ТЕМА 4. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1 ЭТАП. НАХОЖДЕНИЕ ОДР

Условие задачи:

$$\begin{cases} F = x_1 - 3x_2 \to min \\ 10x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_{1,2} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 = 30 \\ -x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases}$$

Выписываем только ограничения и приравниваем левую их часть к правой

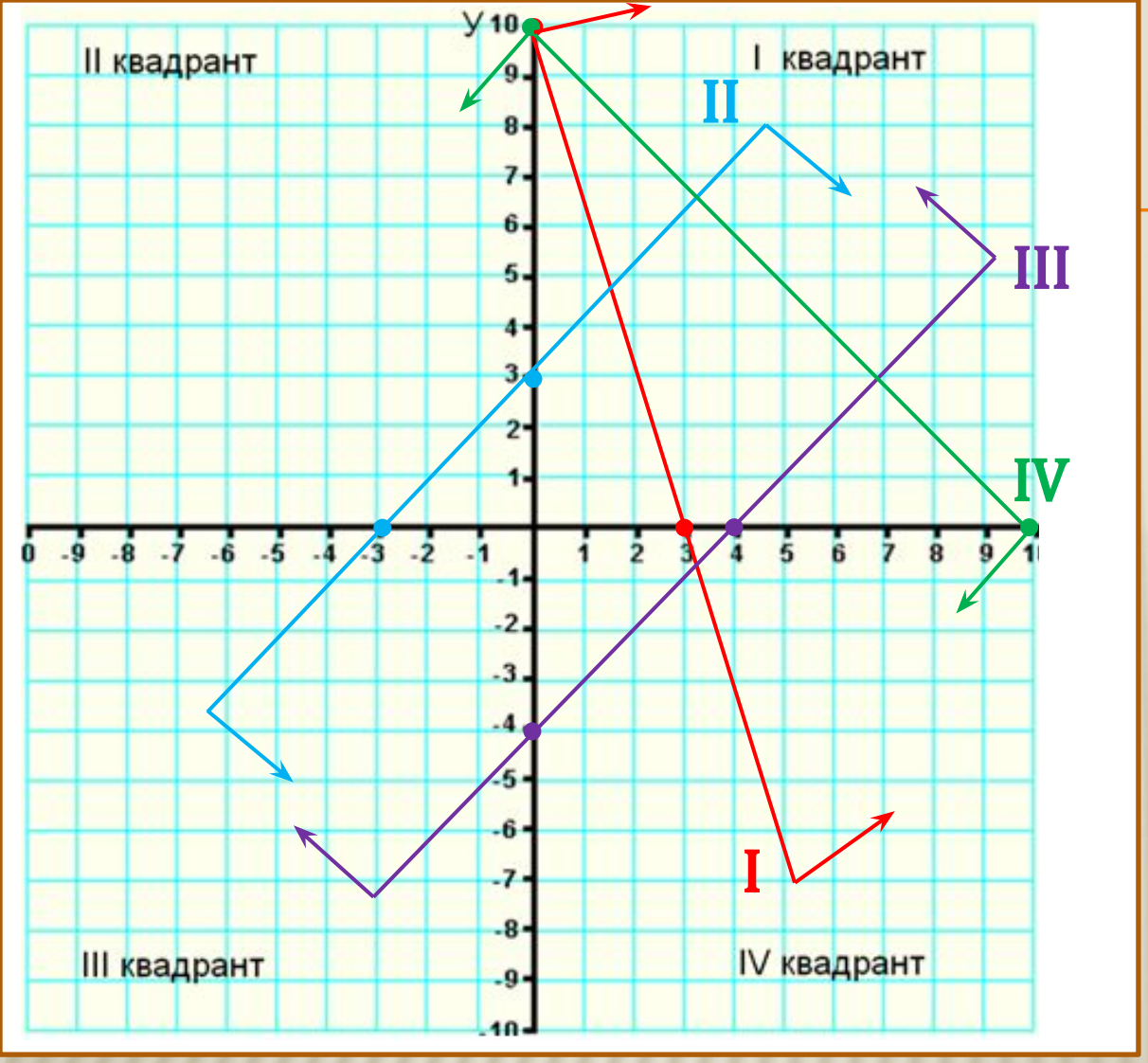
$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 = 30 \\ -x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases}$$

I	**(0;10)**	**(3;0)**
II	**(0;3)**	**(-3;0)**
III	**(0;-4)**	**(4;0)**
IV	**(0;10)**	**(10;0)**

1) Теперь находим по две точки для каждого уравнения. Для этого поочередно приравниваем по одному неизвестному к нулю;

2) Затем пронумеруем каждую прямую;

3) И теперь смело переходим к координатной плоскости;



1) Отмечаем точки и проводим через них прямые;

I	(0;10)	(3;0)
II	(0;3)	(-3;0)
III	(0;-4)	(4;0)
IV	(0;10)	(10;0)

2) Выясняем какие части полуплоскости захватывает каждая прямая. Для этого подставляем координаты начала отсчета (0;0) в каждое из начальных неравенств (Если неравенство верное, значит прямая захватывает полуплоскость, в которой лежит эта точка). А затем отображаем это на графике;

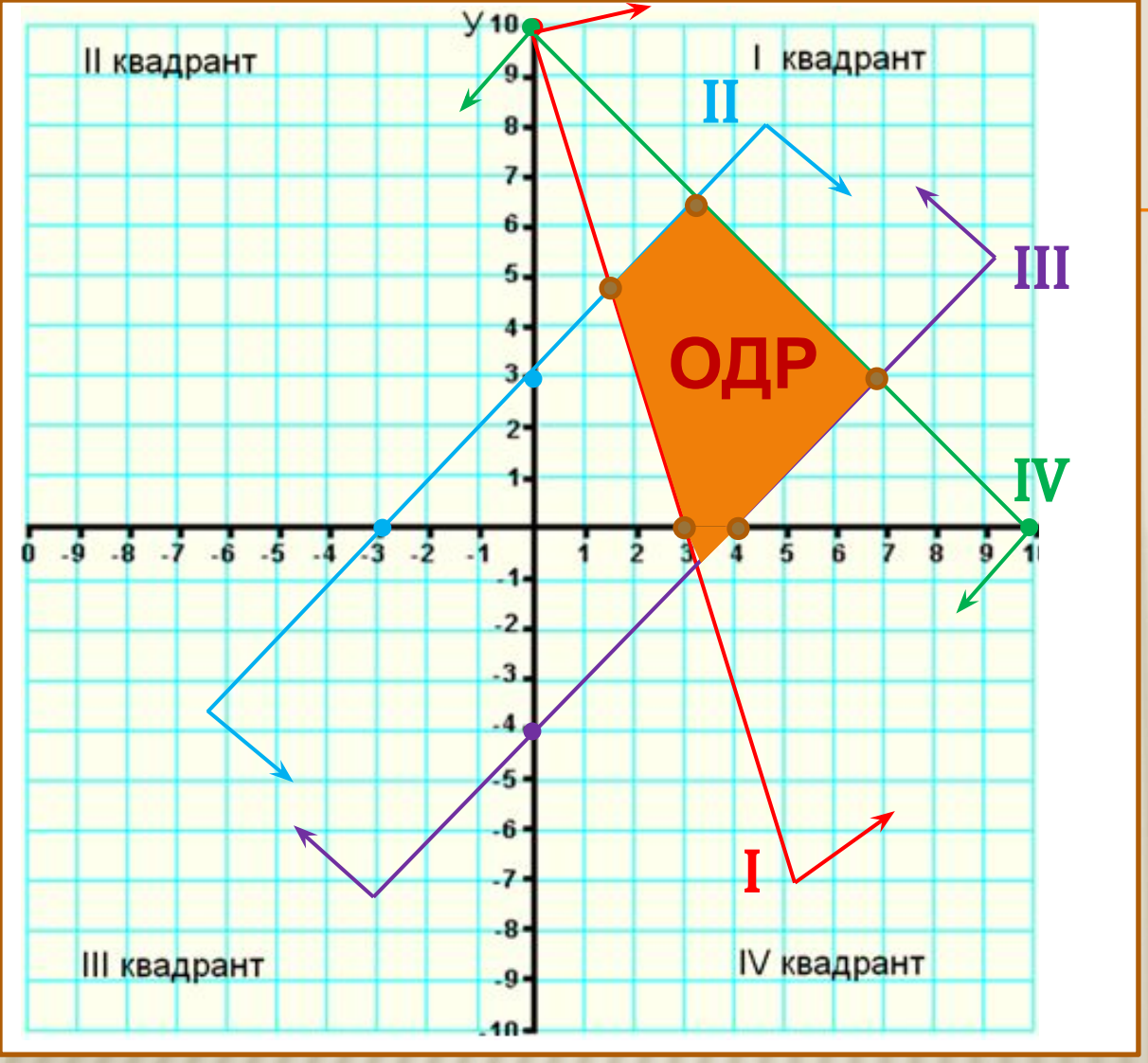
$$\begin{cases} 0+0 \geq 30 \\ 0+0 \leq 3 \\ 0-0 \leq 4 \\ 0+0 \leq 10 \end{cases}$$

I – Не захватывает

II – Захватывает

III – Захватывает

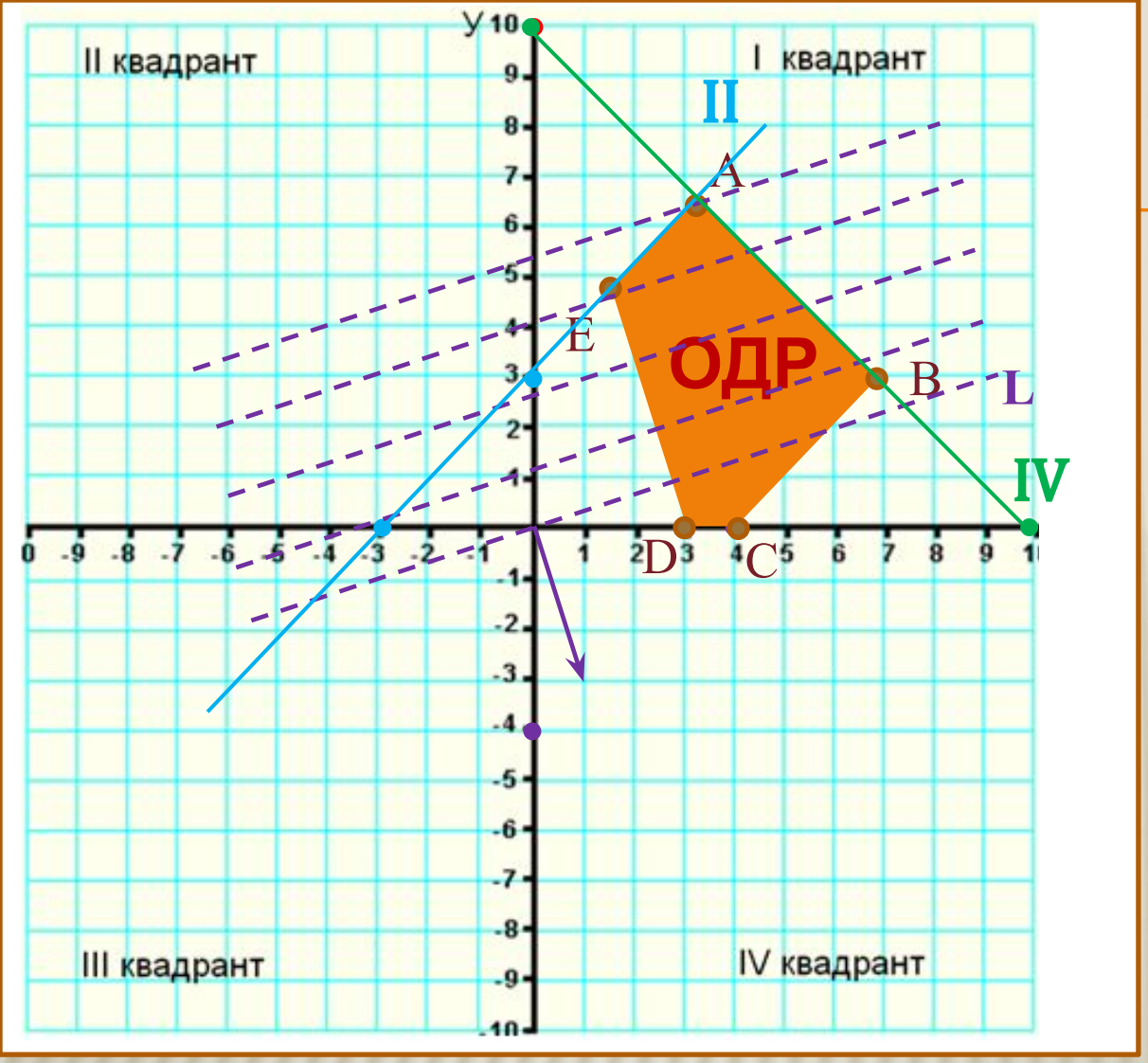
IV - Захватывает



3) Выделяем ОДР;

$$x_{1,2} \geq 0$$

4) Теперь работаем только с ОДР: Расставляем точки на всех её углах(Крайних точках);



5) Для того, чтобы определить какая часть ОДР является решением нам нужно:

5.1) Построить вектор С. Его начало лежит в точке (0;0), а на его направление указывают коэффициенты, стоящие перед неизвестными в целевой функции;

$$F = x_1 - 3x_2 \rightarrow min \Rightarrow$$

$\Rightarrow (1;-3)$

5.2) Проводим перпендикуляр L вектору С и затем продолжаем строить прямые, параллельные прямой L против направления вектора С(т.к. F стремиться к минимуму), пока L не будет пересекать ОДР;

5.3) Итак, оптимальным решением будут являться координаты точки А, которая является пересечением II и IV прямых.

2 ЭТАП. ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1) Решаем систему уравнений, состоящую из II и IV прямых:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases}$$

$$x_2 = 3 + x_1$$

$$x_1 + 3 + x_1 = 10$$

$$2x_1 = 10 - 3$$

$$x_1 = 3{,}5$$

$$x_2 = 10 - 3{,}5 = 6{,}5$$

2) Подставляем найденные значения неизвестных в целевую функцию:

$$F = x_1 - 3x_2 \to min$$

$$F = 3{,}5 - 3 * 6{,}5$$

$$F = -16$$

Ответ: $x_1 = 3{,}5;\ x_2 = 6{,}5; F = -16$