Система запросов «Реляционное исчисление кортежей»

- Исчисле́ние
- Лат. calculus — небольшой камешек, используемый для подсчёта.

Система запросов «Реляционное исчисление кортежей»

$\mathcal{TC} = (\mathrm{U}, \mathcal{D}, dom, \mathrm{R}, d, \Theta)$ – реляционное исчисление кортежей

(Relational Tuple Calculus)

$\mathrm{U} = \{A_1, \ldots, A_n\}$ – универсальное множество (универсум) атрибутов

$$D_i = \mathbf{dom}(A_i),\ i = \overline{1,n}$$

$\mathcal{D} = \{D_1, \ldots, D_n\}$ – множество доменов атрибутов

Система запросов «Реляционное исчисление кортежей»

$dom : \mathrm{U} \rightarrow \mathcal{D}$ – полная функция из U в $\mathcal{D}$ (множество значений)

$\mathrm{R} = \{\mathrm{R}_1, \ldots, \mathrm{R}_m\}$ – множество схем отношений

$\mathrm{R_j} \subseteq \mathrm{U}$

$\mathrm{r_j}(\mathrm{R_j}),\ j = \overline{1,m}$

$\mathrm{d} = \{\mathrm{r}_1, \ldots, \mathrm{r}_m\}$ – множество отношений

$\Theta = \{=, \neq, >, <, \geq, \leq\}$ – множество бинарных отношений (знаков сравнения) над доменами

Выражение реляционного исчисления кортежей

$R = \{A_1, \ldots, A_n\}$

x – переменная $\mathcal{TC}$
f – предикат

{x(R) | f(x)} – выражение $\mathcal{TC}$, если:

1. f(x) разрешена над $\mathcal{TC}$
2. ***x*** – единственная переменная в f(x), имеющая свободный тип вхождения
3. $R \subseteq \mathbf{U}$
4. Если type(x, f) определен, то type(x, f) = R, иначе $R \supseteq$ men(f,x)

Выражение реляционного исчисления кортежей

Отношение, определяемое выражением $\mathcal{TC}$:

$r(R) = \{t(R) : f(t) \equiv \boldsymbol{true}\}$

type(x, f) – тип переменной ***x*** в формуле ***f***
men(f, x) – множество ссылок переменной ***x*** в формуле ***f***

Формула реляционного исчисления кортежей

I. Атом

1. $r \in d$ – отношение, x – переменный кортеж
   <u>**Атом:**</u> **r(x)**
   (означает принадлежность кортежа ***x*** отношению ***r***)
2. x, y – переменные кортежи, $\theta \in \Theta$ – знак сравнения
   $A, B \in \mathbf{U}$ **–** θ-сравнимые атрибуты
   <u>**Атом:**</u> **x(A) θ y(B)**
3. x – переменный кортеж, $\theta \in \Theta$ – знак сравнения
   $A \in \mathbf{U}$ **–** атрибут, $c \in dom(A)$
   <u>**Атом:**</u> **x(A) θ c**
4. <u>**Атом:**</u> булевы константы ***true*** и ***false***

Формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

1. **∀ атом - формула**
2. f- формула ⇨ **¬f – формула**
3. f, g - формулы ⇨ **f ∧ g – формула**
4. f, g - формулы ⇨ **f ∨ g – формула**

Формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

5. x – переменный кортеж, f ∋ x – формула, $R \subseteq \mathbf{U}$ ⇨

   ∃x(R)f – формула

6. x – переменный кортеж, f ∋ x – формула, $R \subseteq \mathbf{U}$ ⇨

   ∀x(R)f – формула

7. f- формула ⇨ **(f) – формула**

Формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

<u>Примечание</u>

Допускается следующий вариант записи формул:

$\mathbf{Qx(R) \in r(f)}$

x – переменный кортеж,

$f \ni x$ – формула,

$r \in d$ – отношение,

$R \subseteq \mathbf{U}$,

Q – квантор

Разрешенная формула реляционного исчисления кортежей

I. Атом

Атомарные формулы всегда разрешены, если удовлетворяют требованиям на домены и знаки сравнения

1. f = r(x), r(R)
   тип вхождения ***x*** в ***f*** – свободный
   type(x, f) = R

2. f = x(A) θ y(B)
   тип вхождений ***x*** и ***y*** в ***f*** – свободный
   type(x, f), type(y, f) - не определены
   men(x, f) = A, men(y, f) = B

3. f = x(A) θ c
   тип вхождения ***x*** в ***f*** – свободный
   type(x, f) не определен
   men(x, f) = A

Разрешенная формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

g – разрешенная формула

1. $f = \neg g \Rightarrow f$ – разрешена

   типы вхождения переменных в ***f***, а также типы и множества ссылок, сохраняются по сравнению с типами вхождения переменных в ***g***

   type(x, f) = type(x, g), men(x, f) = men(x, g)

Разрешенная формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

g, h – разрешенные формулы

2. $f = g \wedge h \Rightarrow f$ – разрешена

типы вхождения переменных в ***f*** сохраняются по сравнению с типами вхождения переменных в ***g***

type(x, f) = type(x, g) = type(x, h), если определены type(x, g) и type(x, h)

type(x, f) = type(x, g), если определен type(x, g), но не определен type(x, h); men(x, h) $\subseteq$ type(x, g)

men(x, f) = men(x, g) $\cup$ men(x, h), если не определены type(x, g) и type(x, h)

Разрешенная формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

g, h – разрешенные формулы

3. $f = g \vee h \Rightarrow f$ – разрешена

типы вхождения переменных в ***f*** сохраняются по сравнению с типами вхождения переменных в ***g***

type(x, f) = type(x, g) = type(x, h), если определены type(x, g) и type(x, h)

type(x, f) = type(x, g), если определен type(x, g), но не определен type(x, h); men(x, h) $\subseteq$ type(x, g)

men(x, f) = men(x, g) $\cup$ men(x, h), если не определены type(x, g) и type(x, h)

Разрешенная формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

g – разрешенная формула

4. $f = \exists x(R)g$

$\boldsymbol{f}$ разрешена, если тип вхождения $\boldsymbol{x}$ в $\boldsymbol{g}$ – свободный, type(x, g) = R (если type(x, g) определен в g) или men(x, g) $\subseteq$ R

тип вхождения $\boldsymbol{x}$ в $\boldsymbol{g}$ – связанный ⇨ type(x, f) и men(x, f) не определены

типы вхождения переменных, $\neq \boldsymbol{x}$, в $\boldsymbol{f}$ сохраняются по сравнению с типами вхождения переменных в $\boldsymbol{g}$

Разрешенная формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

g – разрешенная формула

5. $f = \forall x(R)g$

f разрешена, если тип вхождения ***x*** в ***g*** – свободный, type(x, g) = R (если type(x, g) определен в g) или men(x, g) $\subseteq$ R

тип вхождения ***x*** в ***g*** – связанный ⇨ type(x, f) и men(x, f) не определены

типы вхождения переменных, $\neq$ ***x***, в ***f*** сохраняются по сравнению с типами вхождения переменных в ***g***

Разрешенная формула реляционного исчисления кортежей

II. Формула

g – разрешенная формула

6. f = (g) ⇨ f – разрешена

типы вхождения переменных в ***f***, а также типы и множества ссылок, сохраняются по сравнению с типами вхождения переменных в ***g***

type(x, f) = type(x, g), men(x, f) = men(x, g)

Значение выражения реляционного исчисления кортежей:

Подстановка

f(x) – разрешенная формула

type(x, f) = R, R$\subseteq$U, или men(x, f)$\subseteq$R

f(t/x) – **подстановка**

кортежа ***t*** вместо переменной ***x***,

определяемая модификацией $\forall$ атома,

содержащего свободное вхождение ***x*** в ***f***

по правилам:

Значение выражения реляционного исчисления кортежей:

Подстановка

1. $\mathbf{r(x)}$, x свободна в f
   $r(x) = \textbf{\textit{true}}$, если $t \in r$, иначе $r(x) = \textbf{\textit{false}}$

2. $\mathbf{x(A)\ \theta\ y(B)}$, x свободна в f, $t(A) = c$, $c \in dom(A)$
   $x(A)\ \theta\ y(B) = \mathbf{c\ \theta\ y(B)}$

3. $\mathbf{x(A)\ \theta\ c}$, x свободна в f, $t(A) = c_1$, $c_1 \in dom(A)$
   $x(A)\ \theta\ c = c_1\ \theta\ c = \textbf{\textit{true}}$, если выполняется сравнение,
   иначе $x(A)\ \theta\ c = \textbf{\textit{false}}$

Значение выражения реляционного исчисления кортежей

Интерпретация

f(x) – разрешенная формула

$\nexists$ свободных переменных в ***f***

I(f) – интерпретация формулы ***f***

1. f = ***true*** ⇨ I(f) = ***true***
   f = ***false*** ⇨ I(f) = ***false***
2. f = ¬g, в ***g*** $\nexists$ свободных переменных
   I(f) = ***true***, если I(g) = ***false***
   I(f) = ***false***, если I(g) = ***true***

Значение выражения реляционного исчисления кортежей

Интерпретация

f(x) – разрешенная формула

∄ свободных переменных в ***f***

I(f) – интерпретация формулы ***f***

3. $f = g \wedge h$, в ***g*** и ***h*** ∄ свободных переменных
   I(f) = ***true***, если I(g) = ***true*** и I(h) = ***true***,
   иначе I(f) = ***false***
4. $f = g \vee h$, в ***g*** и ***h*** ∄ свободных переменных
   I(f) = ***false***, если I(g) = ***false*** и I(h) = ***false***,
   иначе I(f) = ***true***

Значение выражения реляционного исчисления кортежей

Интерпретация

$f(x)$ – разрешенная формула

$\nexists$ свободных переменных в $\boldsymbol{f}$

$I(f)$ – интерпретация формулы $\boldsymbol{f}$

5. $f = \exists x(R)g$, x – единственная свободная переменная в $\boldsymbol{g}$
   $I(f) =$ ***true***, если $\exists\ t \in dom(R) : I(g(t/x)) =$ ***true***,
   иначе $I(f) =$ ***false***
6. $f = \forall x(R)g$, x – единственная свободная переменная в $\boldsymbol{g}$
   $I(f) =$ ***true***, если $\forall\ t \in dom(R)\ I(g(t/x)) =$ ***true***,
   иначе $I(f) =$ ***false***
5. $f = (g) \Rightarrow I(f) = I(g)$

Значение выражения реляционного исчисления кортежей

$E = \{x(R) \mid f(x)\}$ – выражение $\mathcal{TC}$

$E_d = \{t(R) : I(f(t/x)) = \boldsymbol{true}\}$ – значение выражения $\mathcal{TC}$

Реляционное исчисление кортежей: пример

r(R), R = {“№ студ. билета“, “Фамилия“, “Группа“}

Задание:

Получить фамилии всех студентов, обучающихся в группе 2232

студенты

№	ФАМИЛИЯ	ГРУППА
9823001	Иванов	2231
9823002	Петров	2232
9823003	Сидоров	2233
9823004	Федоров	2241
9723005	Кузнецов	2331

Реляционное исчисление кортежей: пример

$$\{x(\text{“Фамилия“}) \mid \exists y(R)\ (r(y) \wedge x(\text{“Фамилия“}) = y(\text{“Фамилия“}) \wedge y(\text{“Группа“}) = 2232)\}$$

$$\{x(\text{“Фамилия“}) \mid \exists y(R) \in r\ (x(\text{“Фамилия“}) = y(\text{“Фамилия“}) \wedge y(\text{“Группа“}) = 2232)\}$$

Реляционное исчисление кортежей: пример

$$I(f(t_1/x)) = \textbf{\textit{true}}, \text{ если } \quad t_1^i\ (R) : I(g(t_1^i/y)) = \textbf{\textit{true}}$$

$$t_1^1 = \{9823001, \text{Иванов}, 2231\}$$

$$g(t_1^1/y) = (\textbf{\textit{true}} \wedge \text{“Иванов“} = \text{“Иванов“} \wedge 2231 = 2232) =$$
$$(\textbf{\textit{true}} \wedge \textbf{\textit{true}} \wedge \textbf{\textit{false}}) = \textbf{\textit{false}}$$

$$t_1^2 = \{9823002, \text{Петров}, 2232\}$$

$$g(t_1^2/y) = (\textbf{\textit{true}} \wedge \text{“Петров“} = \text{“Иванов“} \wedge 2232 = 2232) =$$
$$(\textbf{\textit{true}} \wedge \textbf{\textit{false}} \wedge \textbf{\textit{true}}) = \textbf{\textit{false}}$$

Реляционное исчисление кортежей: пример

$$t_1^3 = \{9823003, \text{Сидоров}, 2233\}$$

$$g(t_1^3/y) = (\boldsymbol{true} \wedge \text{“Сидоров“} = \text{“Иванов“} \wedge 2233 = 2232) = (\boldsymbol{true} \wedge \boldsymbol{false} \wedge \boldsymbol{false}) = \boldsymbol{false}$$

$$t_1^4 = \{9823004, \text{Федоров}, 2241\}$$

$$g(t_1^4/y) = (\boldsymbol{true} \wedge \text{“Федоров“} = \text{“Иванов“} \wedge 2241 = 2232) = (\boldsymbol{true} \wedge \boldsymbol{false} \wedge \boldsymbol{false}) = \boldsymbol{false}$$

Реляционное исчисление кортежей: пример

$t_1^5 = \{9723005, \text{Кузнецов}, 2331\}$

$$g(t_1^5/y) = (\boldsymbol{true} \wedge \text{“Кузнецов“} = \text{“Иванов“} \wedge 2331 = 2232) =$$

$$(\boldsymbol{true} \wedge \boldsymbol{false} \wedge \boldsymbol{false}) = \boldsymbol{false}$$

Рассмотрим $t_1^j\ (R) \notin r$

$g(t_1\ /y) = (\boldsymbol{false} \wedge \ldots \wedge \ldots) = \boldsymbol{false}$

$$\nexists\ t_1^i(R)\colon I(g(t_1^i/y)) = \boldsymbol{true} \Rightarrow I(f(t_2/x)) = \boldsymbol{false} \Rightarrow t_1 \notin E_d$$

Реляционное исчисление кортежей: пример

$t_2 = \{9823002, \text{Петров}, 2232\}$

$$f(t_2/x) = \exists y(R)\ \underbrace{(r(y) \wedge \text{“Петров“} = y(\text{“Фамилия“}) \wedge 2232 = y(\text{“Группа“}))}_{g(y)}$$

$I(f(t_2/x)) = \boldsymbol{true}$, если $\exists\ t_2^i\ (R) : I(g(t_2^i/y)) = \boldsymbol{true}$

Реляционное исчисление кортежей: пример

$$t_2^1 = \{9823001, \text{Иванов}, 2231\}$$

$$g(t_2^1/y) = (\textbf{\textit{true}} \wedge \text{“Петров“} = \text{“Иванов“} \wedge 2231 = 2232) =$$
$$(\textbf{\textit{true}} \wedge \textbf{\textit{false}} \wedge \textbf{\textit{false}}) = \textbf{\textit{false}}$$

$$t_2^2 = \{9823002, \text{Петров}, 2232\}$$

$$g(t_2^1/y) = (\textbf{\textit{true}} \wedge \text{“Петров“} = \text{“Петров“} \wedge 2232 = 2232) =$$
$$(\textbf{\textit{true}} \wedge \textbf{\textit{true}} \wedge \textbf{\textit{true}}) = \textbf{\textit{true}}$$

$$\exists\, t_2^i\ (R)\colon I(g(t_2^2/y)) = \textbf{\textit{true}} \Rightarrow I(f(t_2/x)) = \textbf{\textit{true}} \Rightarrow t_1 \in E_d$$

Заключение

- Система запросов «Реляционное исчисление кортежей»
  - Выражение
  - Разрешенность формул
  - Значение выражения
- Пример составления выражения и нахождения его значения