

# ЭЛЕКТРОСТАТИКА

## Лекция 16.

### Тема: Электрическое поле в веществе.

Учебник:

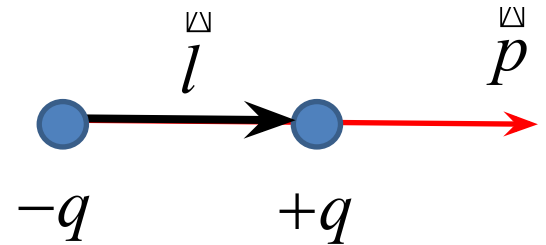
*Трофимова Т.И.* Курс физики : учеб. пособ. для вузов / Т. И. Трофимова. - М.: Академия, 2007.- с. **160-167**.

**к.ф.-м.н.  
Куручкин А.**

# Электрический диполь

**Электрический диполь** – электронейтральная система из двух точечных одинаковых по модулю и противоположных по знаку зарядов, находящихся друг от друга на расстоянии  $l$ , очень малом по сравнению с расстоянием  $r$  до точки наблюдения. ( $l \ll r$ )

**Электрический дипольный момент**  $\vec{p}_e$  – ВФВ, характеризующая способность диполя создавать электрическое поле, равная произведению модуля одного из зарядов диполя  $q$  на вектор  $l$ , проведенный от центра **отрицательного** заряда к центру **положительного**



$$\vec{p}_e = |q|l, \quad (1)$$

$$[K_e] = \text{м} \cdot \cdot$$

где  $l$  – плечо диполя.

# Поляризация диэлектриков в электрическом поле

**Диэлектрик** – вещество,

- не способное проводить электрический ток;
- в котором нет свободных носителей электрического заряда. Все заряды в таких диэлектриках связанные: принадлежат отдельным атомам и молекулам.

**1) Связанные заряды** – заряды, совершающие микроскопические движения в веществе и не способные перемещаться на значительные расстояния.

**Примеры связанных зарядов:** заряженные микрочастицы, входящие в состав атомов, молекул, ионов.

**2) Свободные заряды** – заряды, способные перемещаться в веществе на значительные расстояния.

# Поляризация диэлектриков

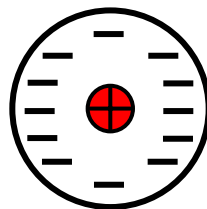
**Поляризация** – смещение связанных зарядов из своих положений равновесия порядка атомных при внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле.

В соответствии с механизмом поляризации диэлектрики делятся на III класса:

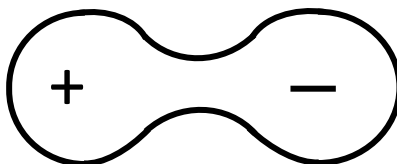
Диэлектрики	Механизм поляризации
Неполярные	Электронный
Полярные	Ориентационный
Ионные кристаллы	Ионный

# Полярные и неполярные молекулы

1. В **неполярных молекулах** в отсутствии внешнего электрического поля центры положительного и отрицательного зарядов совпадают; молекула электронейтральна и **не имеет дипольного момента**.



2. **Полярные молекулы** в отсутствии внешнего электрического поля **являются диполями**, поскольку центры положительного и отрицательного зарядов у них смещены.



# I. неполярные диэлектрики

Примеры неполярных молекул:  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$ .

Электронный (деформационный) механизм поляризации диэлектрика, состоящий из неполярных молекул.

В отсутствии внешнего поля  $\vec{E}_0$  сторонних зарядов электронное облако молекулы сферически симметрично и центр отрицательного заряда совпадает с положительно заряженным ядром.

При включении внешнего поля  $\vec{E}_0$  электронное облако деформируется (центр отрицательного заряда перестает совпадать с ядром), и образуется диполь.

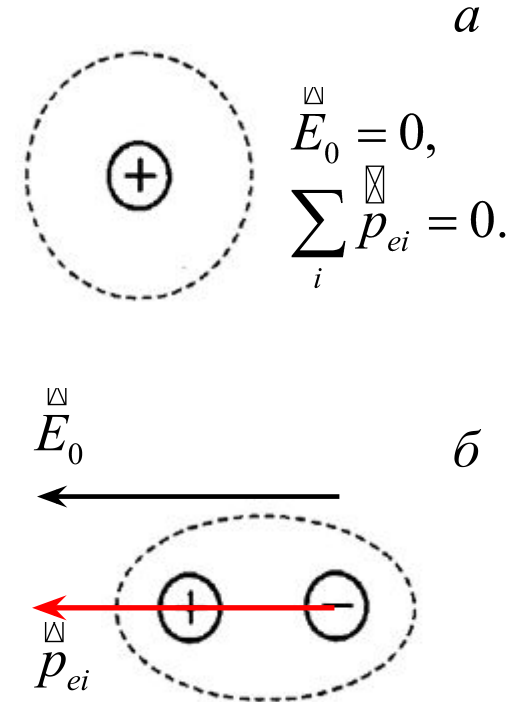


Рис. 1

# Механизм поляризации **неполярных** диэлектриков

1. При  $\vec{E}_0 = 0$  диполей нет, поляризация отсутствует (рис. 2, а).

$$\vec{E}_0 = 0$$



Рис. 2а

2. При наличии внешнего поля  $\vec{E}_0$  **положительные** и **отрицательные** заряды в пределах каждой молекулы смещаются, молекулы превращаются в диполи, диэлектрик становится **поляризованным** (рис. 2, б).

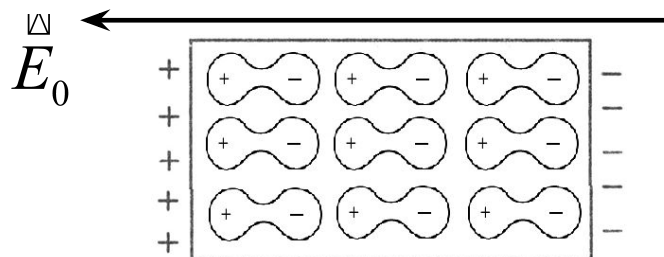


Рис. 2б

**Поляризация диэлектрика** — явление превращения электрически нейтральной системы **связанных** зарядов вещества в систему ориентированных по полю диполей.

## II. Полярные диэлектрики

Примеры полярных молекул:  $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $SO_2$ ,  $CO$ .

### Механизм поляризации **полярных** диэлектриков.

1. **Полярные молекулы** являются диполями ( $\sum p \neq 0$ ), однако в отсутствии внешнего электрического поля из-за хаотической ориентации молекул суммарный дипольный момент всего вещества равен нулю (рис. 3а).

$$\begin{aligned} \sum E_0 &= 0, \\ \sum_i p_{ei} &= 0. \end{aligned}$$

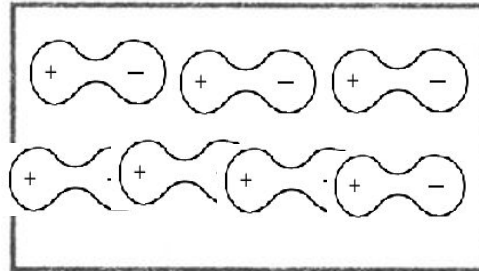


Рис. 3а

2. Во внешнем поле **полярные** молекулы ориентируются так, что их дипольные моменты стремятся выстроиться по полю (этому препятствует тепловое движение), вследствие чего  $\sum p_{ei} \neq 0$  (рис. 3б).

$$\sum_i p_{ei} \neq 0.$$

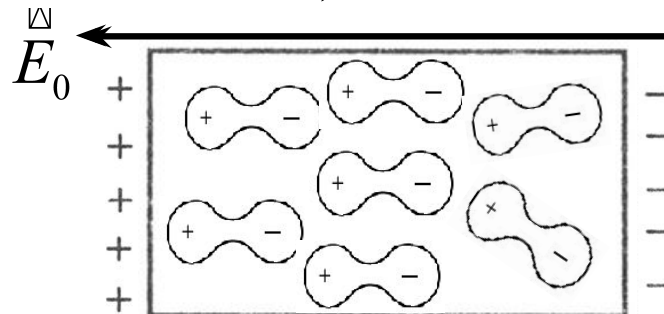


Рис. 3б

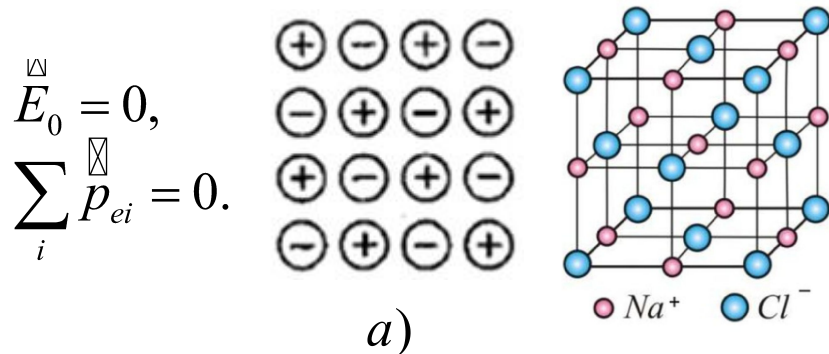


### III. Ионный механизм поляризации

Примеры ионных кристаллов:  $NaCl$  – поваренная соль,  $KCl$ ,  $KBr$ .

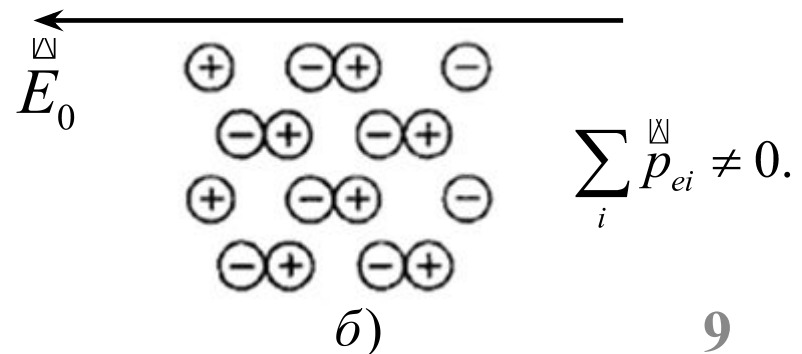
**Ионные кристаллы** – кристаллы состоящие из чередующихся ионов противоположного знака.

Если стороннее поле отсутствует, то на каждой поверхности кристалла имеется одинаковое количество **положительных** (ионов натрия  $Na^+$ ) и **отрицательных** (ионов хлора  $Cl^-$ ) зарядов, из-за чего вещество в целом **неполяризовано**.



**Включение** стороннего поля **приводит к относительному сдвигу подрешеток**, образованных положительно и отрицательно заряженными ионами (подрешетка положительно заряженных ионов смещается по полю).

В результате на одной из граней (левой) сосредоточивается нескомпенсированный положительный заряд, а на противоположный – отрицательный.



- 1. Электронная** — смещение электронных оболочек атомов под действием внешнего электрического поля. Самая быстрая поляризация (до  $10^{-15}$  с). Потери энергии отсутствуют.
- 2. Ионная** — смещение узлов кристаллической структуры под действием внешнего электрического поля, причем смещение на величину, меньшую, чем величина постоянной решетки. Время протекания  $10^{-13}$  с, без потерь.
- 3. Дипольная (ориентационная)** — связана с ориентацией диполей во внешнем электрическом поле. Протекает с потерями энергии на преодоление сил связи и внутреннего трения.

# Поляризованность

Количественной мерой степени **поляризации** диэлектрика во внешнем поле является **поляризованность**  $P$ .

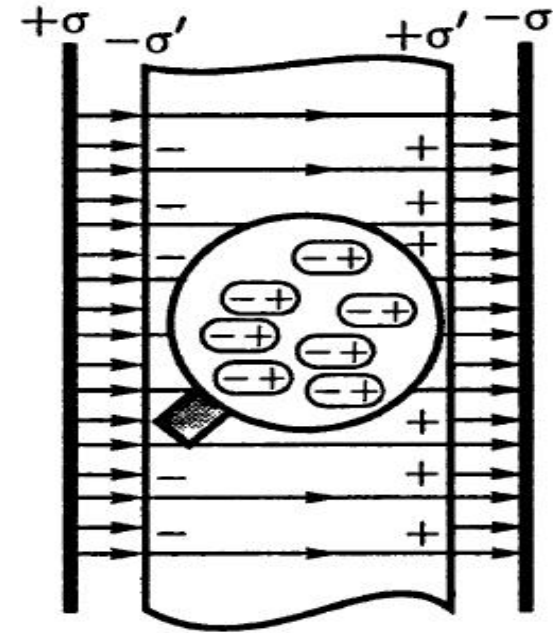
**Поляризованность**  $\overline{P}$  – векторная величина, определяемая как дипольный момент единицы объема диэлектрика:

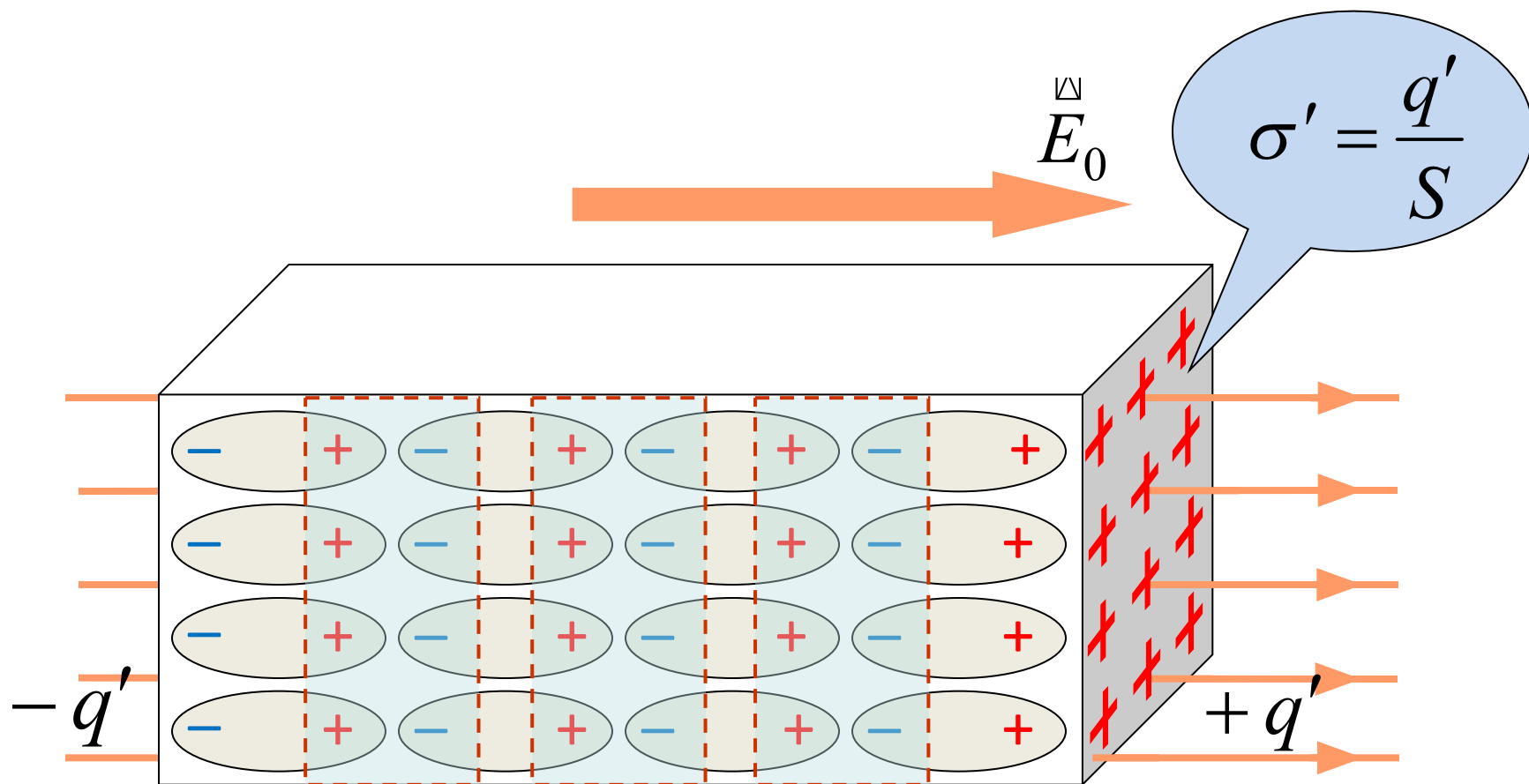
$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \overline{p}_{ei}}{M} \left[ \frac{Kл}{2} \right] \quad (2)$$

где  $\overline{p}_{ei}$  – дипольный момент  $i$ -й молекулы.

# Поле внутри диэлектрика

- Внесем в **однородное внешнее электрическое поле**  $E_0$  (создается двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями) **пластинку из однородного диэлектрика**.
- Под действием поля диэлектрик поляризуется, т.е. происходит смещение зарядов; **положительные** смещаются **по полю**, **отрицательные** – **против поля**.
- В результате этого на правой грани диэлектрика, обращенного к отрицательной плоскости, будет **избыток положительного** заряда с поверхностной плотностью  $+\sigma'$ , на левой – **отрицательного** заряда с поверхностной плотностью  $-\sigma'$ .
- Эти **нескомпенсированные** заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются **связанными**.





Во внешнем поле молекулы диэлектрика поляризуются.  
На **торцевых поверхностях** появляются **связанные** заряды.

Появление **связанных зарядов** приводит к возникновению *дополнительного электрического поля  $E'$*  (поля, создаваемого связанными зарядами), которое направлено **против** внешнего поля  $E_0$  (поля, создаваемого свободными зарядами) и **ослабляет** его.

### Результирующее поле внутри диэлектрика

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

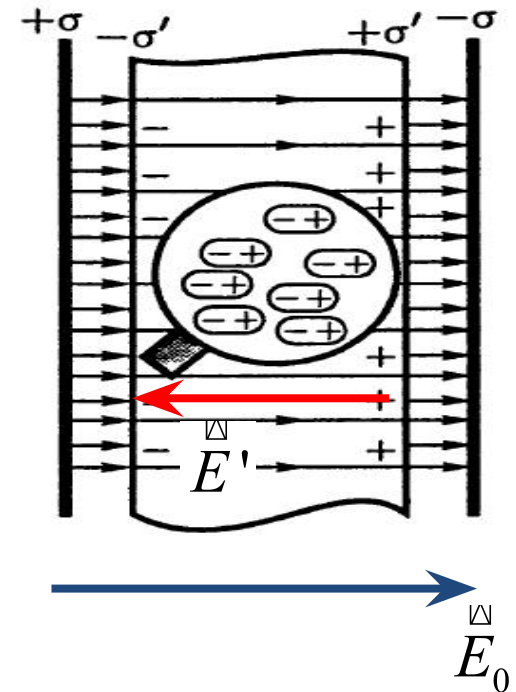
$$E = E_0 - E'$$

Мы уже знаем, что поле (напряжённость) в вакууме, созданное между двумя бесконечными заряженными плоскостями, равно

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

поэтому

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}. \quad (4)$$



## Поверхностная плотность связанных зарядов $\sigma'$

Суммарный дипольный момент пластинки диэлектрика

$$\sum_i p_{ei} = PV = PSd, \quad (5)$$

где  $S$  – площадь грани пластинки,  $d$  – её толщина.

С другой стороны, суммарный дипольный момент, равен

$$\sum_i p_{ei} = q'd = \sigma'Sd. \quad (6)$$

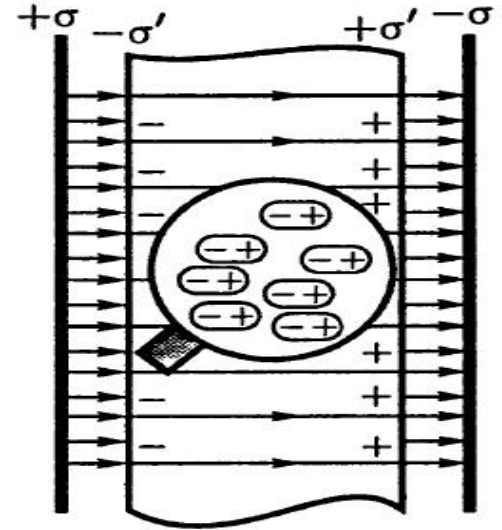
Поэтому, приравняв (5) и (6), получим

$$PSd = \sigma'Sd$$

или

$$\sigma' = P, \quad (7)$$

т.е. поверхностная плотность  $\sigma'$  **связанных** зарядов равна модулю вектора поляризованности  $P$ .



Для большого числа диэлектриков

(за исключением сегнетоэлектриков и некоторых ионных кристаллов)

поляризованность  $\vec{P}$  линейно зависит от напряжённости поля  $\vec{E}$ . Если диэлектрик изотропный и  $\vec{E}$  не слишком велико, то

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \quad (3)$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость вещества, характеризующая свойства диэлектрика.

### Важные нюансы

1.  $\chi$  – величина безразмерная;
2. Всегда  $\chi > 0$  и для большинства диэлектриков (твёрдых и жидких) составляет несколько единиц.



Получаем

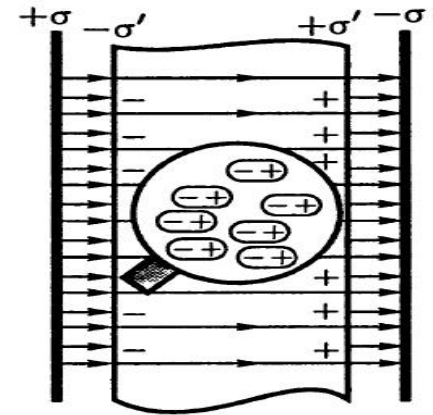
$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\varepsilon_0 \chi E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E,$$

откуда **напряженность результирующего поля** внутри диэлектрика равна

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad (7)$$

Безразмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \quad (8)$$



называется **диэлектрической проницаемостью среды**.

$\varepsilon$  показывает, во сколько раз поле **ослабляется** диэлектриком, и характеризует **количественно** свойство диэлектрика **поляризоваться** в электрическом поле.

# Вектор электрического смещения $\vec{D}$

Вектор напряжённости, переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при расчётах электростатических полей. Поэтому удобно ввести величину, учитывающую свойства среды, на которую действует внешнее электростатическое поле.

**Вектор электрического смещения**  $\vec{D}$  – ВФВ, являющаяся вспомогательной характеристикой электрического поля, определяемая соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right]$$

Вектор электрического смещения можно выразить следующим образом:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi \varepsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}.$$

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Возвращаясь к напряженности результирующего поля внутри диэлектрика равна

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon} \cdot \varepsilon \varepsilon_0$$

Умножим на  $\varepsilon \varepsilon_0$

$$\underbrace{\varepsilon \varepsilon_0}_{D} E = \underbrace{\varepsilon \varepsilon_0}_{D_0} E_0$$

$$D = D_0 \quad \text{или} \quad \overline{D} = \overline{D}_0$$

**ВАЖНО!** Электрическое смещение внутри пластины  $\overline{D}$  совпадает с электрическим смещением внешнего поля  $\overline{D}_0$  при условии, что однородный и изотропный диэлектрик заполняет объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями.

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} = \left[ E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \right] = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

$$\underbrace{\varepsilon \varepsilon_0}_{D} E = \sigma$$

т.е. поверхностная плотность  $\sigma$  свободных зарядов равна модулю вектора электрического смещения  $D$ .

$$D = \sigma$$

# ВЫВОД

Если **однородный** и **изотропный** диэлектрик полностью заполняет объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями поля сторонних зарядов, то вектор электрического смещения совпадает с вектором напряжённости поля сторонних зарядов, умноженным на  $\epsilon_0$ ,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0.$$

и, следовательно, напряжённость поля внутри диэлектрика в  $\epsilon$  раз меньше, чем напряжённость поля сторонних зарядов.

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}$$

# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ВЕКТОРА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СМЕЩЕНИЯ

Вектор  $\vec{D}$  характеризует электростатическое поле, создаваемое **свободными** зарядами (т.е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

## ВАЖНЫЕ НЮАНСЫ

1. Поле  $\vec{D}$ , как и поле  $\vec{E}$ , изображается с помощью линий электрического смещения, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности.
2. Линии вектора  $\vec{E}$  могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах – **свободных** и **связанных**, в то время как линии вектора  $\vec{D}$  – только на **свободных** зарядах.

# Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Поток вектора электрического смещения электростатического поля **в диэлектрике** сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности сторонних электрических зарядов.

$$\oint_S \vec{D} dS = \sum_{i=1}^n q_{\text{стор}}$$

$$\oint_S \vec{E} dS = \frac{\sum_{i=1}^N q_{\text{всех}}}{\epsilon_0} = \frac{\sum_{i=1}^n q_{\text{стор}} + \sum_{i=1}^k q_{\text{связ}}}{\epsilon_0}$$

Эта формула неприемлема для описания поля в диэлектрике, так как она выражает свойства неизвестного поля через связанные заряды, которые, в свою очередь, определяются им же.

# Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

Пусть в диэлектриках создано поле, напряженность которого в первом диэлектрике равна  $E_1$ , а во втором -  $E_2$ .

При отсутствии на границе свободных зарядов.

Построим вблизи границы раздела диэлектриков 1 и 2 замкнутый прямоугольный контур ABCDA длиной  $l$ . BC и DA ничтожно малы.

Согласно теореме о циркуляции вектора  $E$

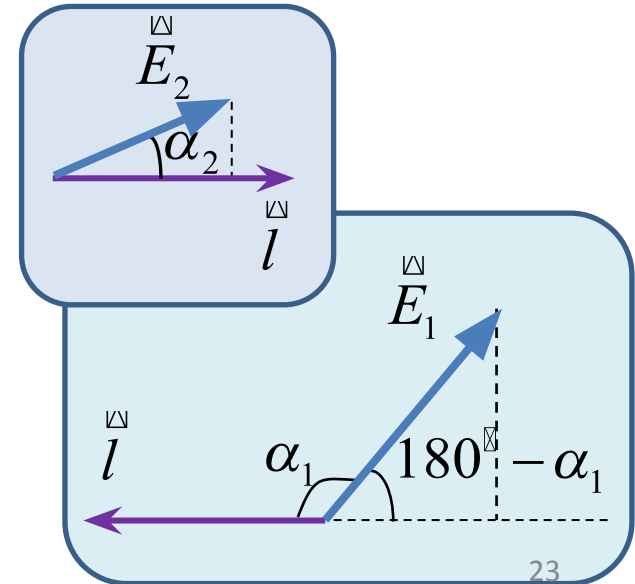
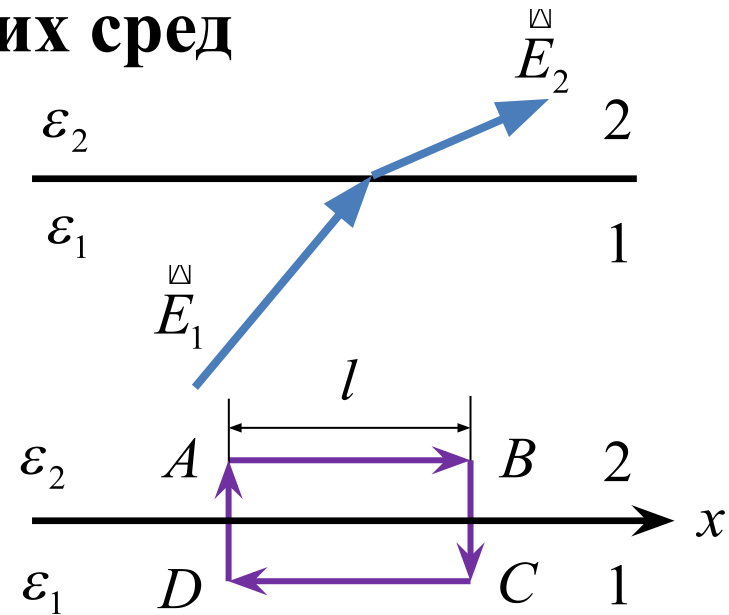
$$\oint_{ABCD} E dl = 0$$

$$\int_{AB} E_2 dl + \int_{CD} E_2 dl = \int_{AB} E_{2l} \cos \alpha_2 dl + \int_{CD} E_{1l} \cos \alpha_1 dl =$$

$$= \int_{AB} E_{2l} dl - \int_{CD} E_{1l} dl = E_{2l}l - E_{1l}l = 0$$

$$E_{2l}l - E_{1l}l = 0$$

$$E_{2l} = E_{1l}$$



Представим каждый из векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих:

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= \vec{E}_{1n} + \vec{E}_{1\tau} \\ \vec{E}_2 &= \vec{E}_{2n} + \vec{E}_{2\tau}\end{aligned}$$

Тогда

$$1. \quad \vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{2\tau}$$

$$D_{1\tau} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1\tau}$$

$$\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}$$

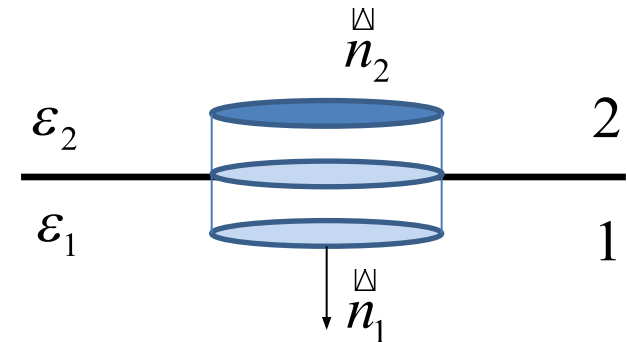
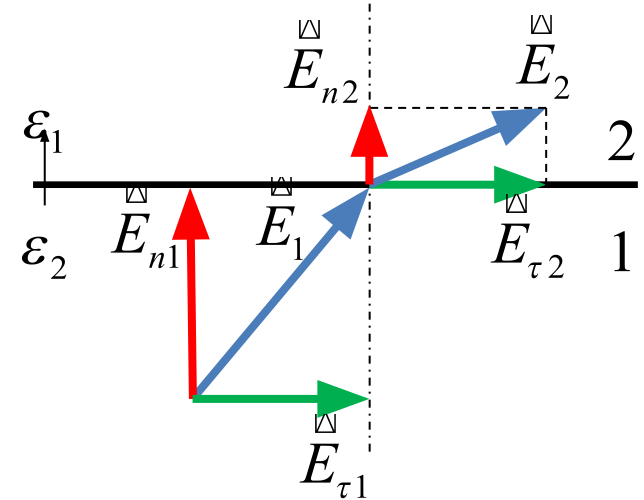
$$D_{2\tau} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2\tau}$$

$$2. \quad \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

На границе раздела построим прямой цилиндр ничтожно малой высоты  $h$ .

Согласно теореме Гаусса для вектора  $\vec{D}$

$$\oint_S \vec{D} dS = \sum_{i=1}^n q_{i\text{вотр}}$$





$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_{i \text{ в } S}$$

$$D_{n1} S + D_{n2} S + D_{n3} S = 0$$

$$D_{n1} = -D_{n2}$$

Если проецировать  $\vec{D}_1$  и  $\vec{D}_2$  на одну и ту же нормаль, получится условие

$$1. \quad D_{n1} = D_{n2}$$

$$D_{1n} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n}$$

$$\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}$$

$$D_{2n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}$$

$$2. \quad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

### ВЫВОД:

При переходе через границу раздела двух диэлектриков **нормальная составляющая** вектора электрического смещения и **тангенциальная составляющая** вектора напряжённости электрического поля изменяются непрерывно.

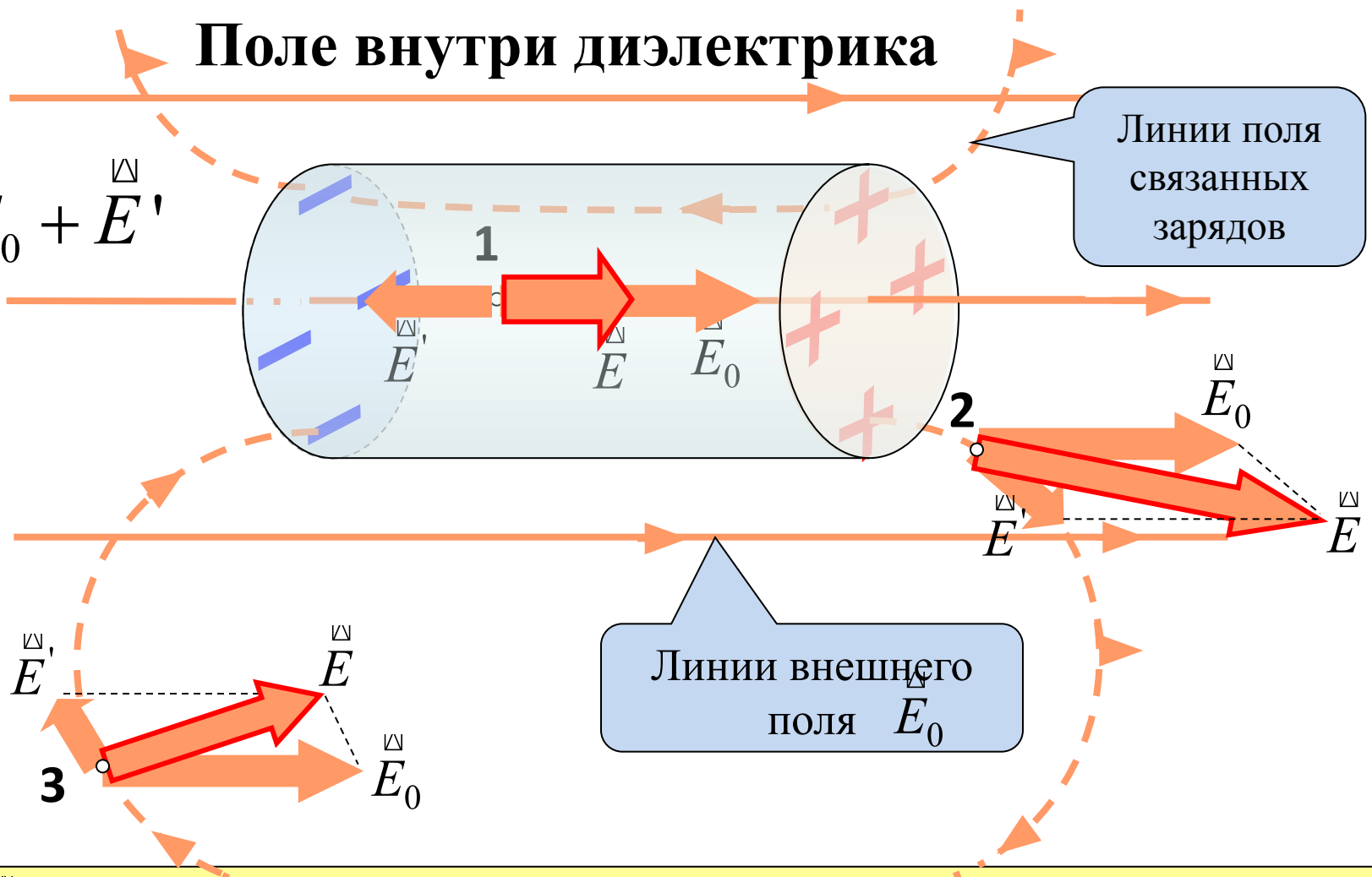
$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad D_{n1} = D_{n2}$$

**Тангенциальная составляющая** вектора электрического смещения и **нормальная составляющая вектора** напряжённости электрического поля претерпевают скачок.

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

# Поле внутри диэлектрика

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

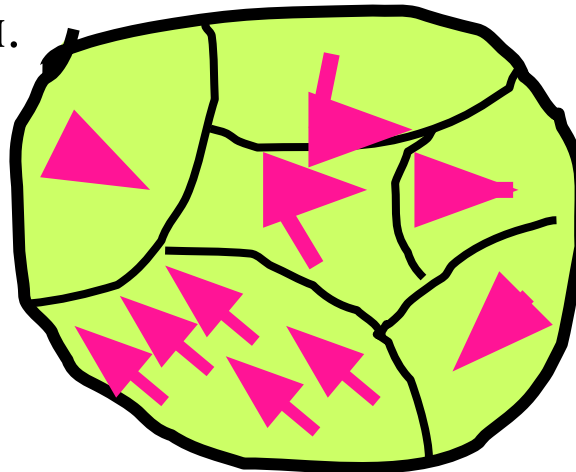


Поле  $\vec{E}'$  создается **связанными** зарядами диэлектрика. Оно ослабляет поле  $E_0$  внутри диэлектрика (точка 1). За пределами диэлектрика суммарное поле увеличивается (точка 2) или уменьшается (точка 3).

# Сегнетоэлектрики

**Формулировка.** **Сегнетоэлектрики** - диэлектрики, обладающие в определенном интервале температур спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью, т.е. поляризованностью в отсутствие внешнего электрического поля. К таким материалам относится сегнетова соль  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  и титанат бария  $\text{BaTiO}_3$ .

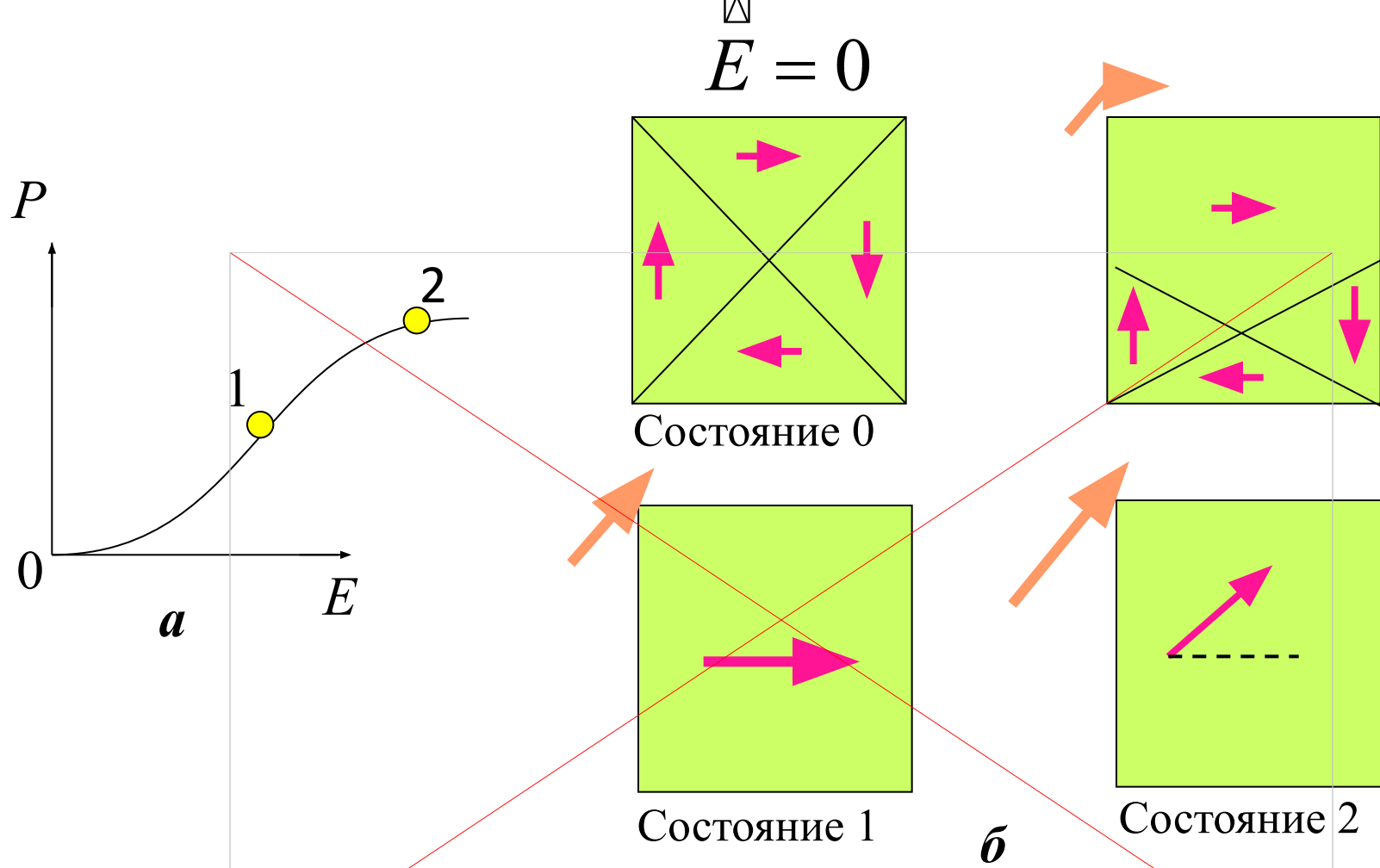
Обычно **сегнетоэлектрик** не является однородно поляризованным, а представляет собой совокупность доменов – малых областей, поляризованных практически до точки насыщения. Векторы поляризации соседних доменов ориентированы в разные стороны, так что в целом макроскопический объем вещества оказывается неполяризованным.



$$\begin{aligned} \overline{P}_{\text{домена}} &\neq 0, \\ \overline{P}_{\text{сегнетоэл}} &= 0 \end{aligned}$$

Во внешнем электрическом поле происходит рост тех доменов, **векторы поляризации** которых ориентированы по полю, вследствие чего растёт **поляризация** вещества.

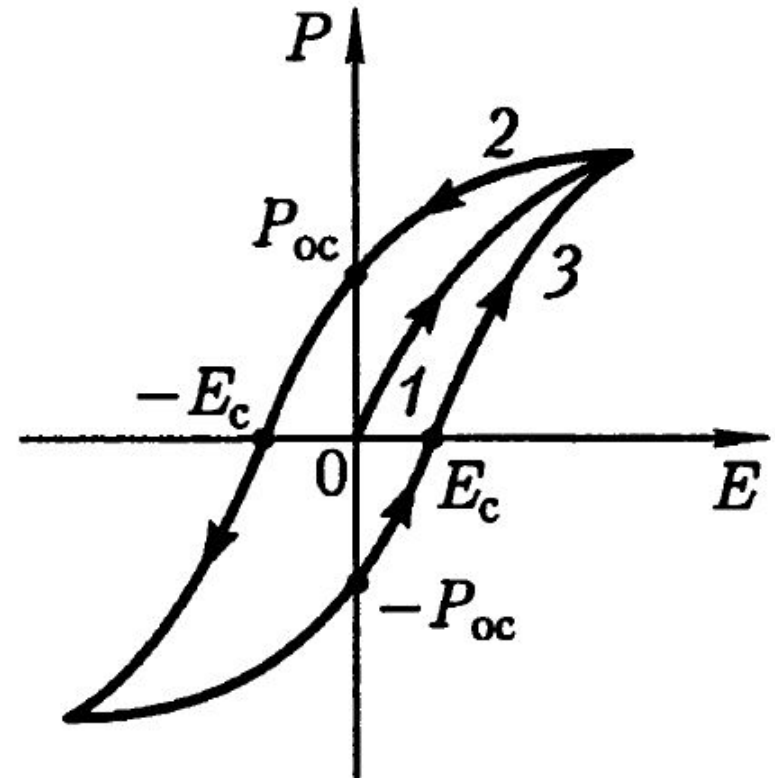
По мере увеличения стороннего поля весь **сегнетоэлектрик** превращается в один домен, **вектор поляризации** которого ориентирован по полю. При этом **поляризация вещества** достигает насыщения. Этот рост незначителен, вследствие чего диэлектрическая проницаемость **сегнетоэлектроников** в больших полях снижается и стремится к значениям, типичным для твердых диэлектриков с деформационным механизмом **поляризации**.



Основная кривая поляризации (а) и схема состояния доменов при увеличении внешнего поля (б).

# Диэлектрический гистерезис

С увеличением напряжённости электрического поля поляризованность  $P$  растёт, достигая насыщения (кривая 1). Уменьшение  $P$  с уменьшением  $E$  происходит по кривой 2, и при  $E=0$  сегнетоэлектрик сохраняет остаточную поляризованность  $P_{oc}$ , т.е. сегнетоэлектрик остаётся поляризованным в отсутствие внешнего электрического поля.



Для уничтожения остаточной поляризованности необходимо приложить электрическое поле обратного направления ( $-E_c$ ). Величина  $E_c$  называется коэрцитивной силой. Если далее изменять  $E$ , то  $P$  изменяется по кривой 3 петли гистерезиса.