

Тема Урока:

Первообразная.

Взаимно-обратные операции в математике

◎ Прямая

$$x^2$$

- Возведение в квадрат

$$\textcircled{\bullet} \sin x = a$$

- Синус угла

$$\textcircled{\bullet} (x^n)' = nx^{n-1}$$

- Дифференцирование

◎ Обратная

$$\sqrt{x}$$

Извлечение из корня

$$\textcircled{\bullet} \arcsin a = x \quad a \in [-1; 1]$$

- Арксинус числа



По заданным производным найдите исходные функции

$$y' = 3x^2$$

$$y = x^3$$

$$y' = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$y = 3\sqrt{x}$$

$$y' = \sin x$$

$$y = -\cos x$$

$$y' = x^4$$

$$y = \frac{x^5}{5}$$

производные

дифференцирование



Пояснение в сравнении

◎ Производная

◎ "Производит" новую ф-ию

◎ дифференцирование

• вычисление производной

◎ Первообразная

◎ Первичный образ

◎ интегрирование

• восстановление функции из производной

Определение первообразной

$y = F(x)$ называют первообразной для $y = f(x)$ на промежутке X , если при $x \in X$

$$F'(x) = f(x)$$

Таблица первообразных

$f(x)$	$F(x)$
1	

$$f(x)=3$$

$$f(x)=x^2$$

$$f(x)=\cos x$$

$$f(x)=12$$

$$f(x)=x^5$$

найдите производные функций:

$$y = x^2$$

$$y = x^2 - 10$$

$$y = x^2 + 0,5$$

$$y = x^2 + \sqrt{3}$$

$$y' = 2x$$

$$F(x) = x^2 + c$$

$$f(x) = 2x$$

□ совокупность первообразных

Неоднозначность первообразной

$$\begin{array}{l} f(x) = 2x \begin{cases} \longrightarrow F_1(x) = x^2 \longrightarrow F_1'(x) = 2x \\ \longrightarrow F_2(x) = x^2 + 1 \longrightarrow F_2'(x) = 2x \\ \longrightarrow F_3(x) = x^2 + 5 \longrightarrow F_3'(x) = 2x \end{cases} \end{array}$$

$y = f(x)$ имеет бесконечно много первообразных вида $y = F(x) + C$, где C - произвольное число

Показать, что функция $F(x) = \frac{x^5}{5} + 1$

является первообразной для функции

$$f(x) = x^4$$

Решение:

$$F'(x) = \left(\frac{x^5}{5} + 1 \right)' = \frac{5x^4}{5} = x^4 = f(x)$$

Показать, что функция $F(x) = 1 + \sin 2x$
является первообразной для функции

$$f(x) = 2 \cos x$$

Решение:

$$F'(x) = (1 + 2 \sin x)' = 2 \cos x = f(x)$$

Правила интегрирования

1) $F + G$ первообразная для $f + g$
 $(F + G)' = F' + G' = f + g$

2) kF первообразная для kf
 $(kF)' = kF' = kf$

3) $\frac{1}{k}F(kx + b)$ первообразная для $f(kx + b)$, при $k \neq 0$

$$\left[\frac{1}{k} F(kx + b) \right]' = \frac{1}{k} * kF'(kx + b) = f(kx + b)$$

**Найти первообразные для
функции**

$$f(x) = 5x^3 + e^{2x+7} - 4 \cos x$$

Решение:

$$F(x) = 5 \cdot \frac{x^4}{4} + \frac{1}{2} e^{2x+7} - 4 \sin x + C$$

Найти одну из первообразных для следующих функций

1) $f(x) = 4$

1) $F(x) = 4x$

2) $f(x) = -1$

2) $F(x) = -x$

3) $f(x) = x^3$

3) $F(x) = \frac{x^4}{4}$

4) $f(x) = \sin x$

4) $F(x) = -\cos x$

5) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\sin x$

Док-ть, что $F(x)$ первообразная для $f(x)$ на заданном промежутке

⊙ Условия

⊙ Дано: $F(x) = 3x^4$

⊙ Док-ть: $f(x) = 12x^3$

⊙ при $x \in (-\infty; +\infty)$

⊙ Доказательство

⊙ Найдем производную
 $F(x): F'(x) = (3x^4)' = 12x^3 =$
 $f(x)$

⊙ $F'(x) = f(x)$, значит

⊙ $F(x) = 3x^4$ первообразная
для $f(x) = 12x^3$