

ПРОИЗВОДНЫЕ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

19.11.2021



Правила дифференцирования

$$1) (f(x)+g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$2) (f(x) g(x))' = f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$$

$$3) (C g(x))' = C g'(x)$$

$$4) \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \text{№ 201)} \quad y &= (2x-3)^5 (3x^2+2x+1) \\ y' &= ((2x-3)^5)' (3x^2+2x+1) + (2x-3)^5 (3x^2+2x+1)' = \\ &= 10(2x-3)^4 (3x^2+2x+1) + (2x-3)^5 (6x+2) = \\ &= (2x-3)^4 (30x^2+20x+10 + (2x^2+4x-18x-6)) = \\ &= (2x-3)^4 (42x^2+6x+4) = 2(2x-3)^4 (21x^2+3x+2) \end{aligned}$$

$$(f(x) g(x))' = f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$$

~ 821 1) $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x + 1}$

$$y' = \frac{(2x^2 - 3x + 1)'(x + 1) - (2x^2 - 3x + 1)(x + 1)'}{(x + 1)^2} =$$

$$= \frac{(4x - 3)(x + 1) - 2x^2 + 3x - 1}{(x + 1)^2} = \frac{4x^2 + 4x - 3x - 3 - 2x^2 + 3x - 1}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 4x - 4}{(x + 1)^2}$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

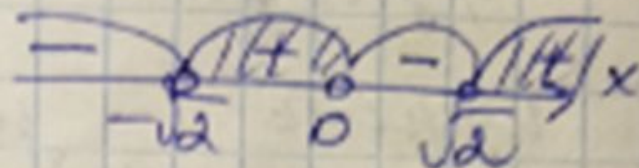
$$\approx 825(1) \quad f(x) = x^4 - 4x^2 + 1, \quad f'(x) > 0, \quad x -$$

$$f'(x) = 4x^3 - 8x$$

$$4x^3 - 8x > 0$$

$$4x(x^2 - 2) > 0$$

$$4x(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) > 0.$$



$$\text{Ambem! } (-\sqrt{2}; 0) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(C g(x))' = C g'(x)$$

ЗАДАНИЕ ДЛЯ 11Б

ОТПРАВИТЬ РЕШЕНИЕ ЧЕРЕЗ ДНЕВНИК СЕГОДНЯ ДО 12.00

А-11, СР - Травня дифференцирование.
(16) (26)

① Найди производную для функций

$$а) y = 8x - x^2 - \frac{x^3}{3}$$

$$а) y = \frac{x^3}{6} + x^2 - 6x$$

$$б) f(x) = (2x+1)^2 \cdot x^3$$

$$б) f(x) = (3x-2)^3 \cdot x^2$$

② Для функций

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$$

найди x , если $f'(x) = 0$.

НЕКОТОРЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

❖ К элементарным функциям относятся функции:

❖ **степенная**

$$f(x) = x^p$$

❖ **показательная**

$$f(x) = e^x \quad f(x) = a^x$$

❖ **логарифмическая**

$$f(x) = \ln x \quad f(x) = \log_a x$$

❖ **тригонометрическая**

$$f(x) = \sin x; \quad f(x) = \cos x;$$
$$f(x) = \operatorname{tg} x; \quad f(x) = \operatorname{ctg} x$$

❖ В курсе высшей математики доказывается, что эти функции дифференцируемы в каждой точке, где они определены.

ПРОИЗВОДНЫЕ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

- $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$,
где α – const;
- $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
- $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$;
- $(\sin x)' = \cos x$;
- $(\cos x)' = -\sin x$;
- $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$;
- $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$;
- $(a^x)' = a^x \ln a$;
- $(e^x)' = e^x$;
- $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$;
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

$$\sim 833 \text{ 1) } y = 2^x + e^x \quad y' = (2^x)' + (e^x)' = 2^x \ln 2 + e^x$$

$$\sim 835 \text{ 1) } y = 2 \ln x + 3^x$$
$$y' = 2 \cdot \frac{1}{x} + 3^x \ln 3 = \frac{2}{x} + 3^x \ln 3$$

$$\text{2) } y = 3 \ln x - 2^x$$

$$y' = 3 \cdot \frac{1}{x} - 2^x \ln 2 = \frac{3}{x} - 2^x \ln 2$$

$$\text{c) } y = (3x^2 - 2) \log_3 x$$

$$y' = (3x^2 - 2)' \log_3 x + (3x^2 - 2) (\log_3 x)' = 6x \cdot \log_3 x + \frac{3x^2 - 2}{x \ln 3}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a;$$

$$(e^x)' = e^x;$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$(C \cdot g(x))' = C \cdot g'(x)$$

№ 36 1) $y = \sin x + x^2$

$$y' = (\sin x)' + (x^2)' = \cos x + 2x$$

3) $y = \cos x + e^x$ $y' = -\sin x + e^x$

4) $y = \sin x - 2^x$ $y' = \cos x - 2^x \ln 2$

№ 44 1) $f(x) = x - \cos x$ $f'(x) = 0, x = ?$

$$f'(x) = 1 + \sin x$$

$$1 + \sin x = 0$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$(\sin x)' = \cos x;$$

$$(\cos x)' = -\sin x;$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$(a^x)' = a^x \ln a;$$

$$(e^x)' = e^x;$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

$$1) (f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$2) (f(x) g(x))' = f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$$

$$3) (C g(x))' = C g'(x)$$

$$4) \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\text{nr 839 1) } y = \frac{\cos x}{e^x}$$

$$y' = \frac{(\cos x)' e^x - \cos x \cdot (e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{-\sin x \cdot e^x - \cos x \cdot e^x}{e^{2x}} =$$

$$= - \frac{e^x (\sin x + \cos x)}{(e^x)^2} = - \frac{\sin x + \cos x}{e^x}$$

$$\text{2) } y = \frac{3^x}{\pi 4^x} \quad y' = \frac{(3^x)' \pi 4^x - 3^x (\pi 4^x)'}{\pi 4^{2x}} = \frac{3^x \ln 3 \cdot \pi 4^x - 3^x \pi \ln 4 \cdot 4^x}{\pi 4^{2x}}$$

$$= \frac{3^x (\ln 3 \pi 4^x - \pi \ln 4 \cdot 4^x)}{\pi 4^{2x}}$$

$$(\sin x)' = \cos x;$$

$$(\cos x)' = -\sin x;$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$(a^x)' = a^x \ln a;$$

$$(e^x)' = e^x;$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$840(3) \quad f(x) = 2^x - \log_2 x, \quad x_0 = 1$$

$$f'(x) = (2^x)' - (\log_2 x)' = 2^x \ln 2 - \frac{1}{x \ln 2}$$

$$f'(1) = 2 \ln 2 - \frac{1}{\ln 2} = \frac{2 \ln^2 2 - 1}{\ln 2}$$

$$850 a) \quad y = \frac{2^x - \log_2 x}{\ln 2 \cdot x}$$

$$y' = \frac{(2^x - \log_2 x)' \ln 2 \cdot x - (2^x - \log_2 x) \cdot (\log_2 x)'}{\ln^2 2 \cdot x^2} =$$

$$= \frac{(2^x \ln 2 - \frac{1}{x \ln 2}) \cdot \ln 2 \cdot x - (2^x - \log_2 x) \cdot \frac{1}{x \ln 2}}{\ln^2 2 \cdot x^2}$$

$$= \frac{2^x \ln^2 2 \cdot x - 1 - \frac{2^x}{x \ln 2} - \frac{\log_2 x}{x \ln 2}}{\ln^2 2 \cdot x^2} =$$

$$(a^x)' = a^x \ln a;$$

$$(e^x)' = e^x;$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

- Выучи формулы с. 248
- № 831(24), № 835(234),
- № 840(4), № 851(1)