Лекция 2

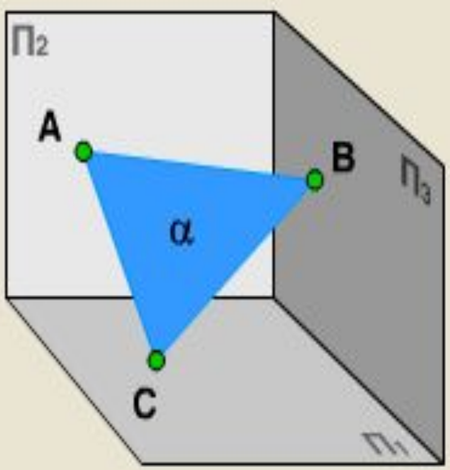
Плоскость. Задание и изображение плоскости на чертеже.

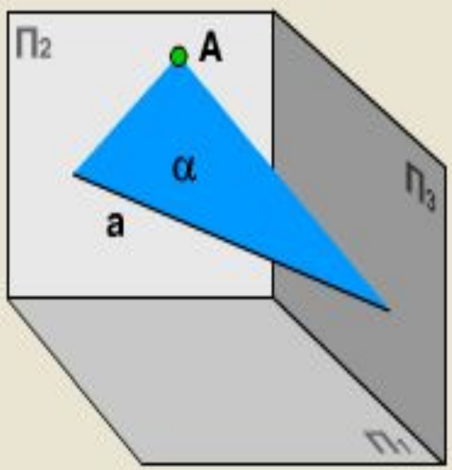
Исследование геометрических свойств по изображениям на комплексном ортогональном чертеже

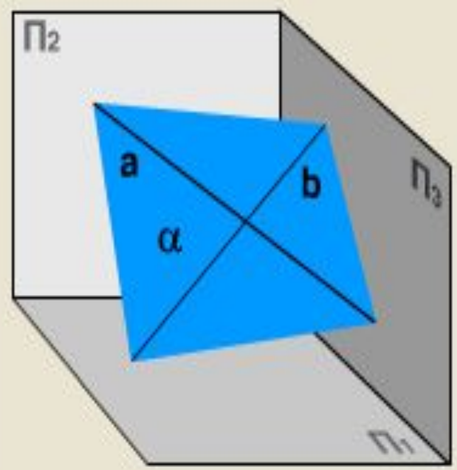
Плоскость. Положение плоскости в пространстве

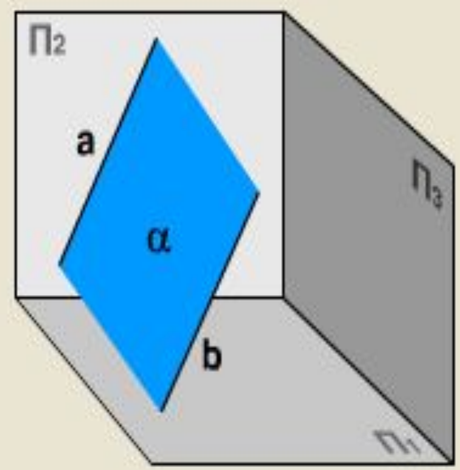
Плоскость - элемент геометрического пространства и является простейшей поверхностью. Она безгранична в пространстве. Ограниченная часть плоскости называется отсеком. Положение плоскости в пространстве можно определить:

- тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- прямой и точкой вне этой прямой;
- двумя пересекающими прямыми;
- двумя параллельными прямыми.





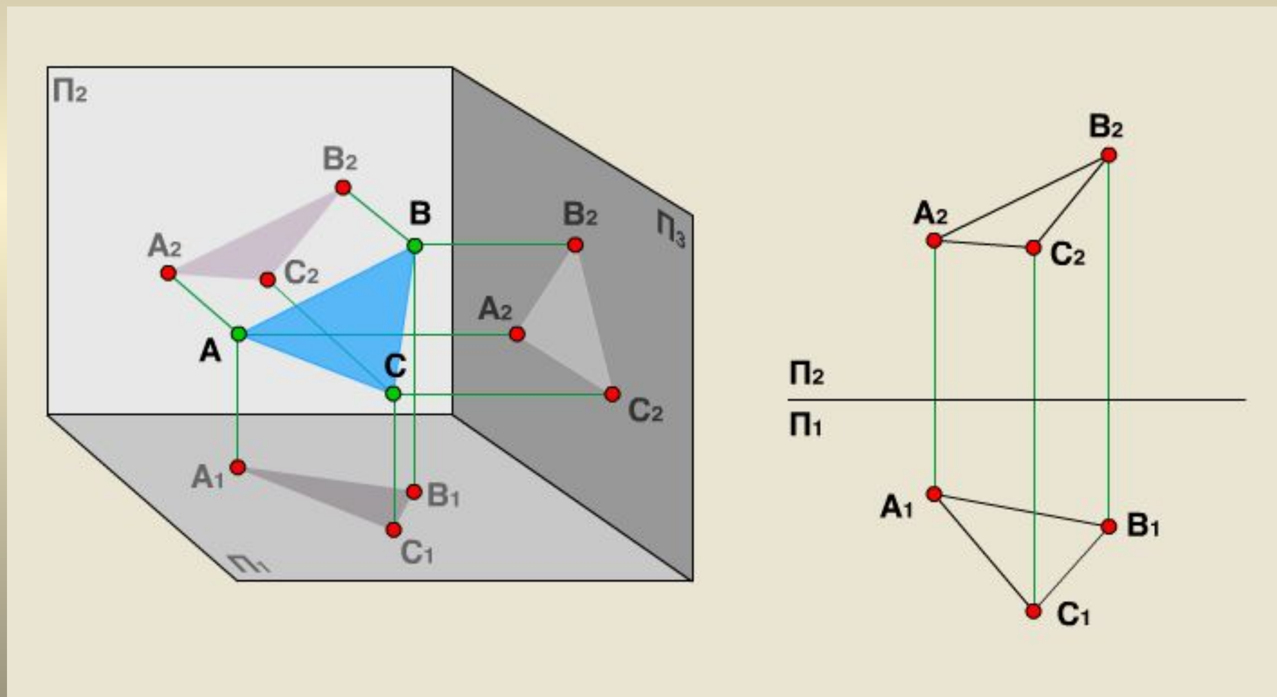




Плоскость относительно плоскостей проекций может занимать **общее** и **частное положения**.

Плоскость **общего положения** - плоскость не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций.

Пример комплексного чертежа плоскости, заданной тремя точками, не лежащими на одной прямой.



Модель плоскости общего положения

Комплексный чертеж плоскости общего положения

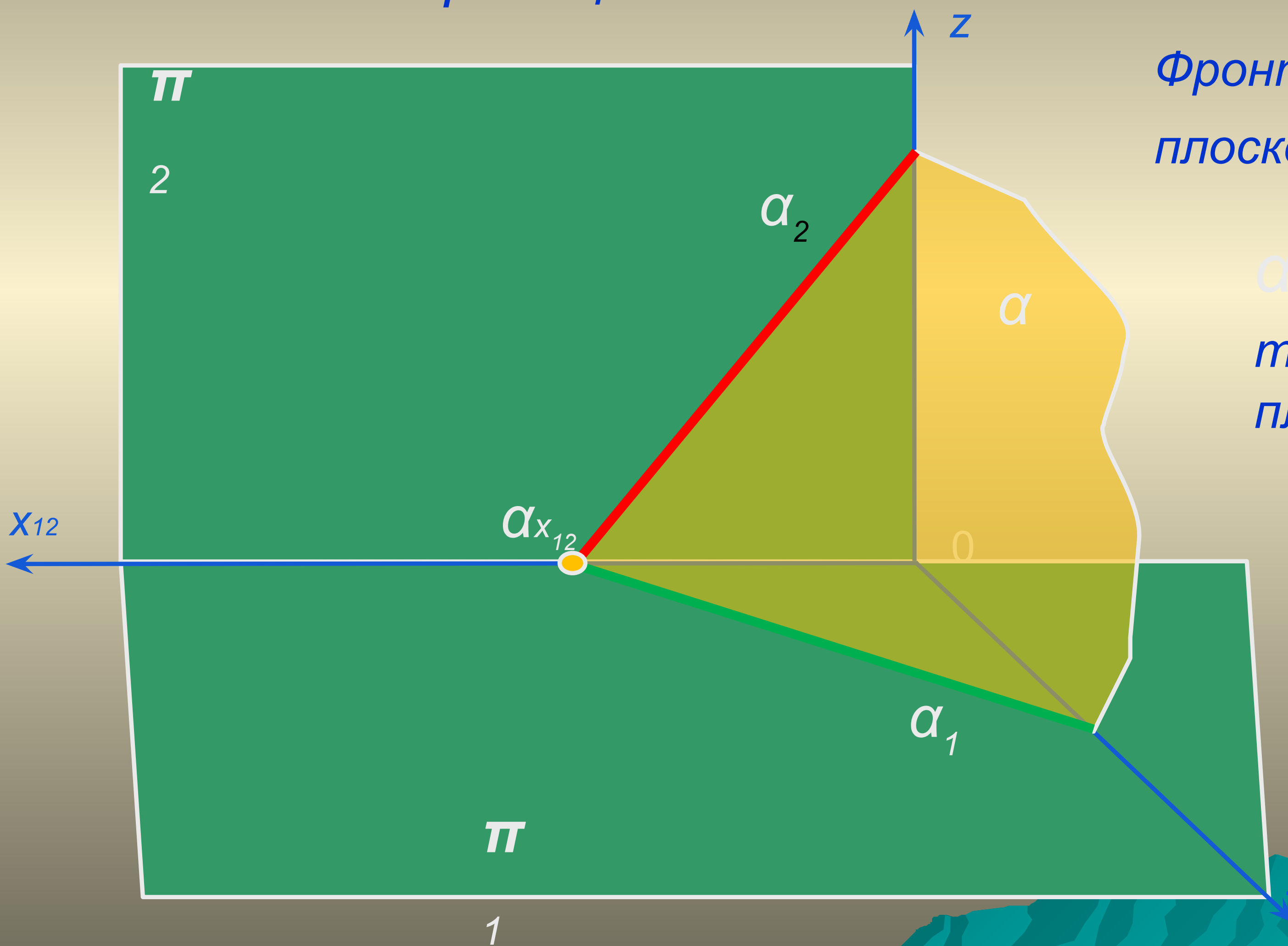
Плоскость, заданная следами

Следом плоскости называют линию пересечения плоскости с плоскостью проекций.

Горизонтальный след плоскости $\alpha \cap \boldsymbol{\pi}_1 = \alpha_1$

Фронтальный след плоскости $\alpha \cap \boldsymbol{\pi}_2 = \alpha_2$

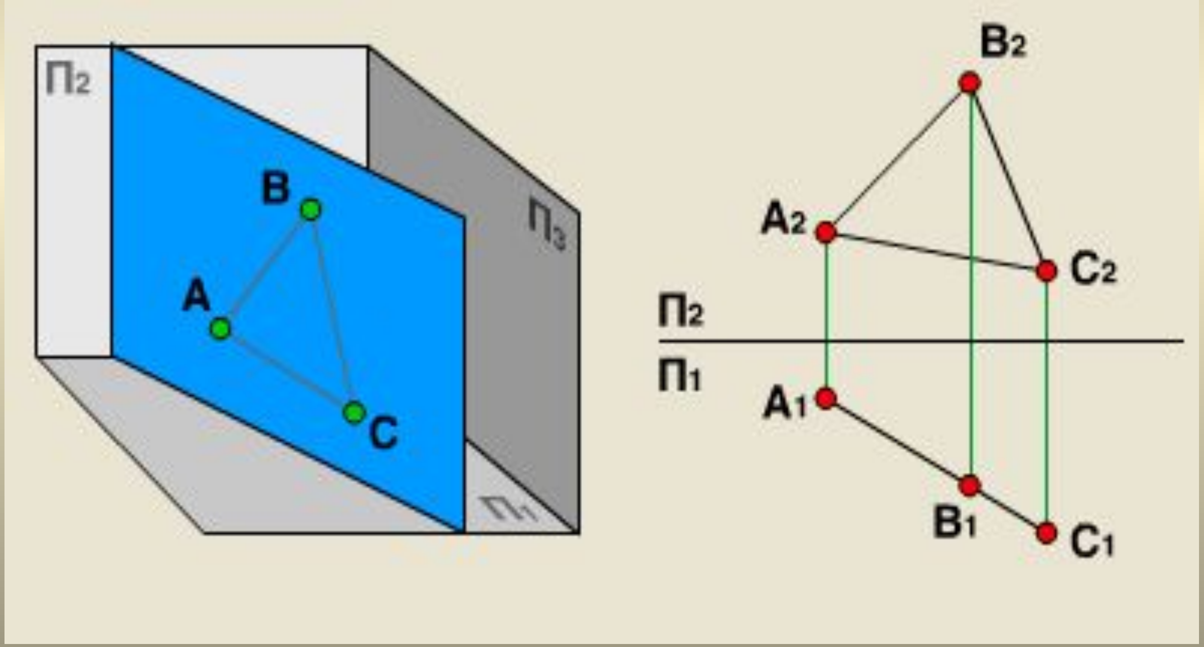
$\alpha_1 \cap \alpha_2 = \alpha_{x_{12}}$ - *точка схода следов плоскости*



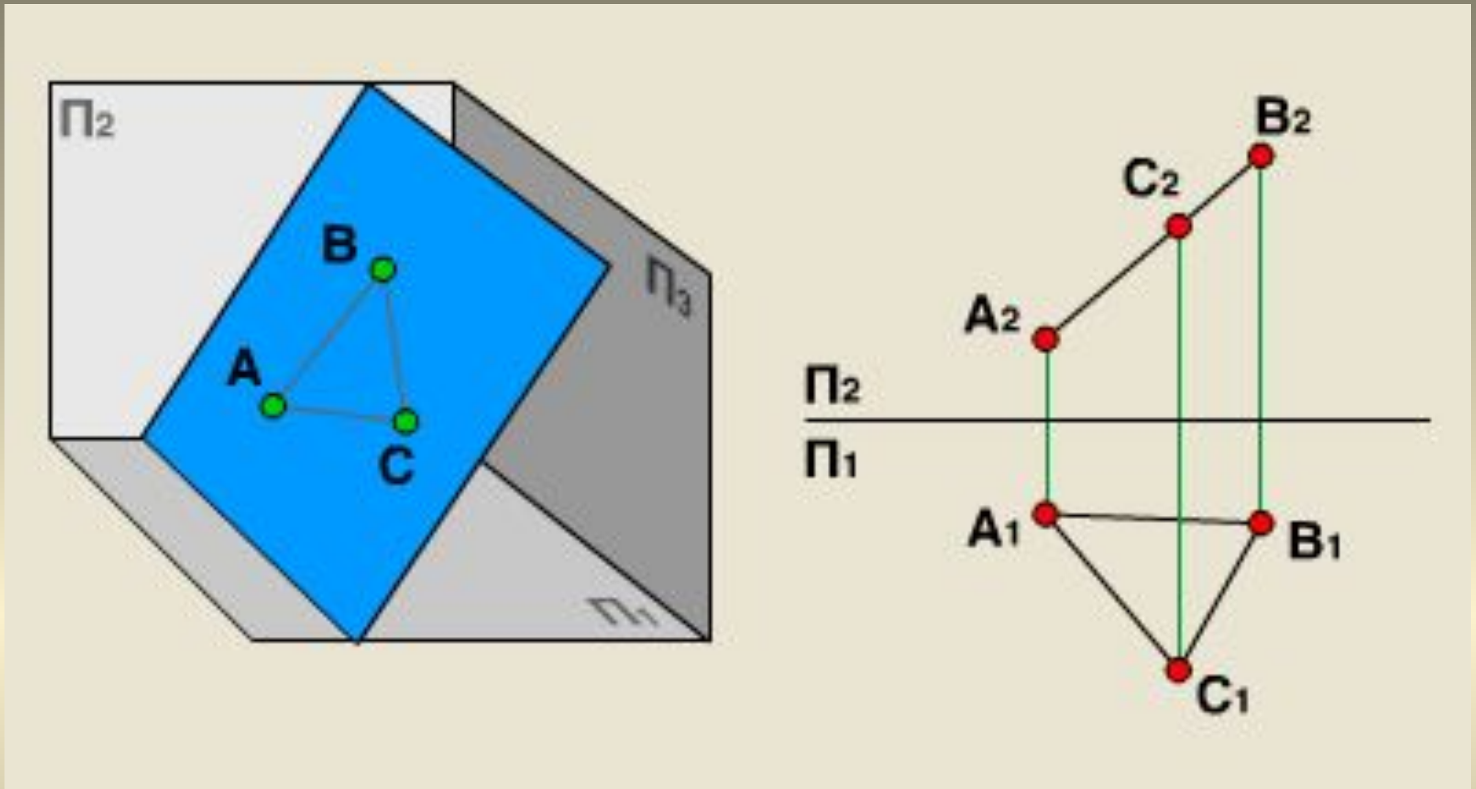
Плоскость **частного положения** – плоскость, перпендикулярная или параллельная одной из одной из плоскостей проекций.

Плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей.**

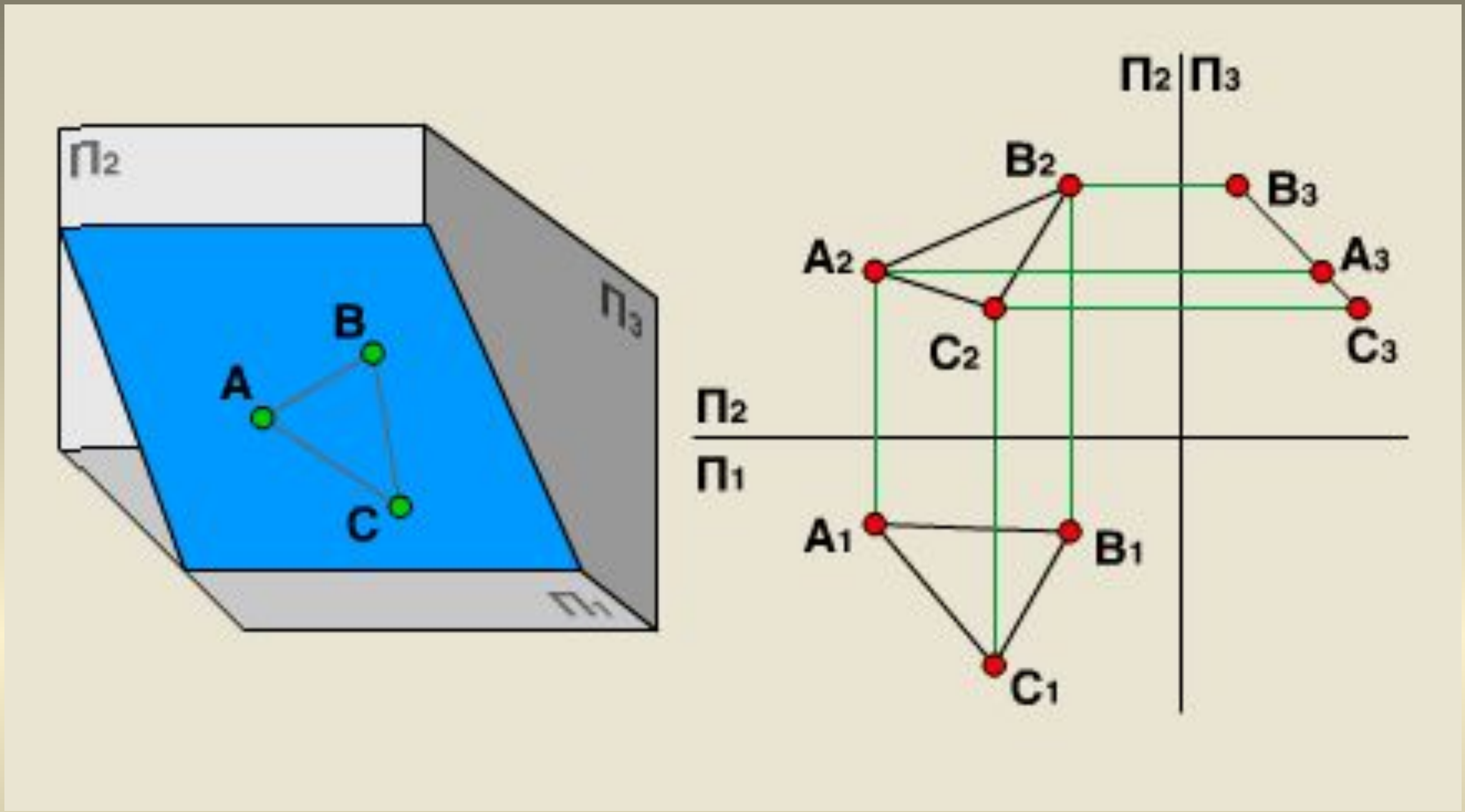
Существует три вида проецирующих плоскостей:



Горизонтально проецирующая плоскость перпендикулярна П1. На П1 проекция плоскости прямая.

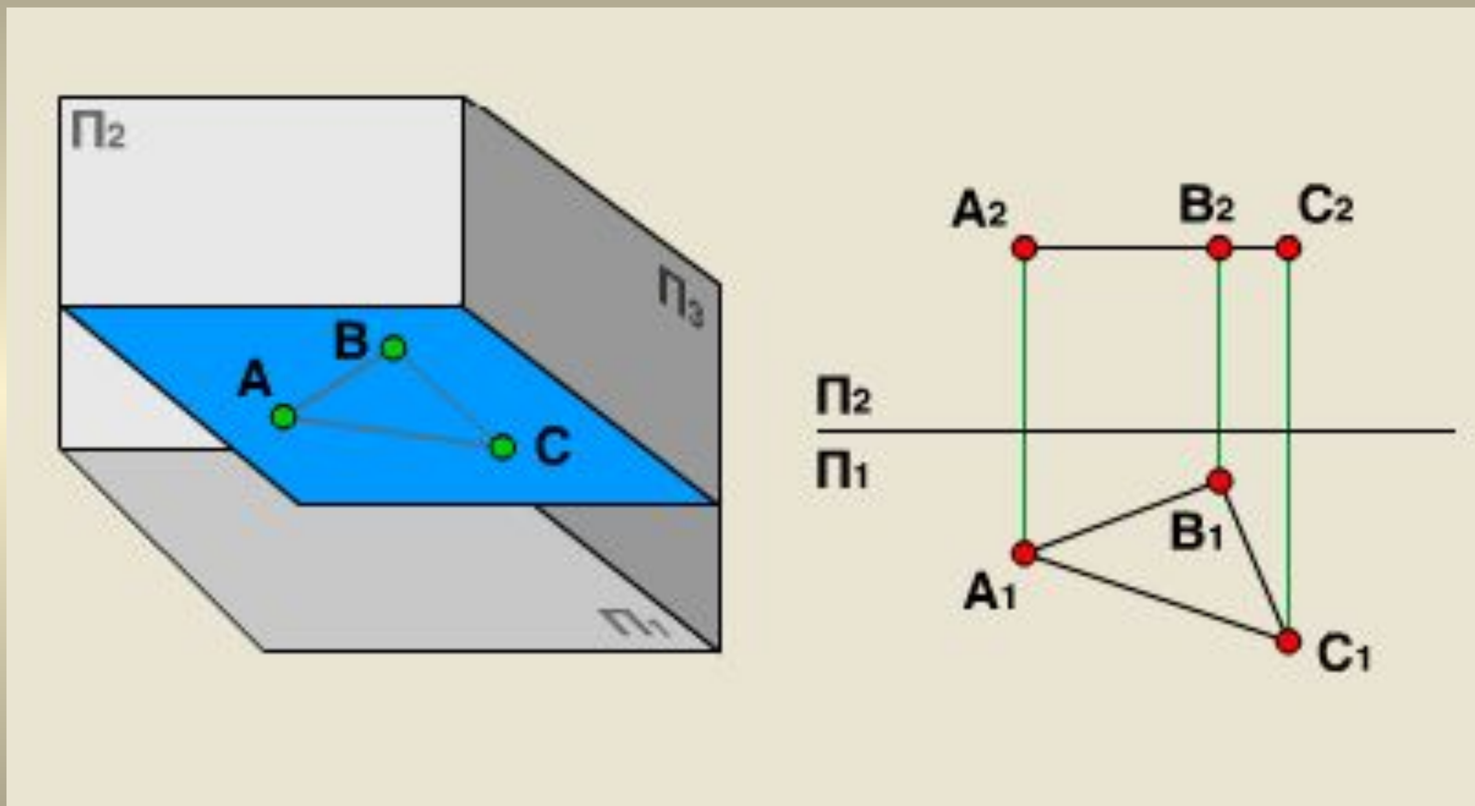


Фронтально проецирующая плоскость перпендикулярна П2. На П2 проекция плоскости прямая.

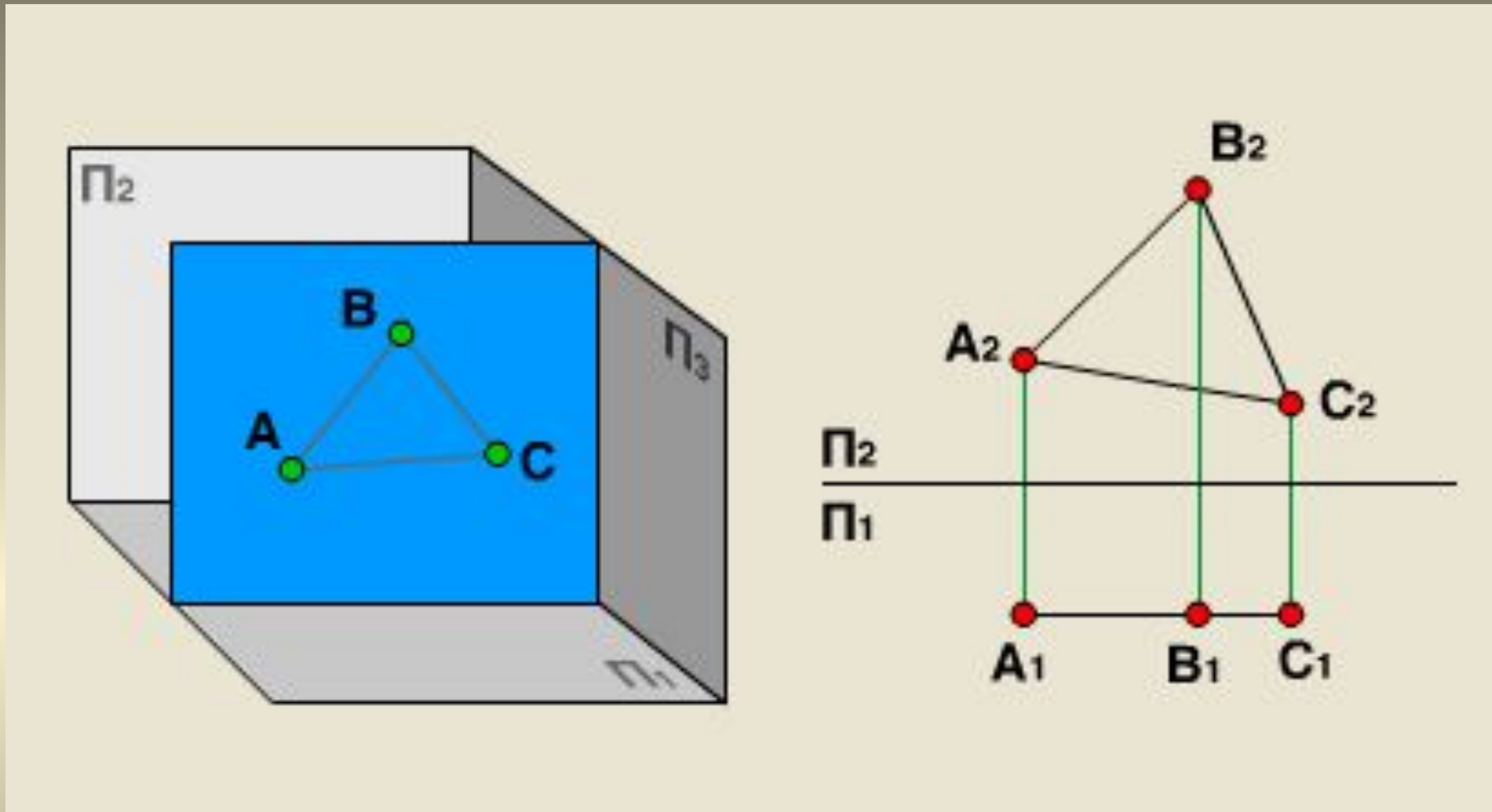


Профильно проецирующая плоскость перпендикулярна П3. На П3 проекция плоскости прямая.

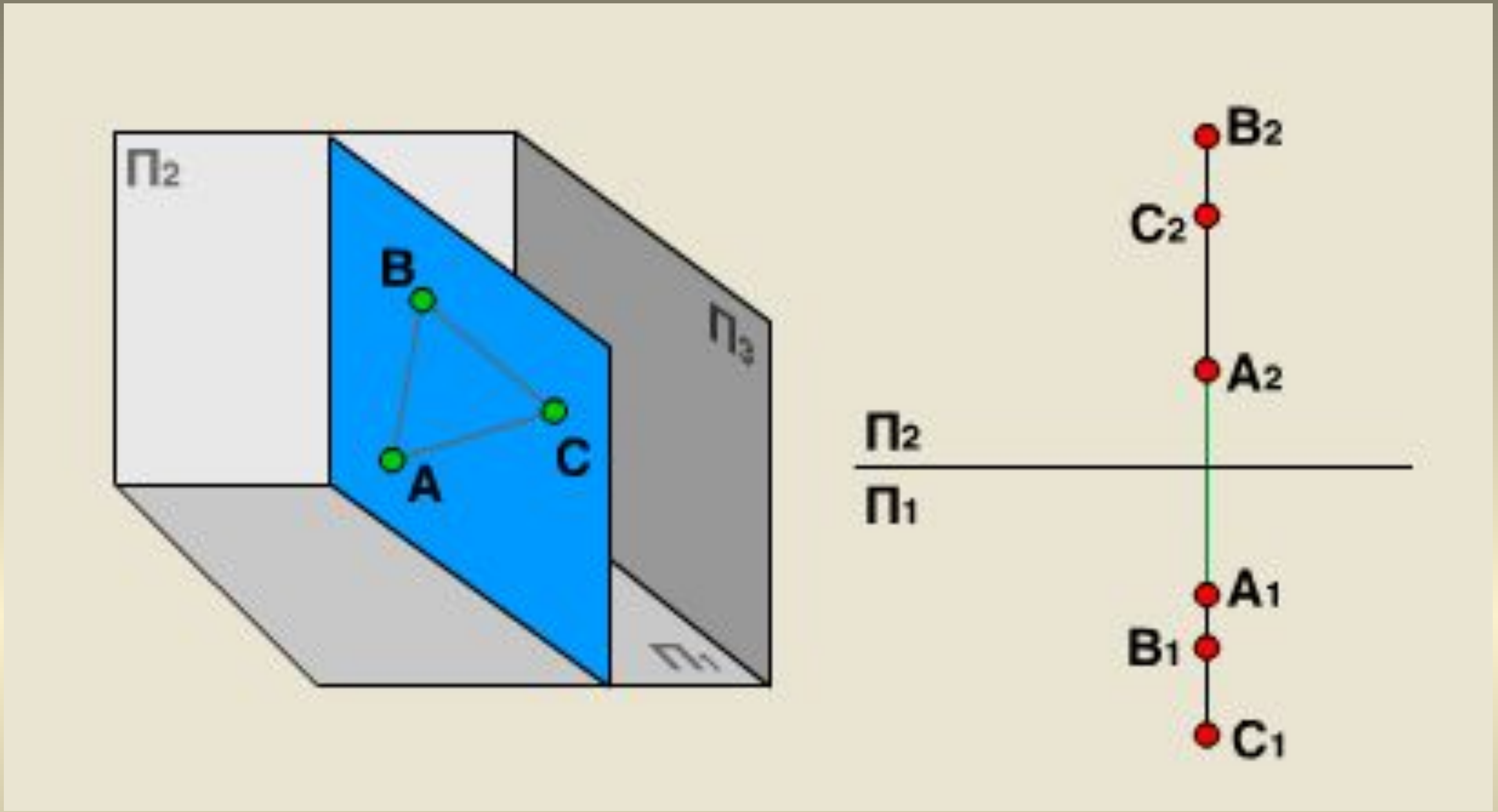
Если плоскость перпендикулярна к двум плоскостям проекций, то она называется плоскостью уровня. Седовательно, плоскость уровня всегда параллельна одной из плоскостей проекций. Существует три вида плоскостей уровня:



Горизонтальная плоскость уровня параллельна П1.



Фронтальная плоскость уровня параллельна П2.



Профильная плоскость уровня параллельна П3.

Прямая и точка в плоскости

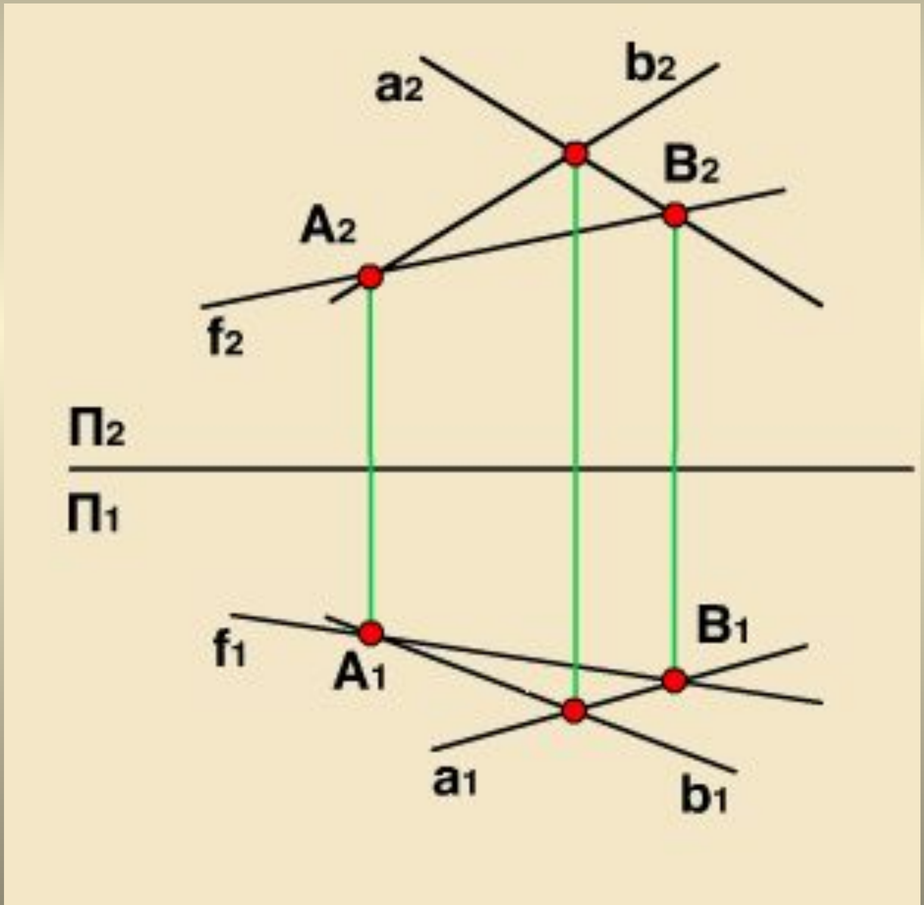
Построение прямой, находящейся в данной плоскости основано на двух известных положениях геометрии:

1. Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, лежащие в данной плоскости, и обратно: точка принадлежит плоскости, если она находится на прямой, расположенной в плоскости.

2. Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, лежащую в данной плоскости, и параллельная Какой-либо прямой, лежащей в плоскости.

Прямая общего положения в плоскости

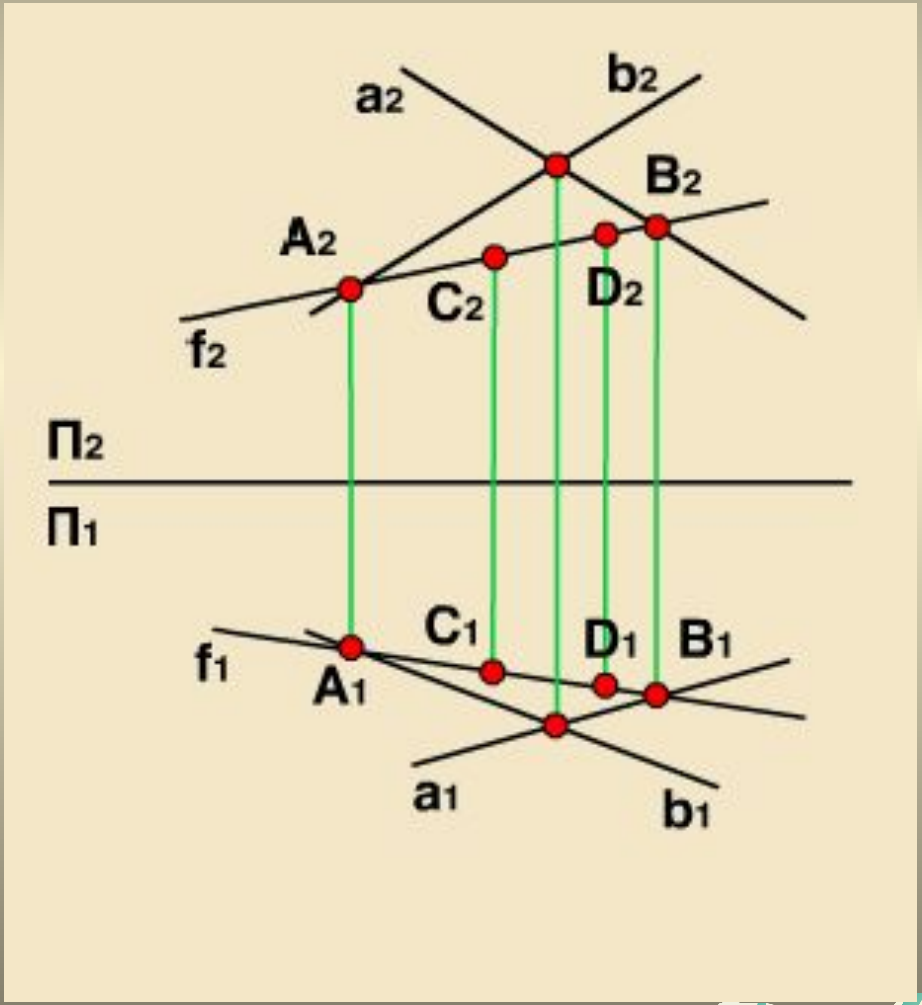
Для построения такой прямой необходимо выполнить одно из вышеперечисленных условий.



На прямых a и b возьмём две точки A и B и проведём через эти точки прямую f.

Прямая f принадлежит плоскости a, т. к. она проходит через две точки, принадлежащие данной плоскости.

Если мы отметим на прямой f точки C и D, то они так же будут принадлежать плоскости а, т. к. они принадлежат прямой, лежащей в данной плоскости.

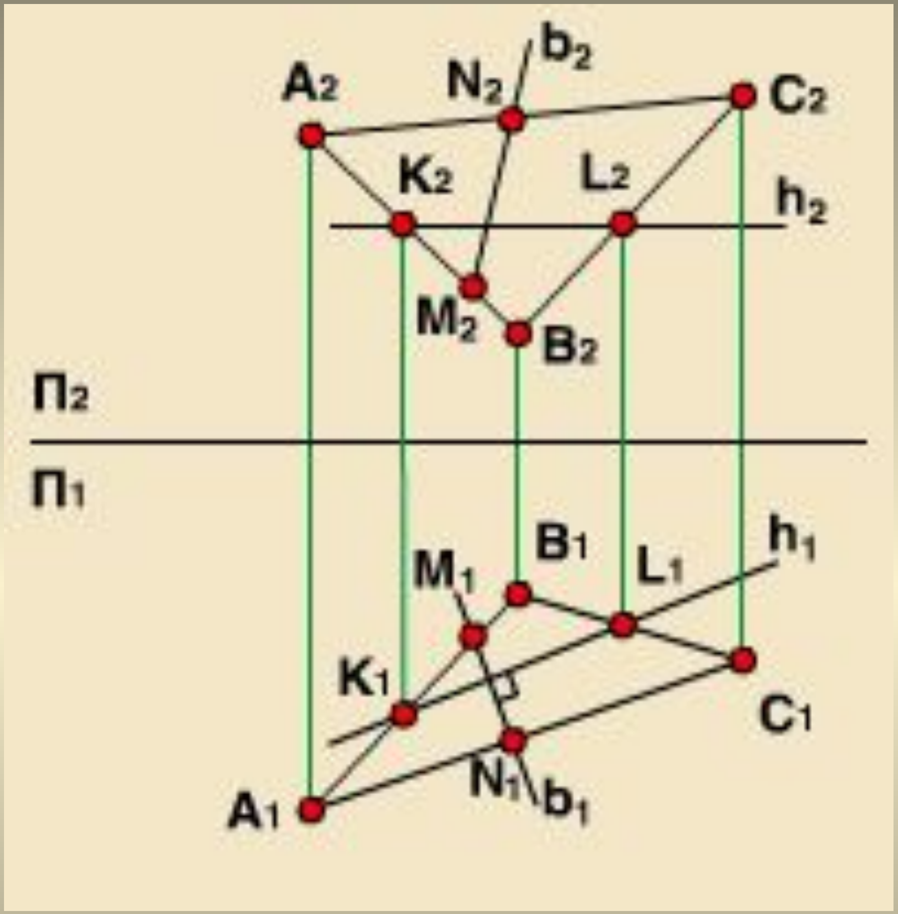


Особые линии плоскости

Прямые уровня - это прямые, принадлежащие плоскости и параллельные какай - либо плоскости проекций. Эти прямые называют прямыми уровня, так как они принадлежат плоскости уровня. Существует три вида прямых уровня:

- h - горизонталь плоскости - прямая принадлежащая данной плоскости и || П1;
- f - фронталь плоскости - прямая принадлежащая данной плоскости и || П2;
- w - профильная прямая плоскости – прямая принадлежащая данной плоскости и || П3.

Ниже приводится построение линии уровня на примере горизонтали, принадлежащей плоскости α (Δ ABC).



Проведём в плоскости Δ АВС произвольно фронтальную проекцию горизонтали.
Для построения горизонтальной проекции горизонтали через точки К2 и L2 проведем линии проекционной связи.
Через полученные горизонтальные проекции точек К1 и L1 достроим горизонтальную проекцию горизонтали.

Аналогичным образом выполняется построение фронтальной линии уровня и профильной прямой.

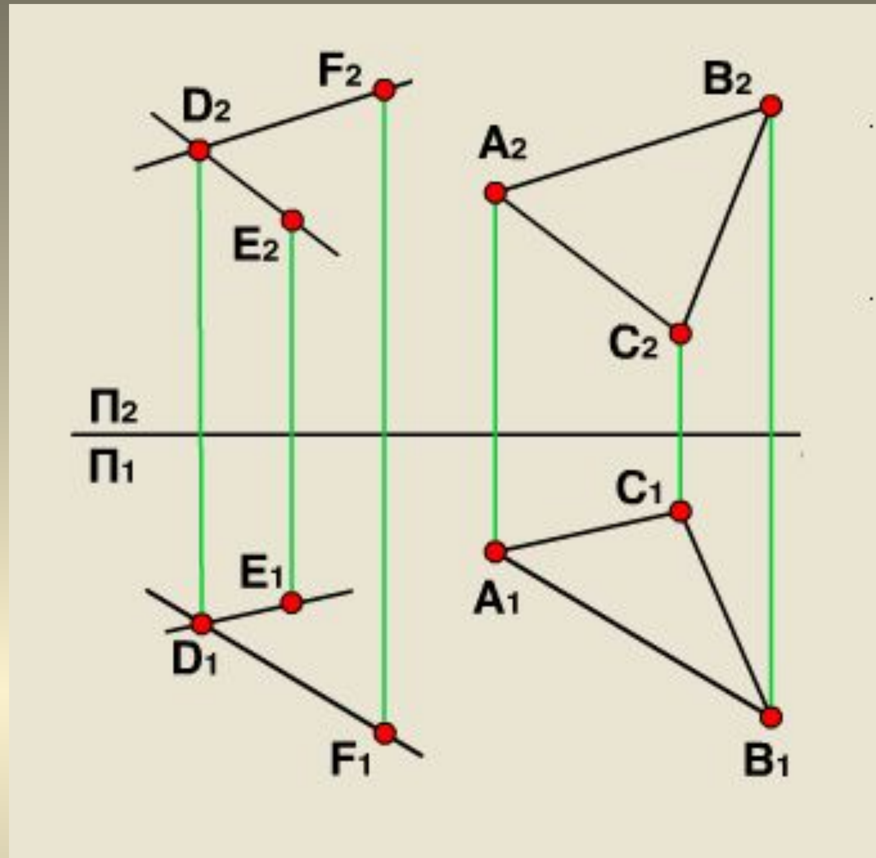
Взаимное положение двух плоскостей

Плоскости могут быть параллельными, перпендикулярными друг другу, пересекаться.

Параллельные плоскости

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

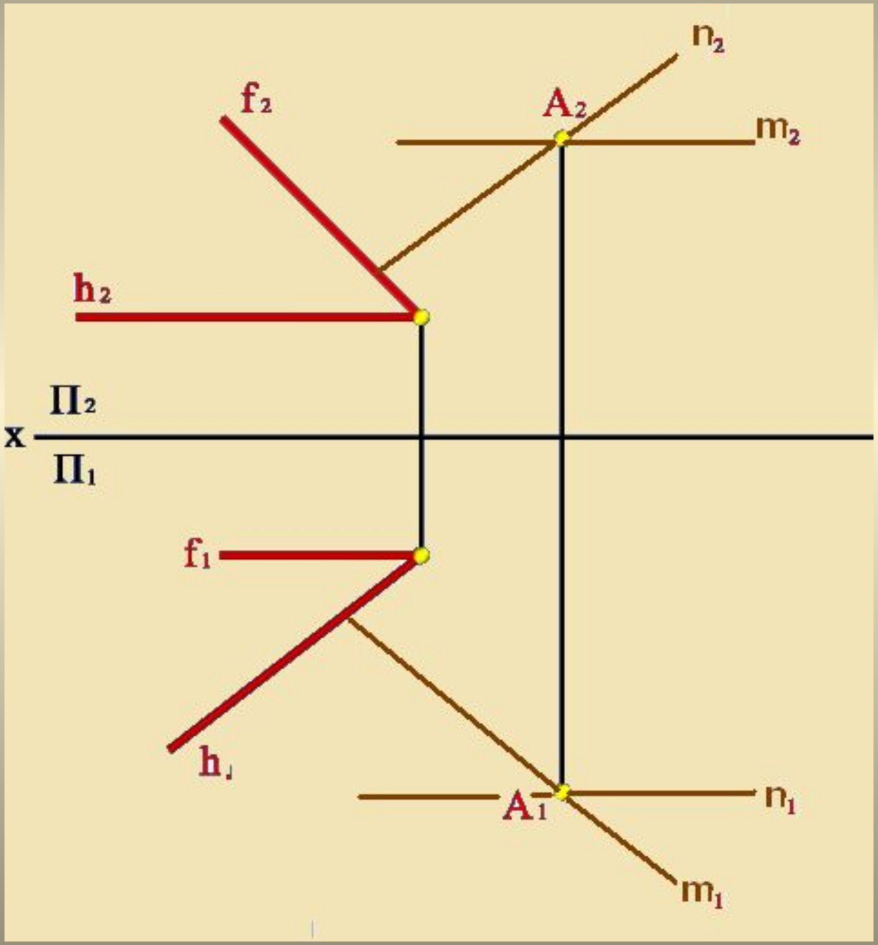
Пусть дана плоскость α, заданная Δ ABC и произвольная точка D. Требуется через точку D провести плоскость b параллельную α (Δ ABC). Для того чтобы через точку D провести плоскость параллельную плоскости α (Δ ABC), достаточно построить две пересекающиеся прямые, параллельные двум пересекающимся прямым плоскости α, так чтобы точка D принадлежала этим прямым.



Проведём прямую DE || AC, на чертеже $D_1E_1 \parallel A_1C_1$ и $D_2E_2 \parallel A_2C_2$ и прямую DF || AB, на чертеже $D_1F_1 \parallel A_1B_1$ и $D_2F_2 \parallel A_2B_2$. Две пересекающиеся прямые DE и DF определяют плоскость b. Плоскость b || a, так как две пересекающиеся прямые DE и DF, принадлежащие плоскости β, параллельны двум пересекающимся прямым AB и AC, принадлежащим плоскости a.

Перпендикулярные плоскости

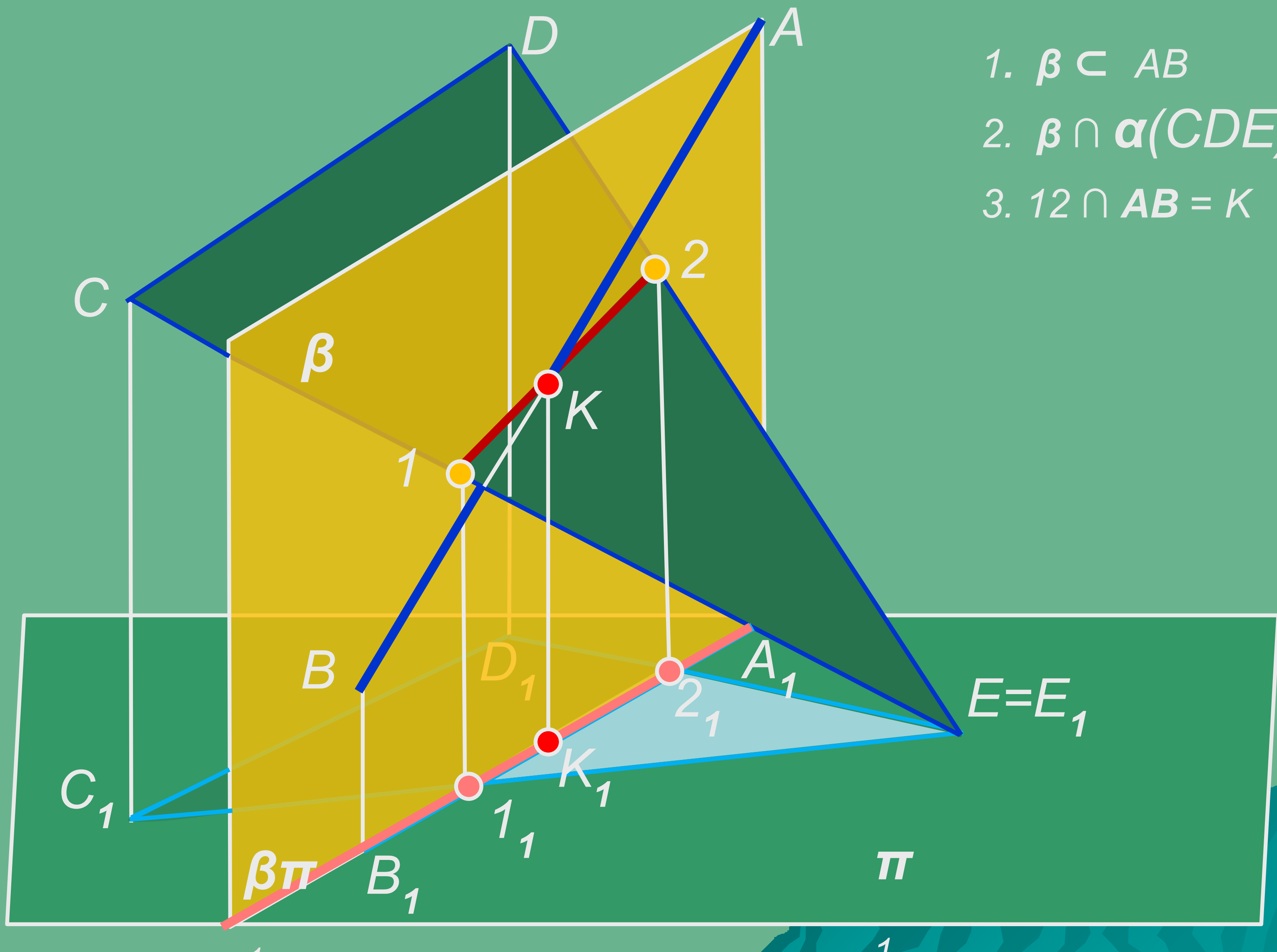
Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них про проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости.



Чтобы через точку A провести плоскость, перпендикулярную плоскости α(h α(h, f),, f), необходимо из точки A провести прямую n, перпендикулярную плоскости α(h, f) (горизонтальная проекция n1 перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали h1, фронтальная проекция n2 перпендикуляр рна фронтальной проекции фронтали f2). Любая плоскость, проходящая через прямую n, будет перпендикулярна плоскости α(h,f), поэтому для задания плоскости через точку A проводим произвольную прямую m.

Плоскость заданная двумя пересекающимися прямыми m и n, будет перпендикулярна плоскости α(h, f).

Алгоритм построения точки пересечения прямой с плоскостью



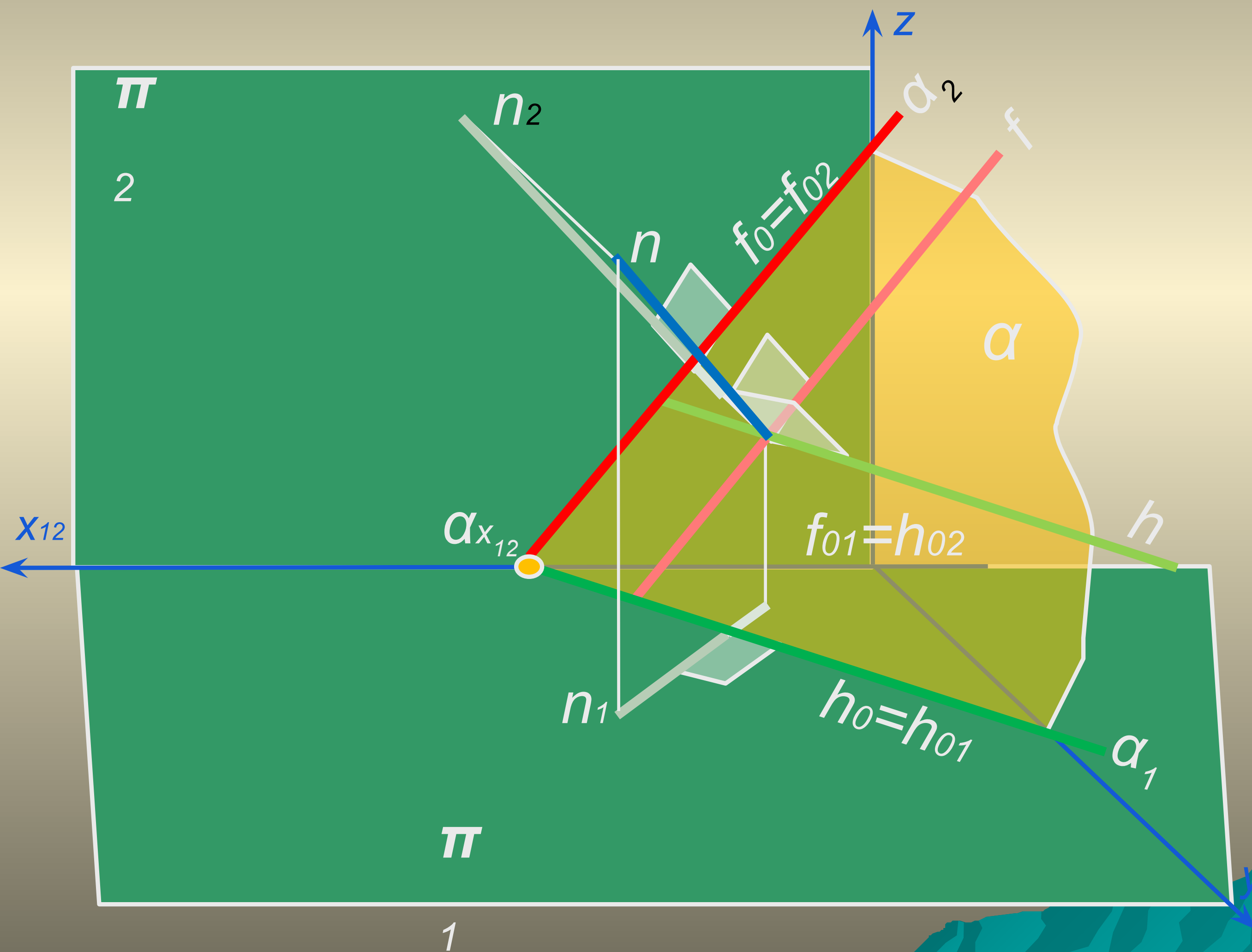
1. $\beta \subset AB$
2. $\beta \cap \alpha(CDE) = 12$
3. $12 \cap AB = K$

Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости

Прямая n□α:

n□f *и* n□ h



Если прямая n *перпендикулярна плоскости, то*

n_2□f_2, *а*

n_1□ h_1