

Властивості задачі лінійного програмування

Властивості задачі лінійного програмування

3.1 Форми ЗЛП

3.2 Еквівалентність форм ЗЛП

3.3 Множина допустимих розв'язків ЗЛП (багатогранні множини, багатогранники, вершини, грані)

3.4 Основні властивості ЗЛП і теореми лінійного програмування

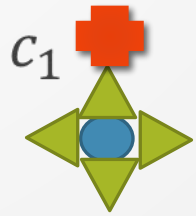
Задача лінійного програмування (ЗЛП)

$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$	(1)
$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, k}$	(2)
$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{k+1, r}$	(3)
$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = \overline{r+1, m}$	(4)
$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$	(5)

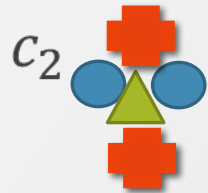
Задача лінійного програмування (ЗЛП)

$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$	(1)
$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, k}$	(2)
$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{k+1, r}$	(3)
$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = \overline{r+1, m}$	(4)
$x_j \geq 0, \quad j \in J \subset \{1, 2, \dots, n\}$	(5)

Економічна інтерпретація ЗЛП

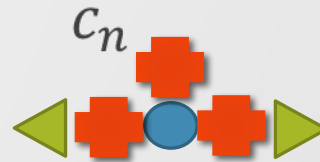


x_1



x_2

....

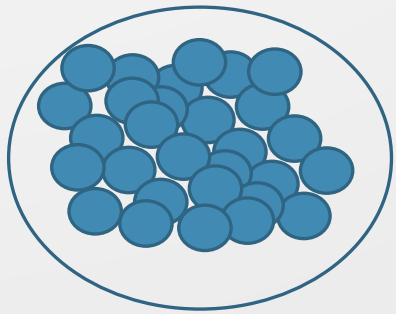


x_n

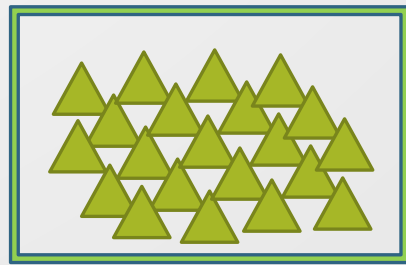
....

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$$

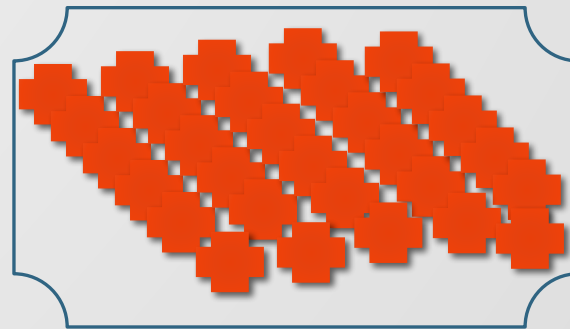


b_1



b_2

....



b_m

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq (=, \geq) b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

Основні припущення

- 1) пропорційність,
- 2) адитивність,
- 3) невід'ємність

Пропорційність означає, що витрати ресурсів на деякий вид продукції прямо пропорційні його обсягу випуску, а вклад цього виду продукції в ЦФ також прямо пропорційний його обсягу випуску.

Адитивність означає, що загальна величина ресурсу, використовуваного на виробництво всіх видів продукції, дорівнює сумі витрат цього ресурсу на окремі види продукції. Аналогічно інтерпретується і ЦФ.

Самостійно №1 Навести приклади проблемних ситуацій, в яких порушені ці припущення

Форми ЗЛП



Еквівалентність форм
ЗЛП



Множина допустимих
розв'язків ЗЛП



Основні властивості
ЗЛП

ФОРМИ ЗЛП

$\leq, =, \geq$

- Загальна

\leq

- Стандарт
на

$=$

- Канонічна

(1)-(5)

Форми ЗЛП



Еквівалентність форм
ЗЛП



Множина допустимих
розв'язків ЗЛП



Основні властивості
ЗЛП

\leq

• Стандартна

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$$

$=$

• Канонічна

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$$

Форми ЗЛП



Еквівалентність форм
ЗЛП



Множина допустимих
розв'язків ЗЛП



Основні властивості
ЗЛП

\leq

- Стандартна

$$c^T x \rightarrow \max(\min)$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

$=$

- Канонічна

$$c^T x \rightarrow \max(\min)$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

\leq

- Стандартна

$$c^T x \rightarrow \max(\min)$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \boxtimes \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ \boxtimes \\ c_n \end{bmatrix}$$

 $=$

- Канонічна

$$c^T x \rightarrow \max(\min)$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \boxtimes \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$A = \left\{ a_{ij} \right\}_{\substack{i=\overline{1,m} \\ j=\overline{1,n}}}$$



Саме для канонічної ЗЛП розроблено метод розв'язання
Далі будемо розглядати задачі на максимум

$$c^T x \rightarrow \max$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Форми ЗЛП



Еквівалентність форм
ЗЛП



Множина допустимих
розв'язків ЗЛП



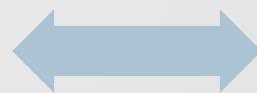
Основні властивості
ЗЛП

Еквівалентність форм ЗЛП

Загальна
форма



Стандартна
форма



Канонічна
форма

Правила перетворення форм ЗЛП ①

$$\sum_j c_j x_j \rightarrow \min$$

$$\equiv$$

$$-\sum_j c_j x_j \rightarrow \max$$

Форми ЗЛП



Еквівалентність форм
ЗЛП

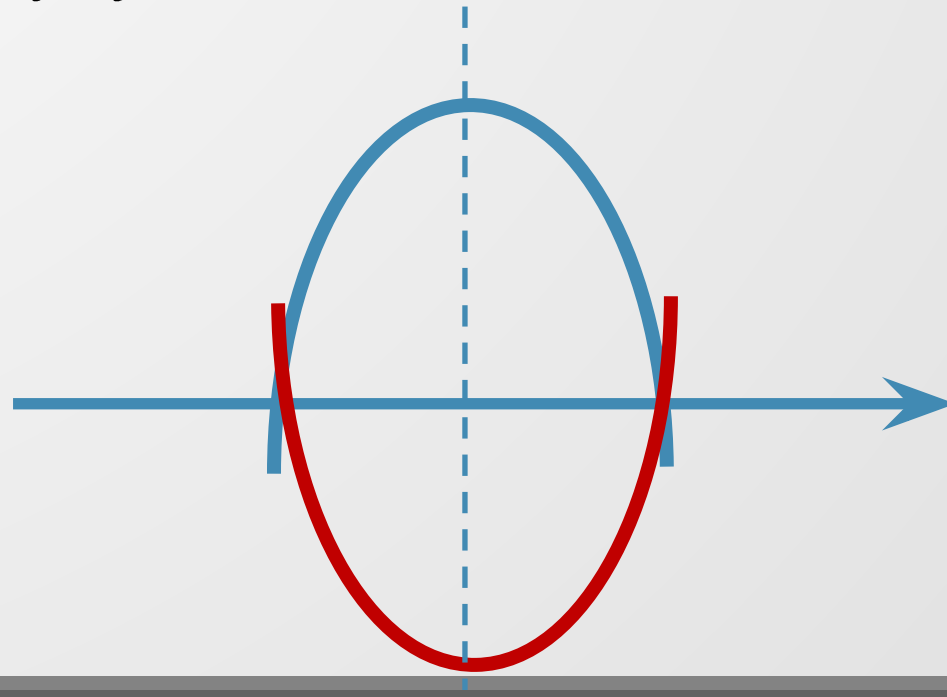


Множина допустимих
розв'язків ЗЛП



Основні властивості
ЗЛП

$$\sum_j c_j x_j \rightarrow \min \quad \equiv \quad - \sum_j c_j x_j \rightarrow \max$$



Правила перетворення форм ЗЛП ②

$$\sum_j a_{ij}x_j \leq b_i$$

$$\equiv$$

$$\begin{cases} \sum_j a_{ij}x_j + s_i = b_i \\ s_i \geq 0 \end{cases}$$

залишкова змінна

Правила перетворення форм ЗЛП ③

$$\sum_j a_{ij}x_j \geq b_i$$

$$\equiv$$

$$\begin{cases} \sum_j a_{ij}x_j - S_i = b_i \\ S_i \geq 0 \end{cases}$$

надлишкова змінна

Правила перетворення форм ЗЛП ④

$$\sum_j a_{ij}x_j \geq b_i$$

$$\equiv$$

$$-\sum_j a_{ij}x_j \leq -b_i$$

Правила перетворення форм ЗЛП ⑤

$$\sum_j a_{ij}x_j = b_i$$

$$\equiv$$

$$\begin{cases} \sum_j a_{ij}x_j \leq b_i \\ \sum_j a_{ij}x_j \geq b_i \end{cases}$$

Правила перетворення форм ЗЛП ⑥

$$\sum_j a_{ij}x_j = b_i, i = \overline{1, m}$$

 \equiv

$$\begin{cases} \sum_j a_{ij}x_j \leq b_i, i = \overline{1, m} \\ \sum_i \underbrace{\left(\sum_j a_{ij}x_j - b_i \right)}_{\leq 0} \geq 0 \end{cases}$$

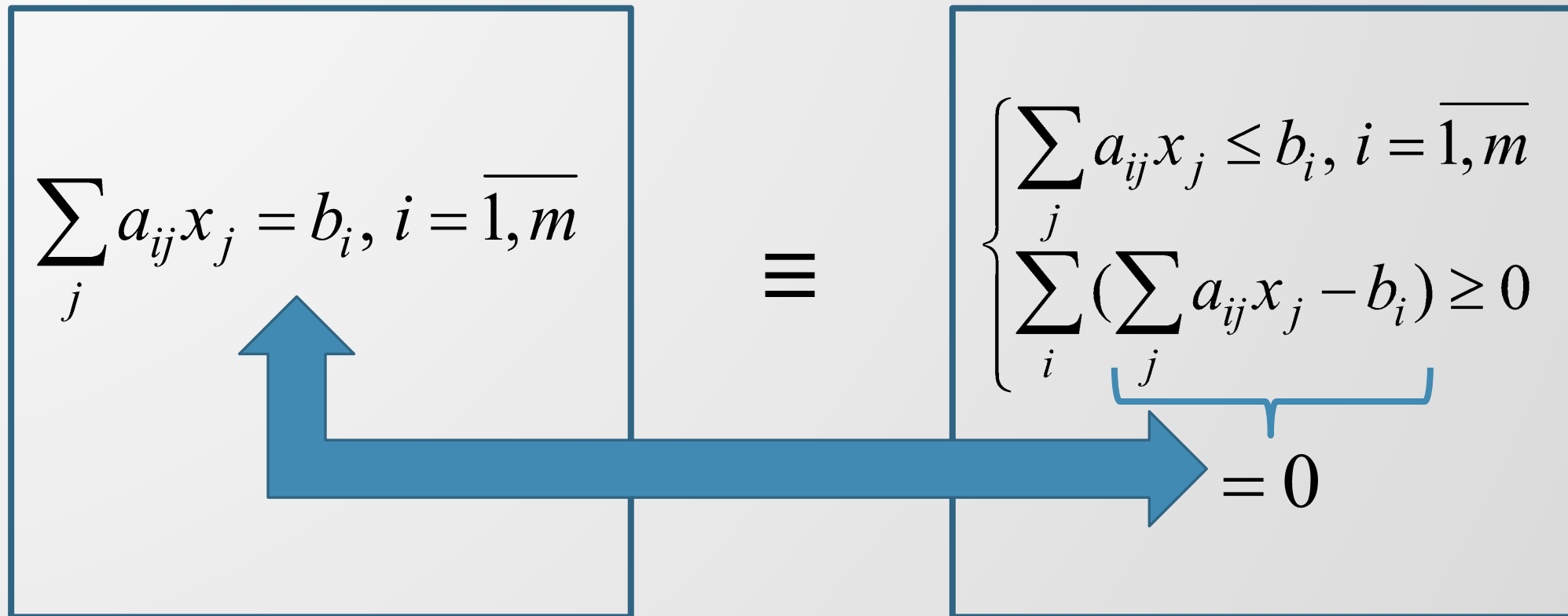
Правила перетворення форм ЗЛП ⑥

$$\sum_j a_{ij}x_j = b_i, i = \overline{1, m}$$

 \equiv

$$\begin{cases} \sum_j a_{ij}x_j \leq b_i, i = \overline{1, m} \\ \sum_i \underbrace{(\sum_j a_{ij}x_j - b_i)}_{=0} \geq 0 \end{cases}$$

Правила перетворення форм ЗЛП ⑥



Правила перетворення форм ЗЛП ⑦

$$x_j \Leftrightarrow 0$$

$$\equiv$$

$$\begin{cases} x_j = x_j^+ - x_j^- \\ x_j^+ \geq 0 \\ x_j^- \geq 0 \end{cases}$$

Правила перетворення форм ЗЛП ⑧

$$x_j \leq 0, \\ j = \overline{1, n}$$

 \equiv

$$\begin{cases} x_j = x_j^+ - x_0 \\ x_0 \geq 0 \\ x_j^+ \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{cases}$$

Приклад №1 (1)

Привести задачу до КФ

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

Приклад №1 (2)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

Не відповідають КФ

КАНОНІЧНА ФОРМА

$$c^T x \rightarrow \max(\min)$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Приклад №1 (3)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

Приклад №1 (3)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \Leftrightarrow 0.$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1 \geq 0,$$

$$x_4 \Leftrightarrow 0.$$

Приклад №1 (4)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \Leftrightarrow 0.$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 = 10$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1 \geq 0,$$

$$x_4 \Leftrightarrow 0.$$

Приклад №1 (5)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \Leftrightarrow 0.$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 = 10$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1 \geq 0,$$

$$x_4 \Leftrightarrow 0.$$

Приклад №1 (5)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 = 10$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + S_2 = 45,$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

Приклад №1 (6)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 = 10$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + s_2 = 45,$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, s_2 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

Приклад №1 (7)

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 = 10$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + s_2 = 45,$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, s_2 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

Приклад №1 (7)

$$\begin{aligned}3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 &\rightarrow \max \\ -1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 &= 10 \\ 1x_2 + 1x_3 &= 7, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + s_2 &= 45, \\ x_1, x_2, x_3, S_1, s_2 &\geq 0, \\ x_4 &\leq 0.\end{aligned}$$

$$x_4 = x_4^+ - x_4^-$$

$$x_4^+, x_4^- \geq 0$$

Приклад №1 (8)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 &\rightarrow \max \\ -1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 &= 10 \\ 1x_2 + 1x_3 &= 7, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + s_2 &= 45, \\ x_1, x_2, x_3, S_1, s_2 &\geq 0, \end{aligned}$$

$$x_4 \leq 0.$$

$$x_4 = x_4^+ - x_4^-$$

$$x_4^+, x_4^- \geq 0$$

Приклад №1 (9)

ЗЛП в КФ

$$\begin{aligned}
 & 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max \\
 & -1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 - S_1 = 10 \\
 & \quad \quad \quad 1x_2 + 1x_3 = 7, \\
 & 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + s_2 = 45, \\
 & x_1, x_2, x_3, S_1, s_2 \geq 0,
 \end{aligned}$$

$$x_4 \Leftrightarrow 0.$$

$$x_4 = x_4^+ - x_4^-$$

$$x_4^+, x_4^- \geq 0$$

$$\begin{aligned}
 & 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4^+ - 6x_4^- \rightarrow \max, \\
 & -1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4^+ - 2x_4^- - S_1 = 10, \\
 & \quad \quad \quad 1x_2 + 1x_3 = 7, \\
 & 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4^+ + 3x_4^- + s_2 = 45, \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4^+, x_4^-, S_1, s_2 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Приклад №1 (Відповідь)

Вихідна ЗЛП

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4 \geq 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq 45,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0,$$

$$x_4 \leq 0.$$

ЗЛП в КФ

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4^+ - 6x_4^- \rightarrow \max,$$

$$-1x_1 + 4x_2 + 1x_3 + 2x_4^+ - 2x_4^- - S_1 = 10,$$

$$1x_2 + 1x_3 = 7,$$

$$5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4^+ + 3x_4^- + s_2 = 45,$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4^+, x_4^-, S_1, s_2 \geq 0.$$

Форми ЗЛП

Еквівалентність форм
ЗЛП

Множина допустимих
розв'язків ЗЛП

Основні властивості
ЗЛП

Зведення ЗЛП в стандартній формі до канонічної

$$c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n \rightarrow \max$$

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n \leq b_1$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n \leq b_2$$

\dots

$$a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n \leq b_m$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n}$$

Зведення ЗЛП в стандартній формі до канонічної

$$c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n \rightarrow \max$$

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n \leq b_1$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n \leq b_2$$

⋮

$$a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n \leq b_m$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n}$$

Введемо m невід'ємних змінних

$$s_i \geq 0, i = \overline{1, m}, s = \begin{bmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_m \end{bmatrix}$$

Зведення ЗЛП в стандартній формі до канонічної

$$\begin{aligned}
 & c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n \rightarrow \max \\
 & a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n \leq b_1 \\
 & a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n \leq b_2 \\
 & \dots \\
 & a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n \leq b_m \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1, n}
 \end{aligned}$$

Введемо m невід'ємних змінних

$$s_i \geq 0, i = \overline{1, m}, s = \begin{bmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 & c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n + 0s_1 + \dots + 0s_m \rightarrow \max \\
 & a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n + s_1 = b_1 \\
 & a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n + s_2 = b_2 \\
 & \dots \\
 & a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n + s_m = b_m \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1, n} \quad s_i \geq 0, i = \overline{1, m}
 \end{aligned}$$

Зведення ЗЛП в стандартній формі до канонічної

$$c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n + 0s_1 + \dots + 0s_m \rightarrow \max$$

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n + s_1 &= b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n + s_2 &= b_2 \\ \dots & \\ a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n + s_m &= b_m \end{aligned}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n} \quad s_i \geq 0, i = \overline{1, m}$$

вектор змінних $\begin{bmatrix} x \\ s \end{bmatrix} \begin{matrix} \}n \\ \}m \end{matrix}$,

матриця обмежень $\begin{bmatrix} A & I \end{bmatrix} \}m$,

вектор коефіцієнтів ЦФ $\begin{bmatrix} c \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}n \\ \}m \end{matrix}$,

де I – одинична матриця порядку m .

Зведення ЗЛП в стандартній формі до канонічної

Вихідна ЗЛП в СФ

$$c^T x \rightarrow \max$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

ЗЛП в КФ

$$\left. \begin{array}{l} \begin{bmatrix} c \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x \\ s \end{bmatrix} \rightarrow \max \\ [A \mid I] \begin{bmatrix} x \\ s \end{bmatrix} = b \\ \begin{bmatrix} x \\ s \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c^T x + \mathbf{0}^T s \rightarrow \max \\ Ax + s = b \\ x \geq \mathbf{0} \\ s \geq \mathbf{0} \end{array} \right.$$

Приклад №2 зведення до КФ

Вихідна ЗЛП:

$$z = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 7$$

$$2x_1 + 1x_2 \geq 10$$

$$5x_1 + 8x_2 \leq 11$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

КФ ЗЛП:

$$c^T x \rightarrow \max(\min)$$

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Приклад №2 зведення до КФ

Вихідна ЗЛП:

$$z = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 7$$

$$2x_1 + 1x_2 \geq 10$$

$$5x_1 + 8x_2 \leq 11$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

ЗЛП в канонічній формі:

$$z = 5x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 4x_2 + s_1 = 7$$

$$2x_1 + 1x_2 - s_2 = 10$$

$$5x_1 + 8x_2 + s_3 = 11$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

Форми ЗЛП



Еквівалентність форм
ЗЛП



Множина допустимих
розв'язків ЗЛП



Основні властивості
ЗЛП

Приклад №3 зведення до КФ

Вихідна ЗЛП:

$$z = 3x_1 + 9x_2 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 9$$

$$5x_1 + 5x_2 \geq 4$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0$$

Приклад №3 зведення до КФ

Вихідна ЗЛП:

$$z = 3x_1 + 9x_2 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 9$$

$$5x_1 + 5x_2 \geq 4$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \Leftrightarrow 0 \rightarrow x_2 = x_2^+ - x_2^-$$

$$x_2^+, x_2^- \geq 0$$

ЗЛП в канонічній формі:

$$z = 3x_1 + 9x_2^+ - 9x_2^- + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 6x_2^+ - 6x_2^- + s_1 = 9$$

$$5x_1 + 5x_2^+ - 5x_2^- - s_2 = 4$$

$$3x_1 + 8x_2^+ - 8x_2^- + s_3 = 6$$

$$x_1, x_2^+, x_2^-, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

Екзаменаційне завдання А

$$\min z = 9x_1 - 3x_2$$

$$2x_1 + 8x_2 - 9x_3 = 5$$

$$5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 13$$

$$x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 22$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Побудувати еквівалентну їй задачу ЛП в стандартній формі з 4 нерівностями

Екзаменаційне завдання Б

$$\min z = 9x_1 - 3x_2$$

$$2x_1 + 8x_2 - 9x_3 = 5$$

$$5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 13$$

$$x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 22$$

Побудувати еквівалентну їй задачу ЛП на максимум в стандартній формі з 5-ма нерівностями і 4-ма з мінними

Структура екзаменаційного білета

Практична
частина

- Побудова ММ
- Розв'язання графічним способом
- Зведення до КФ
- Розв'язання аналітичним методом
- Постоптимальний аналіз
- Знаходження нового розв'язку за умови зміни параметрів задачі

Теоретична
частина

- Завдання 1
- Завдання 2