ПРОИЗВОДНЫЕ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

19.11.2021

Правила дифференцирования

1) $(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$

2) $(f(x)\,g(x))' = f'(x)\,g(x)+f(x)\,g'(x)$

3) $(C\,g(x))' = C\,g'(x)$

4) $$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

№820 1) $y=(2x-3)^5(3x^2+2x+1)$

$y'=((2x-3)^5)'(3x^2+2x+1)+(2x-3)^5(3x^2+2x+1)'=$

$=10(2x-3)^4(3x^2+2x+1)+(2x-3)^5(6x+2)=$

$=(2x-3)^4(30x^2+20x+10+12x^2+4x-18x-6)=$

$=(2x-3)^4(42x^2+6x+4)=2(2x-3)^4(21x^2+3x+2)$

$$(f(x)\,g(x))'=f'(x)\,g(x)+f(x)\,g'(x)$$

№821 1) $y = \dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}$

$$y' = \frac{(2x^2-3x+1)'(x+1)-(2x^2-3x+1)(x+1)'}{(x+1)^2} =$$

$$= \frac{(4x-3)(x+1)-2x^2+3x-1}{(x+1)^2} = \frac{4x^2+4x-3x-3-2x^2+3x-1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2x^2+4x-4}{(x+1)^2}$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

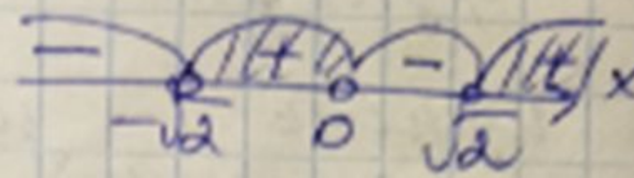
№825(1) $f(x)=x^4-4x^2+1$, $f'(x)>0$, $x-$

$f'(x)=4x^3-8x$

$4x^3-8x>0$

$4x(x^2-2)>0$

$4x(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})>0$



Ответ: $(-\sqrt{2};0)\cup(\sqrt{2};+\infty)$

$$(f(x)+g(x))'=f'(x)+g'(x)$$

$$(C\,g(x))'=C\,g'(x)$$

ЗАДАНИЕ ДЛЯ 11Б

ОТПРАВИТЬ РЕШЕНИЕ ЧЕРЕЗ ДНЕВНИК СЕГОДНЯ ДО 12.00

А-11, СР - Правила дифференцирования.

1в

1. Найди производную для функции

а) $y = 8x - x^2 - \frac{x^3}{3}$

б) $f(x) = (2x+1)^2 \cdot x^3$

2. Для функции

$f(x) = \frac{x^2-3}{x+2}$

2в

1.

а) $y = \frac{x^3}{6} + x^2 - 6x$

б) $f(x) = (3x-2)^3 \cdot x^2$

2.

$f(x) = \frac{x^2+5}{x-2}$

найди x, если $f'(x) = 0$.

НЕКОТОРЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

- **К элементарным функциям относятся функции:**
- **степенная** $f(x) = x^p$
- **показательная** $f(x) = e^x$ $f(x) = a^x$
- **логарифмическая** $f(x) = \ln x$ $f(x) = \log_a x$
- **тригонометрическая** $f(x) = \sin x;$ $f(x) = \cos x;$ $f(x) = tgx;$ $f(x) = ctgx$
- **В курсе высшей математики доказывается, что эти функции дифференцируемы в каждой точке, где они определены.**

ПРОИЗВОДНЫЕ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

- $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$,
  где α – const;
- $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$;
- $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$;
- $(\sin x)' = \cos x$;
- $(\cos x)' = -\sin x$;
- $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$;
- $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$;
- $(a^x)' = a^x \ln a$;
- $(e^x)' = e^x$;
- $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$;
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

№833 1) $y = 2^x + e^x$ $\quad y' = (2^x)' + (e^x)' = 2^x \ln 2 + e^x$

№835 1) $y = 2\ln x + 3^x$

$y' = 2 \cdot \frac{1}{x} + 3^x \ln 3 = \frac{2}{x} + 3^x \ln 3$

2) $y = 3\ln x - 2^x$

$y' = 3 \cdot \frac{1}{x} - 2^x \ln 2 = \frac{3}{x} - 2^x \ln 2$

6) $y = (3x^2 - 2)\log_3 x$

$y' = (3x^2-2)'\log_3 x + (3x^2-2)(\log_3 x)' = 6x \cdot \log_3 x + \frac{3x^2-2}{x\ln 3}$

$(a^x)' = a^x \ln a;$

$(e^x)' = e^x;$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$

$(f(x)+g(x))' = f'(x) + g'(x)$

$(f(x)\,g(x))' = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$

$(C\,g(x))' = C\,g'(x)$

№836 1) $y = \sin x + x^2$

$y' = (\sin x)' + (x^2)' = \cos x + 2x$

3) $y = \cos x + e^x$ $\quad y' = -\sin x + e^x$

4) $y = \sin x - 2^x$ $\quad y' = \cos x - 2^x \ln 2$

№841 1) $f(x) = x - \cos x$ $\quad f'(x) = 0, \; x - ?$

$f'(x) = 1 + \sin x$

$1 + \sin x = 0$

$\sin x = -1$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \; k \in Z$

$(\sin x)' = \cos x;$

$(\cos x)' = -\sin x;$

$(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$

1) $(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$

2) $(f(x)\, g(x))' = f'(x)\, g(x) + f(x)\, g'(x)$

3) $(C\, g(x))' = C\, g'(x)$

4) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$

$(\mathrm{ctg}\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$

$(a^x)' = a^x \ln a;$

$(e^x)' = e^x;$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}.$

№839 1) $y = \frac{\cos x}{e^x}$

$$y' = \frac{(\cos x)' e^x - \cos x \cdot (e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{-\sin x \cdot e^x - \cos x \cdot e^x}{e^{2x}} =$$

$$= -\frac{e^x(\sin x + \cos x)}{(e^x)^2} = -\frac{\sin x + \cos x}{e^x}$$

2) $y = \frac{3^x}{\sin x}$ $\quad y' = \frac{(3^x)' \sin x - 3^x (\sin x)'}{\sin^2 x} = \frac{3^x \ln 3 \cdot \sin x - 3^x \cos x}{\sin^2 x}$

$$= \frac{3^x(\ln 3 \sin x - \cos x)}{\sin^2 x}$$

$$(\sin x)' = \cos x;$$

$$(\cos x)' = -\sin x;$$

$$(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$(\mathrm{ctg}\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$(a^x)' = a^x \ln a;$$

$$(e^x)' = e^x;$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a};$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

840(3) $f(x)=2^x-\log_2 x$, $x_0=1$

$$f'(x)=(2^x)'-(\log_2 x)'=2^x\ln 2-\frac{1}{x\ln 2}$$

$$f'(1)=2\ln 2-\frac{1}{\ln 2}=\frac{2\ln^2 2-1}{\ln 2}$$

850 2) $$y=\frac{2^x-\log_2 x}{\ln 2\cdot x}$$

$$y'=\frac{(2^x-\log_2 x)'\ln 2\cdot x-(2^x-\log_2 x)^{\dagger}\cdot(\log_2 x)'}{\ln^2 2\cdot x^2}=$$

$$=\frac{\left(2^x\ln 2-\frac{1}{x\ln 2}\right)\cdot\ln 2x-(2^x-\log_2 x)\cdot\frac{1}{x\ln a}}{\ln^2 2\cdot x^2}$$

$$=\frac{2^x\ln^2 2\cdot x-1-\frac{2^x}{x\ln a}-\frac{\log_a x}{x\ln a}}{\ln^2 2\cdot x^2}=$$

$$(a^x)'=a^x\ln a;$$
$$(e^x)'=e^x;$$
$$(\log_a x)'=\frac{1}{x\cdot\ln a};$$
$$(\ln x)'=\frac{1}{x}.$$

$$(f(x)+g(x))'=f'(x)+g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

- Выучи формулы с. 248
- № 831(24), № 835(234),
- № 840(4), № 851(1)