

ТЕМА 4. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ



1 ЭТАП. НАХОЖДЕНИЕ ОДР

Условие задачи:

$$\left\{ \begin{array}{l} F = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min \\ 10x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_{1,2} \geq 0 \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} 10x_1 + 3x_2 = 30 \\ -x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{array} \right.$$

Выписываем только ограничения и приравниваем левую их часть к правой

$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 = 30 & \text{I} & (0;10) & (3;0) \\ -x_1 + x_2 = 3 & \text{II} & (0;3) & (-3;0) \\ x_1 - x_2 = 4 & \text{III} & (0;-4) & (4;0) \\ x_1 + x_2 = 10 & \text{IV} & (0;10) & (10;0) \end{cases}$$

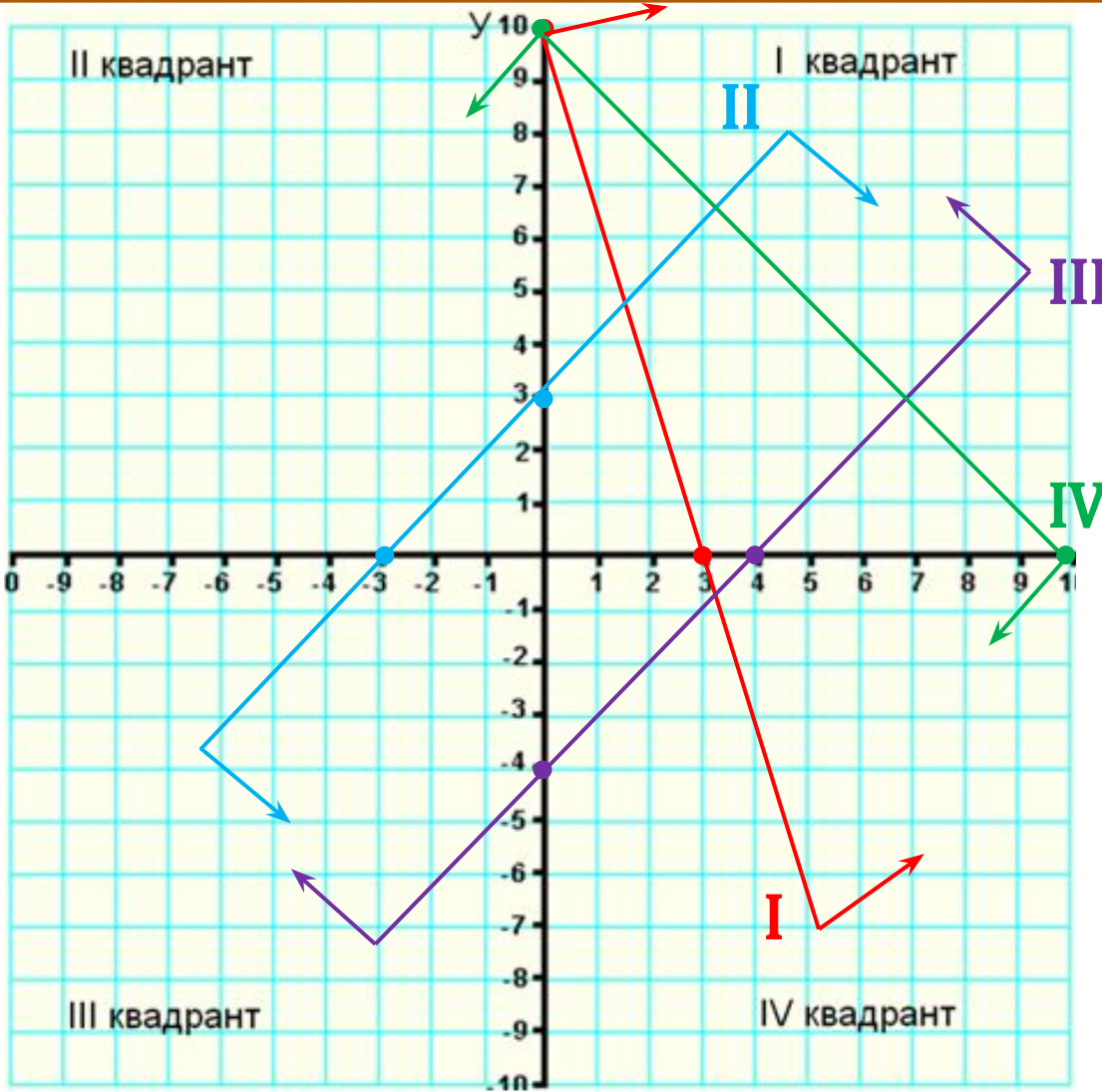


1) Теперь находим по две точки для каждого уравнения. Для этого поочередно приравняем по одному неизвестному к нулю;

2) Затем пронумеруем каждую прямую;

3) И теперь смело переходим к координатной плоскости;



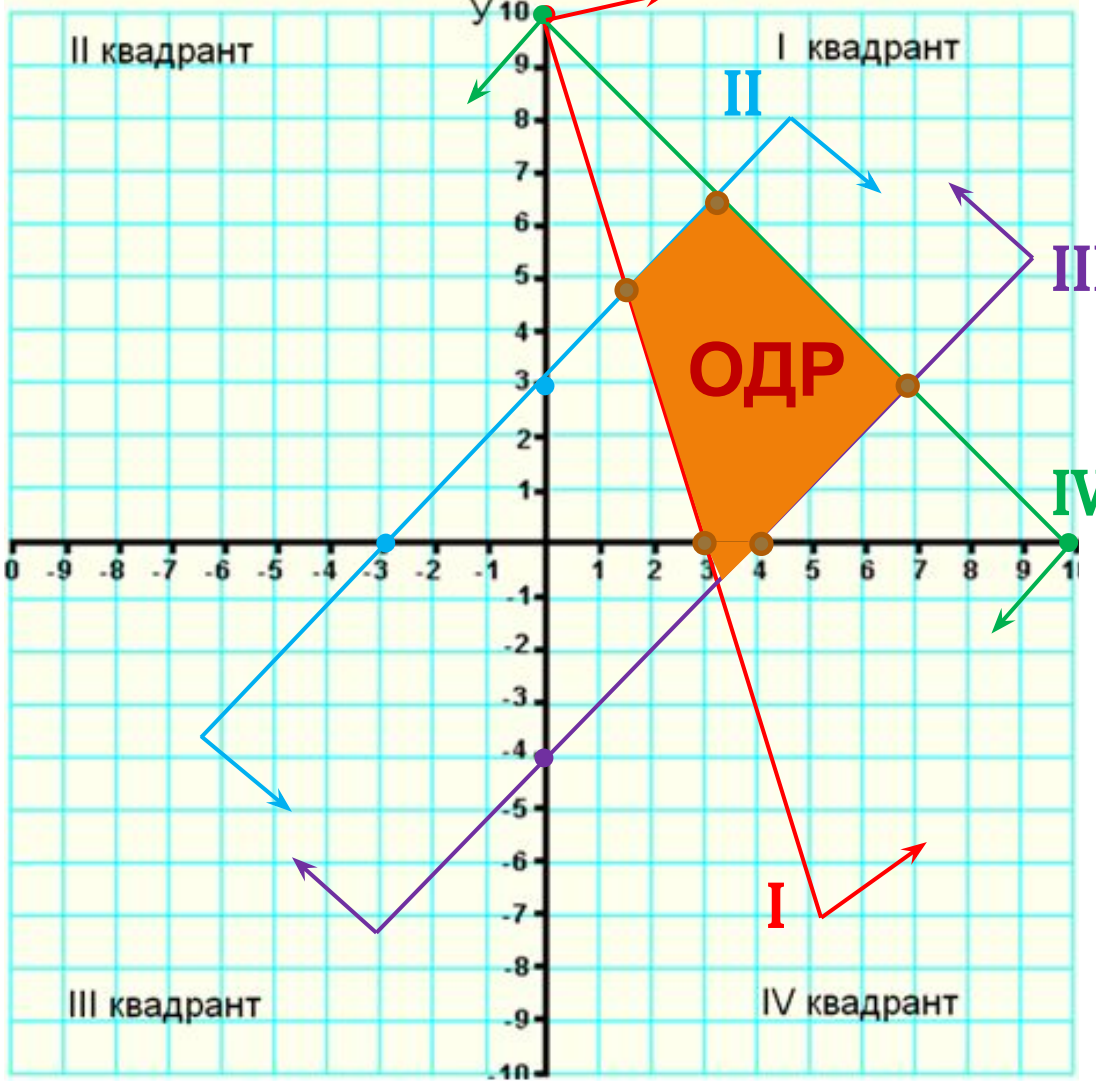


1) Отмечаем точки и проводим через них прямые;

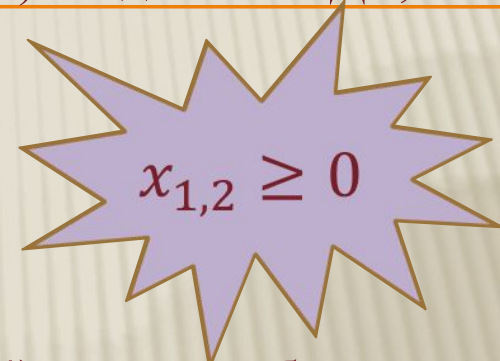
- I** (0;10) (3;0)
- II** (0;3) (-3;0)
- III** (0;-4) (4;0)
- IV** (0;10) (10;0)

2) Выясняем какие части полуплоскости захватывает каждая прямая. Для этого подставляем координаты начала отсчета (0;0) в каждое из начальных неравенств (Если неравенство верное, значит прямая захватывает полуплоскость, в которой лежит эта точка). А затем отображаем это на графике;

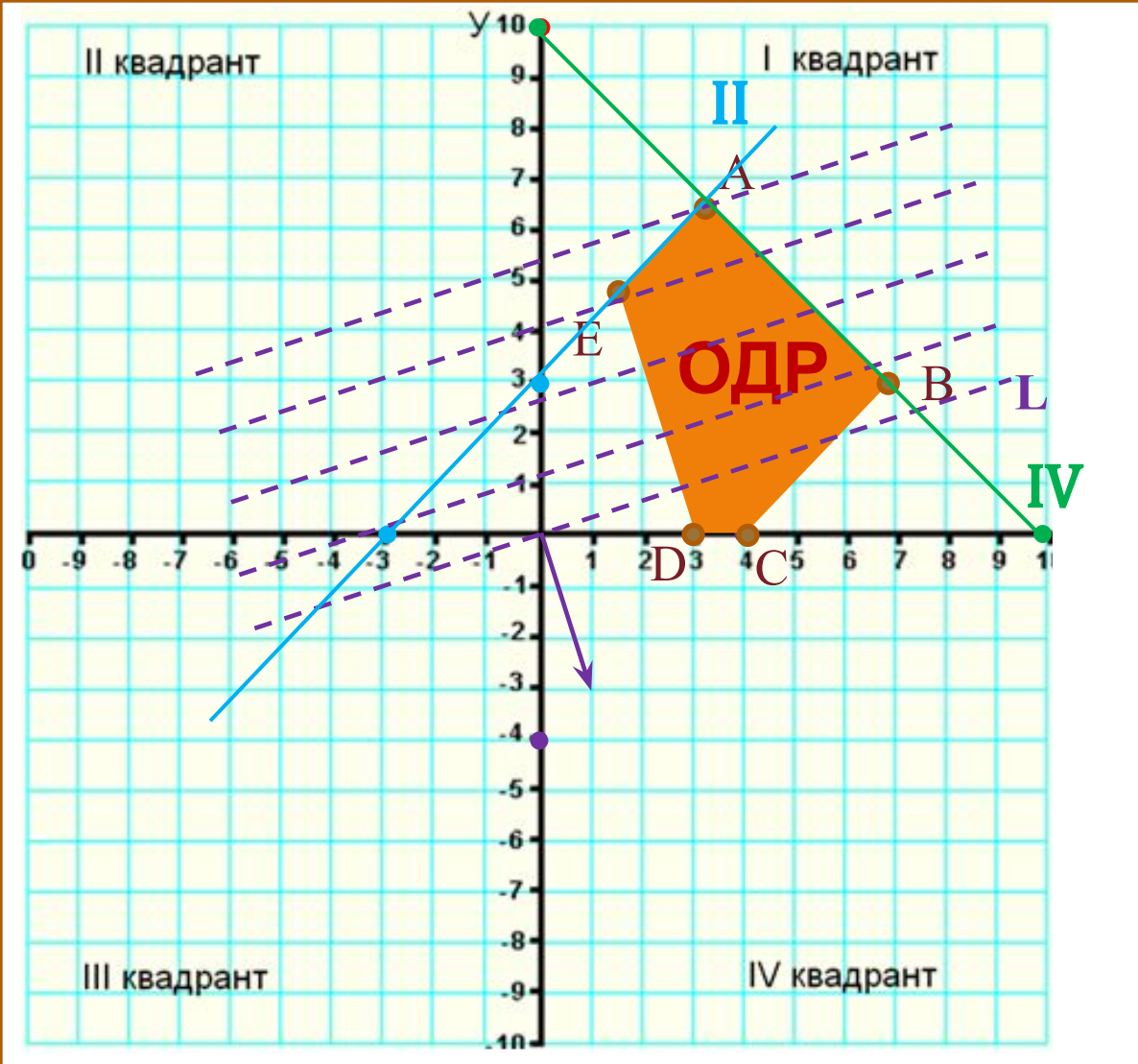
- | | |
|---|---------------------------|
| $\left\{ \begin{array}{l} 0 + 0 \geq 30 \\ 0 + 0 \leq 3 \\ 0 - 0 \leq 4 \\ 0 + 0 \leq 10 \end{array} \right.$ | I – Не захватывает |
| | II – Захватывает |
| | III – Захватывает |
| | IV – Захватывает |



3) Выделяем ОДР;



4) Теперь работаем только с ОДР: Расставляем точки на всех её углах(Крайних точках);



5) Для того, чтобы определить какая часть ОДР является решением нам нужно:

5.1) Построить вектор C . Его начало лежит в точке $(0;0)$, а на его направление указывают коэффициенты, стоящие перед неизвестными в целевой функции;

$$F = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min \Rightarrow \Rightarrow (1; -3)$$

5.3) Итак, оптимальным решением будут являться координаты точки A , которая является пересечением II и IV прямых.

5.2) Проводим перпендикуляр L вектору C и затем продолжаем строить прямые, параллельные прямой L против направления вектора C (т.к. F стремится к минимуму), пока L не будет пересекать ОДР;

2 ЭТАП. ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1) Решаем систему уравнений, состоящую из II и IV прямых:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases}$$

$$x_2 = 3 + x_1$$

$$x_1 + 3 + x_1 = 10$$

$$2x_1 = 10 - 3$$

$$x_1 = 3,5$$

$$x_2 = 10 - 3,5 = 6,5$$

2) Подставляем найденные значения неизвестных в целевую функцию:

$$F = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$$

$$F = 3,5 - 3 * 6,5$$

$$F = -16$$



Ответ: $x_1 = 3,5$; $x_2 = 6,5$; $F = -16$