

Тема Урока:

**Первообразная.**

# Взаимно-обратные операции в математике

## ◎ Прямая

$$x^2$$

- Возведение в квадрат

.....

$$\textcircled{\bullet} \sin x = a$$

- Синус угла

.....

$$\textcircled{\bullet} (x^n)' = nx^{n-1}$$

- Дифференцирование

## ◎ Обратная

$$\sqrt{x}$$

- Извлечение из корня

.....

$$\textcircled{\bullet} \arcsin a = x \quad a \in [-1; 1]$$

- Арксинус числа



# По заданным производным найдите исходные функции

---

$$y' = 3x^2$$

$$y = x^3$$

$$y' = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$y = 3\sqrt{x}$$

$$y' = \sin x$$

$$y = -\cos x$$

$$y' = x^4$$

$$y = \frac{x^5}{5}$$

*производные*

**дифференцирование**



# Пояснение в сравнении

## ◎ Производная

◎ "Производит" новую ф-ию

● дифференцирование

● вычисление производной

## ◎ Первообразная

◎ Первичный образ

● интегрирование

● восстановление функции из производной

# Определение первообразной

---

$y = F(x)$  называют первообразной для  $y = f(x)$  на промежутке  $X$ , если при  $x \in X$

$$F'(x) = f(x)$$

## Таблица первообразных

$f(x)$	$F(x)$
1	

$$f(x)=3$$

$$f(x)=x^2$$

$$f(x)=\cos x$$

$$f(x)=12$$

$$f(x)=x^5$$

# найдите производные функций:

$$y = x^2$$

$$y = x^2 - 10$$

$$y = x^2 + 0,5$$

$$y = x^2 + \sqrt{3}$$

$$y' = 2x$$

$$F(x) = x^2 + c$$

$$f(x) = 2x$$

□ совокупность первообразных

# Неоднозначность первообразной

$$\begin{array}{l} f(x) = 2x \begin{cases} \longrightarrow F_1(x) = x^2 \longrightarrow F_1'(x) = 2x \\ \longrightarrow F_2(x) = x^2 + 1 \longrightarrow F_2'(x) = 2x \\ \longrightarrow F_3(x) = x^2 + 5 \longrightarrow F_3'(x) = 2x \end{cases} \end{array}$$

$y = f(x)$  имеет бесконечно много первообразных вида  $y = F(x) + C$ , где  $C$  - произвольное число



Показать, что функция  $F(x) = \frac{x^5}{5} + 1$

является первообразной для функции

$$f(x) = x^4$$

**Решение:**

$$F'(x) = \left( \frac{x^5}{5} + 1 \right)' = \frac{5x^4}{5} = x^4 = f(x)$$

Показать, что функция  $F(x) = 1 + \sin 2x$   
является первообразной для функции

$$f(x) = 2 \cos x$$

**Решение:**

$$F'(x) = (1 + 2 \sin x)' = 2 \cos x = f(x)$$

# Правила интегрирования

1)  $F + G$  первообразная для  $f + g$   
 $(F + G)' = F' + G' = f + g$

2)  $kF$  первообразная для  $kf$   
 $(kF)' = kF' = kf$

3)  $\frac{1}{k}F(kx + b)$  первообразная для  $f(kx + b)$ , при  $k \neq 0$

$$\left[ \frac{1}{k} F(kx + b) \right]' = \frac{1}{k} * kF'(kx + b) = f(kx + b)$$

**Найти первообразные для  
функции**

$$f(x) = 5x^3 + e^{2x+7} - 4 \cos x$$

**Решение:**

$$F(x) = 5 \cdot \frac{x^4}{4} + \frac{1}{2} e^{2x+7} - 4 \sin x + C$$

# Найти одну из первообразных для следующих функций

1)  $f(x) = 4$

1)  $F(x) = 4x$

2)  $f(x) = -1$

2)  $F(x) = -x$

3)  $f(x) = x^3$

3)  $F(x) = \frac{x^4}{4}$

4)  $f(x) = \sin x$

4)  $F(x) = -\cos x$

5)  $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\sin x$

# Док-ть, что $F(x)$ первообразная для $f(x)$ на заданном промежутке

## ⊙ Условия

⊙ Дано:  $F(x) = 3x^4$

⊙ Док-ть:  $f(x) = 12x^3$

⊙ при  $x \in (-\infty; +\infty)$

## ⊙ Доказательство

⊙ Найдем производную  
 $F(x): F'(x) = (3x^4)' = 12x^3 =$   
 $f(x)$

⊙  $F'(x) = f(x)$ , значит

⊙  $F(x) = 3x^4$  первообразная  
для  $f(x) = 12x^3$