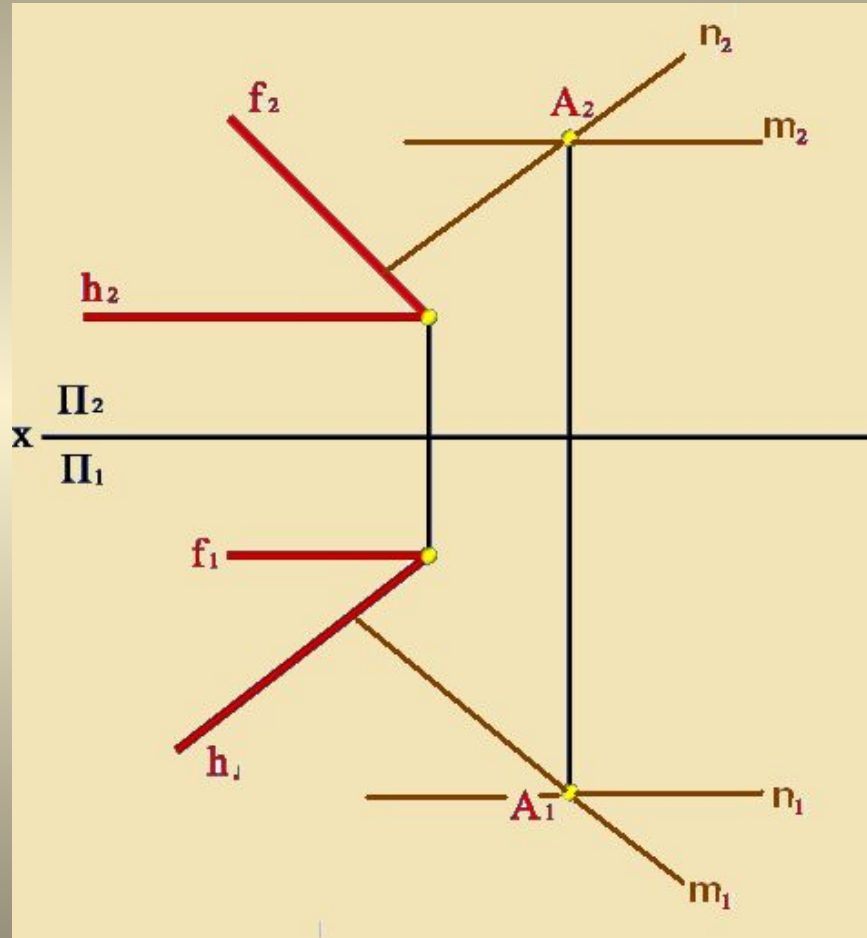




Проведём прямую  $DE \parallel AC$ , на чертеже  $D_1E_1 \parallel A_1C_1$  и  $D_2E_2 \parallel A_2C_2$  и прямую  $DF \parallel AB$ , на чертеже  $D_1F_1 \parallel A_1B_1$  и  $D_2F_2 \parallel A_2B_2$ . Две пересекающиеся прямые  $DE$  и  $DF$  определяют плоскость  $\beta$ . Плоскость  $\beta \parallel \alpha$ , так как две пересекающиеся прямые  $DE$  и  $DF$ , принадлежащие плоскости  $\beta$ , параллельны двум пересекающимся прямым  $AB$  и  $AC$ , принадлежащим плоскости  $\alpha$ .

# Перпендикулярные плоскости

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости.



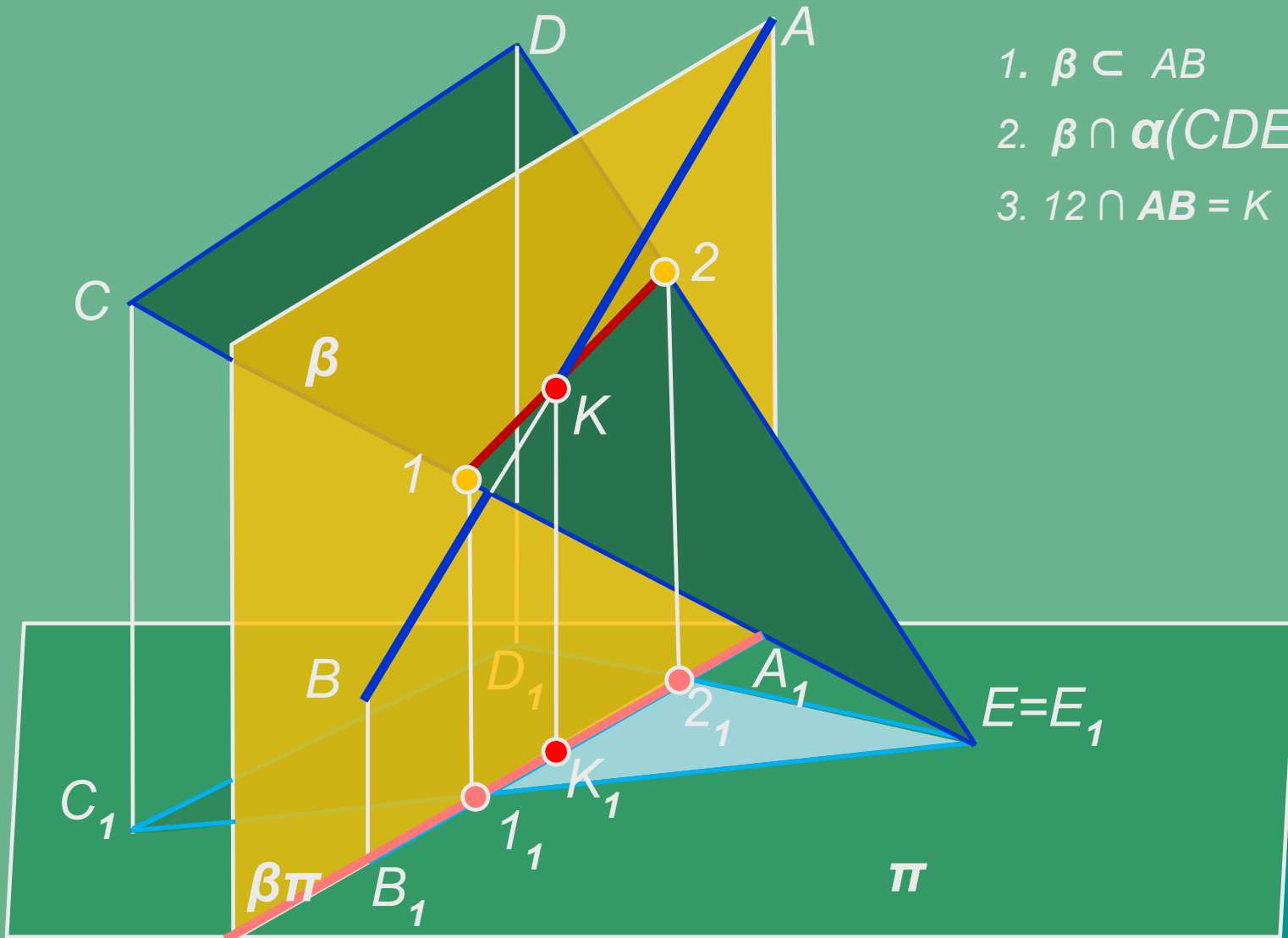
Чтобы через точку  $A$  провести плоскость, перпендикулярную плоскости  $\alpha(h, f)$ , необходимо из точки  $A$  провести прямую  $n$ , перпендикулярную плоскости  $\alpha(h, f)$  (горизонтальная проекция  $n_1$  перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали  $h_1$ , фронтальная проекция  $n_2$  перпендикулярна фронтальной проекции фронтали  $f_2$ ). Любая плоскость, проходящая через прямую  $n$ , будет перпендикулярна плоскости  $\alpha(h, f)$ , поэтому для задания плоскости через точку  $A$  проводим произвольную прямую  $m$ .

Плоскость заданная двумя пересекающимися прямыми  $m$  и  $n$ , будет перпендикулярна плоскости  $\alpha(h, f)$ .

# Алгоритм построения точки пересечения прямой с плоскостью

## с плоскостью

1.  $\beta \subset AB$
2.  $\beta \cap \alpha(CDE) = 12$
3.  $12 \cap AB = K$



# Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости

Прямая  $n \perp \alpha$ :  
 $n \perp f$  и  $n \perp h$

Если прямая  $n$  перпендикулярна плоскости, то

$n_2 \perp f_2$ , а

$n_1 \perp h_1$

