Тема урока:

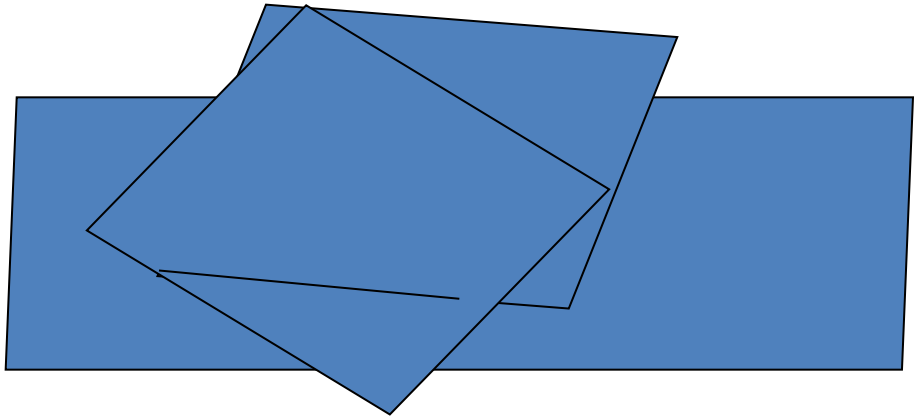
Углы в пространстве. Перпендикулярность плоскостей.

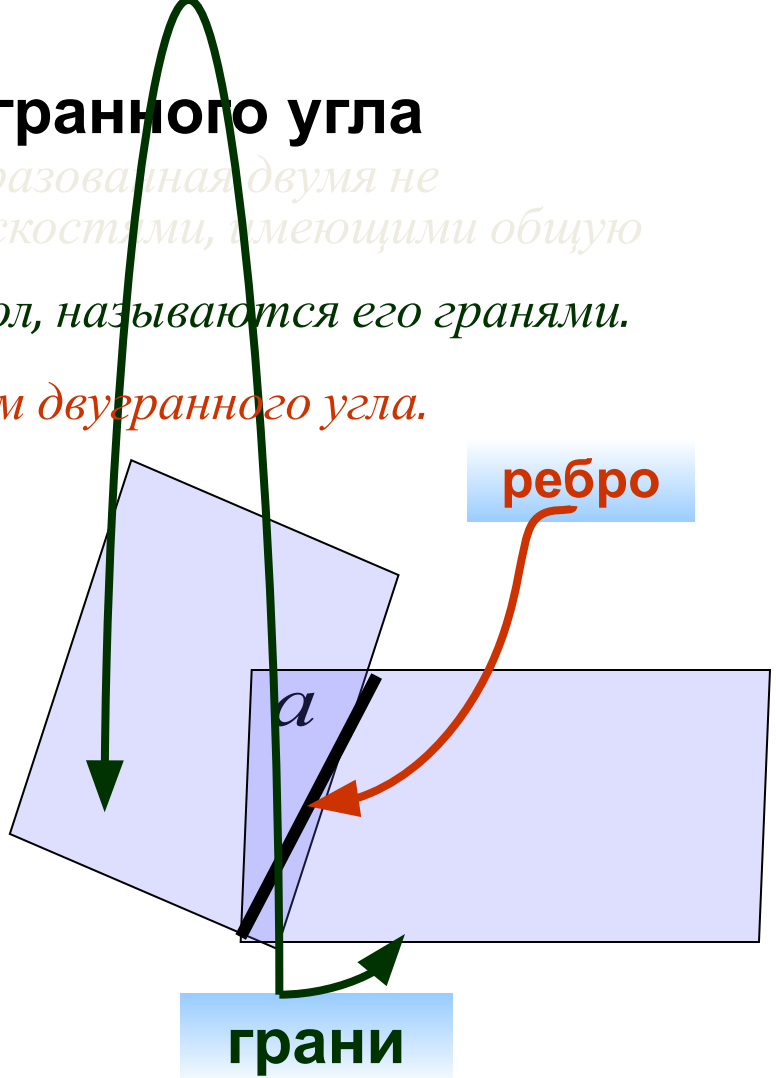
Определение двугранного угла

Двугранным углом *называется фигура, образованная двумя не принадлежащим одной плоскости полуплоскостями, имеющими общую границу – прямую* a.

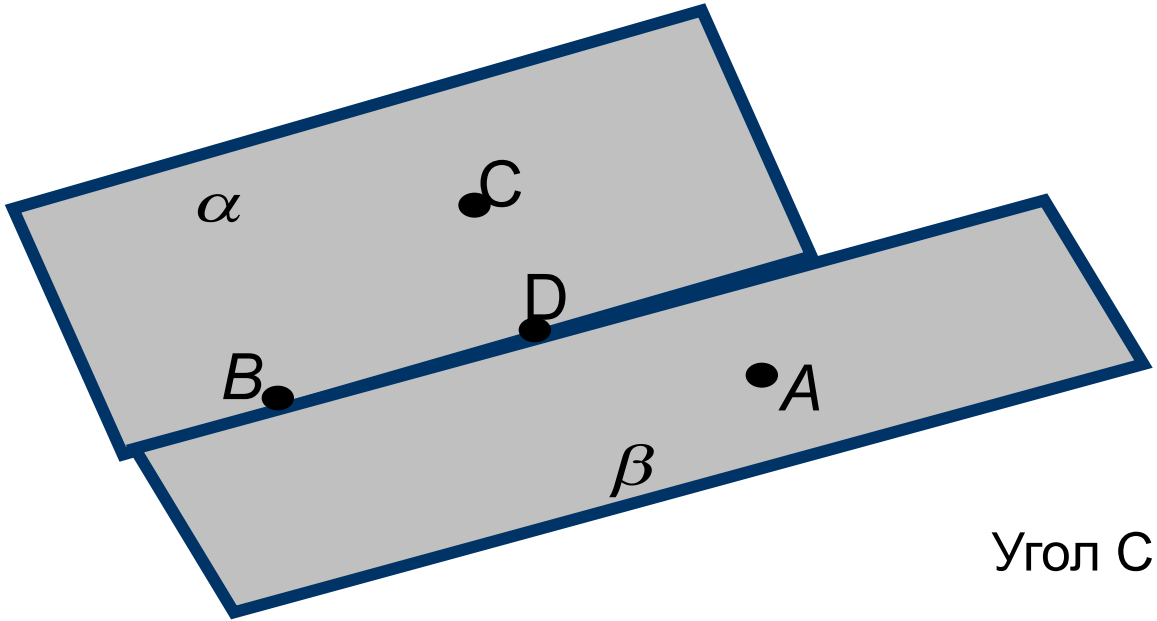
Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его гранями.

Общая граница этих полуплоскостей – ребром двугранного угла.





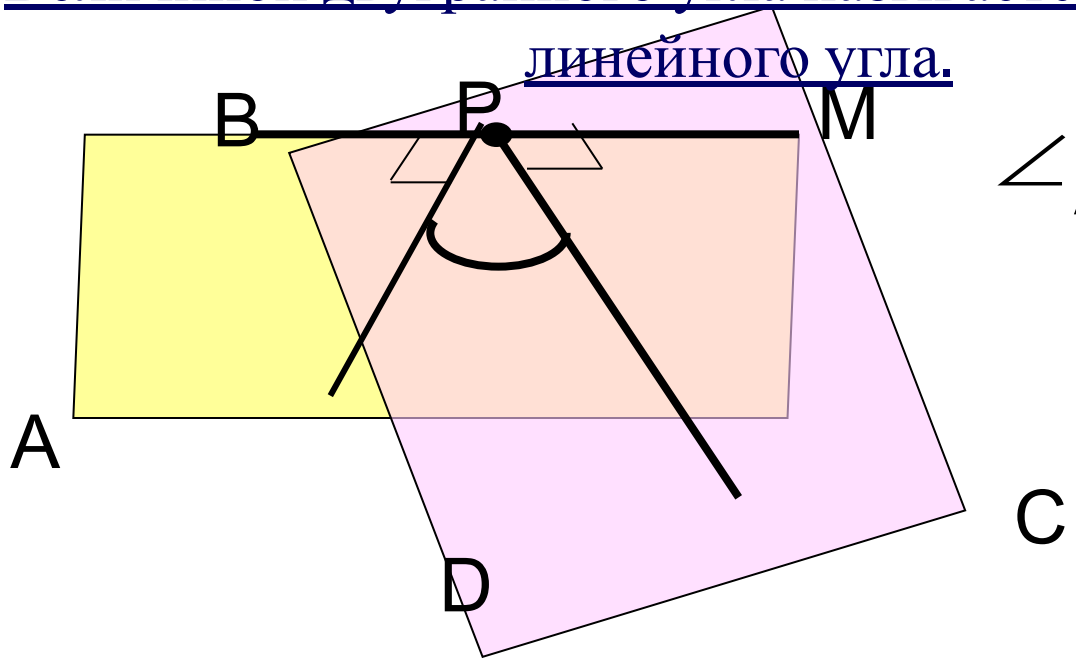
Обозначение двугранного угла.



Угол CBDA

Измерение двугранных углов. Линейный угол.

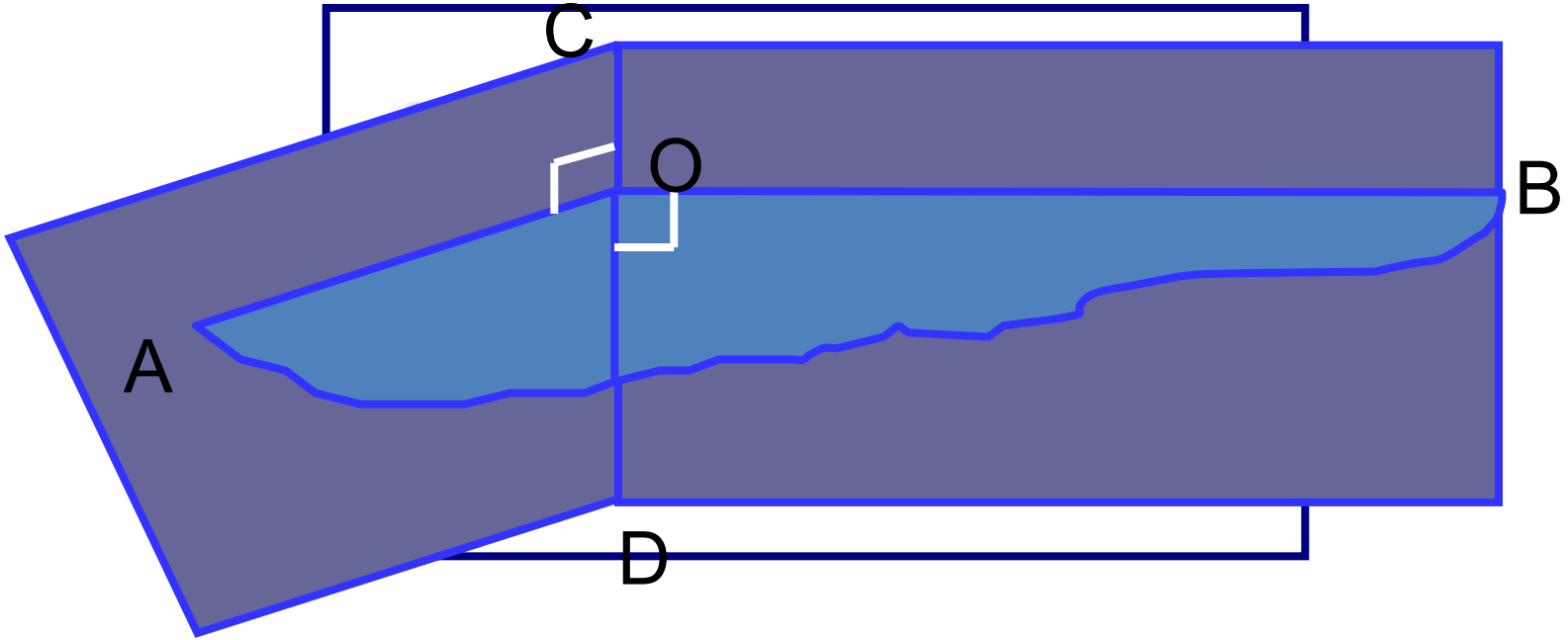
Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.



$\angle ABMC = \angle P$

Угол P – линейный угол двугранного угла ABMC

Линейным углом двугранного угла *называется сечение двугранного угла плоскостью, перпендикулярной ребру.*



Способ нахождения (построения) линейного угла.

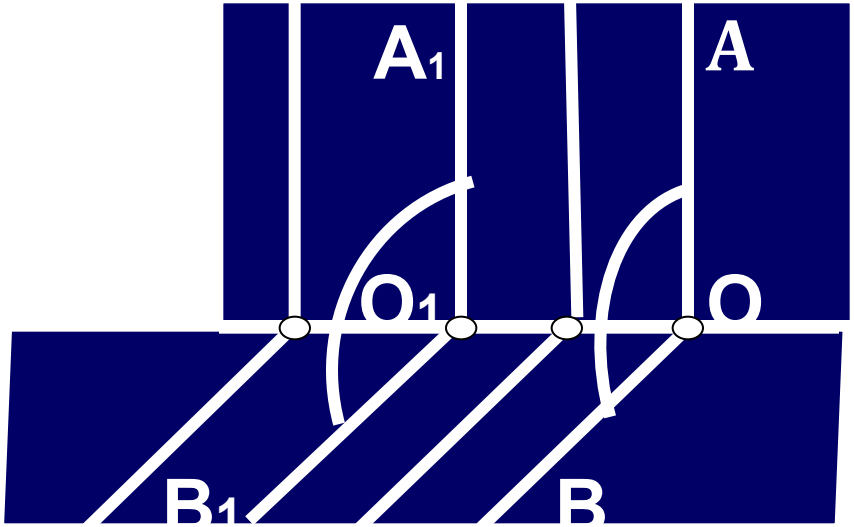
1. Найти (увидеть) ребро и грани двугранного угла

*2. **<u>В гранях</u>** найти направления (прямые) <u>перпендикулярные</u> ребру*

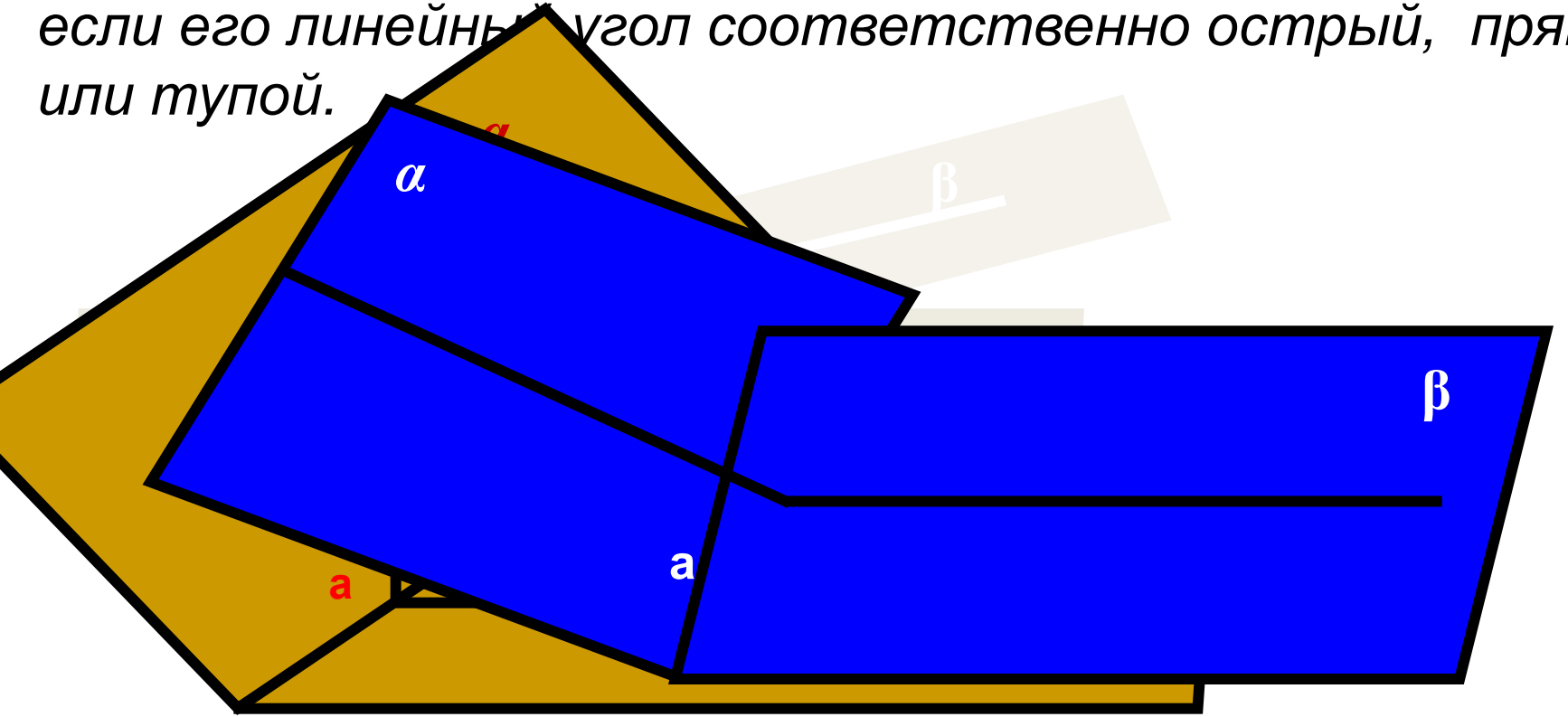
3. (при необходимости) заменить выбранные направления параллельными им лучами с общим началом на ребре двугранного угла

При изображении сохраняется параллельность и

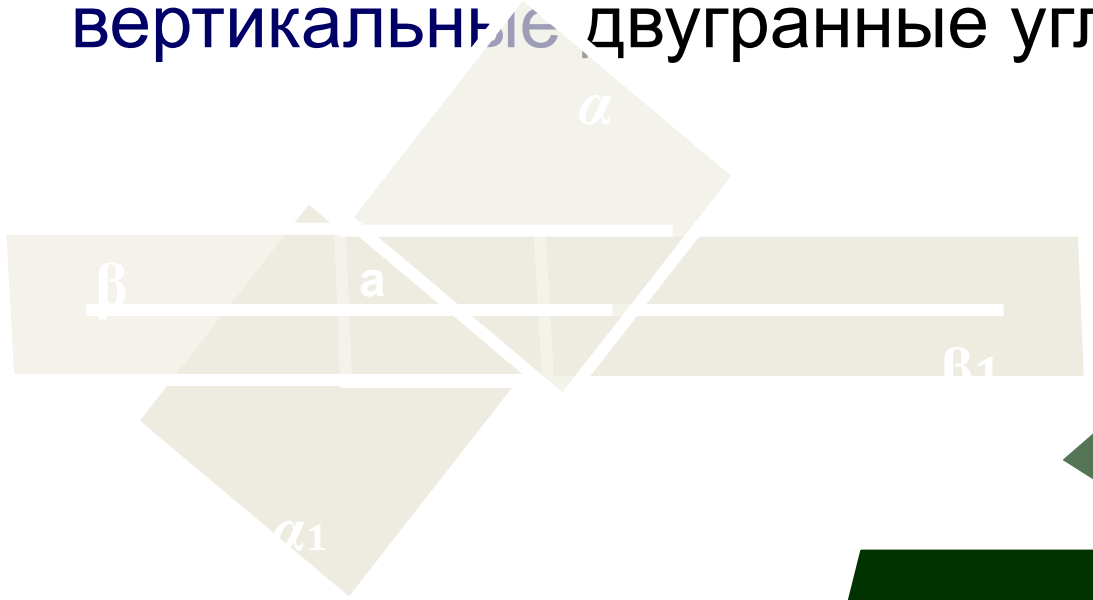
Величина линейного угла не зависит от выбора его вершины на ребре двугранного угла.

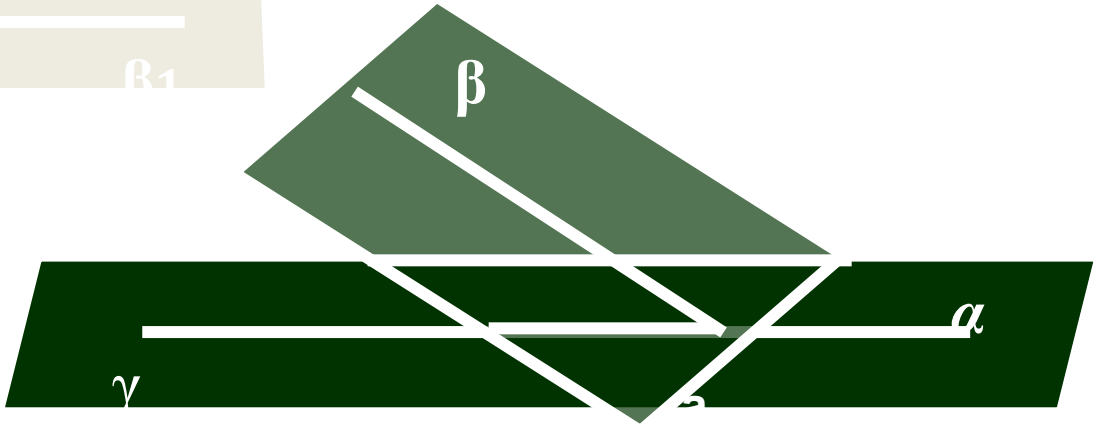


Двугранный угол является острым , прямым или тупым,
если его линейный угол соответственно острый, прямой или тупой.



Аналогично тому , как и на плоскости , в пространстве определяются смежные и вертикальные двугранные углы.





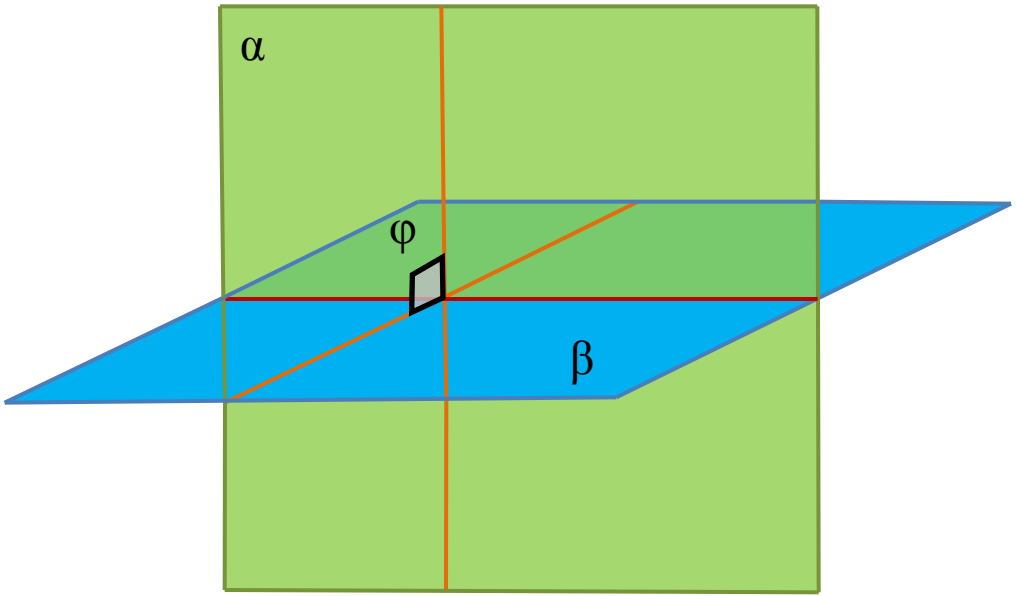
Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных при их пересечении.

Угол между параллельными или совпадающими плоскостями полагается равным нулю.

α, β — плоскости

φ — двугранный угол между плоскостями

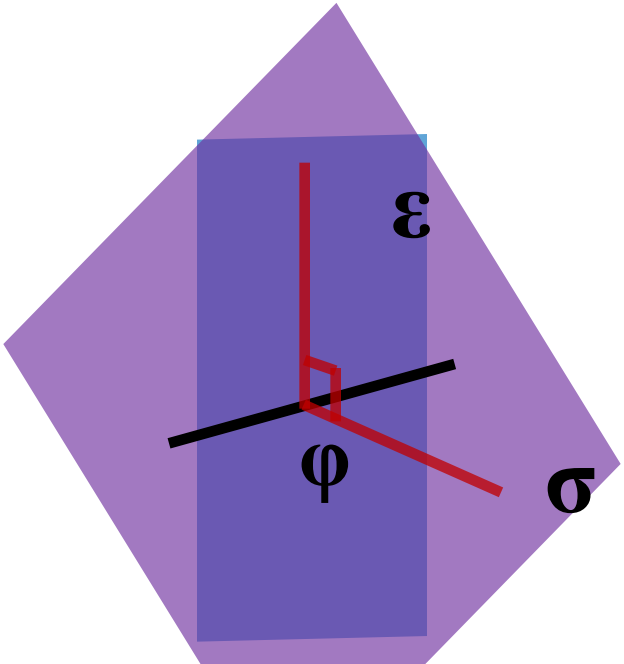
$\varphi = 90°$



Определение

Две плоскости называются перпендикулярными, если двугранный угол между ними равен 90°

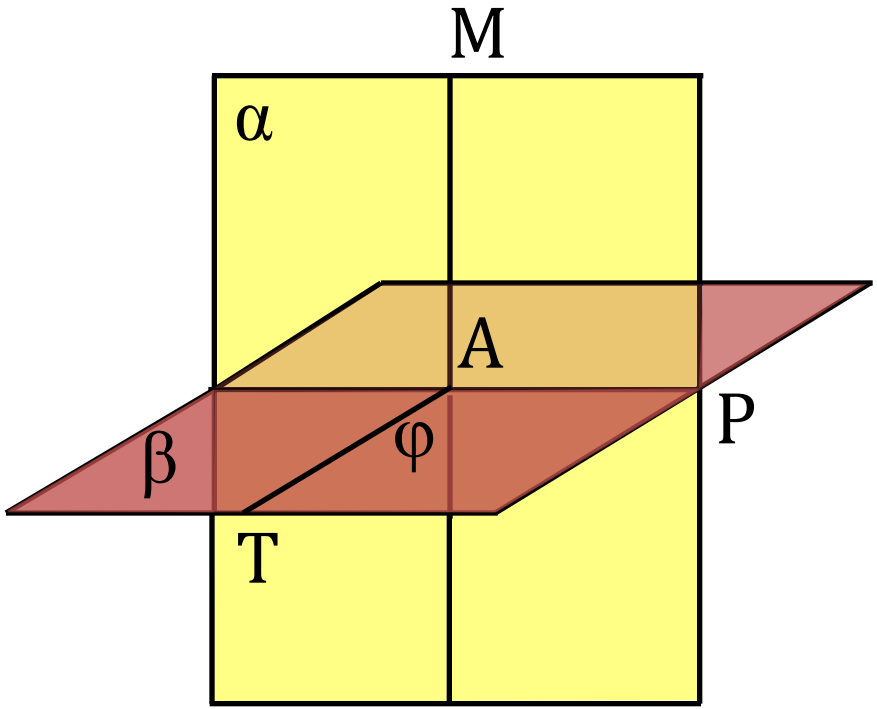
$\varepsilon \perp \sigma$, т.к. $\varphi = 90°$

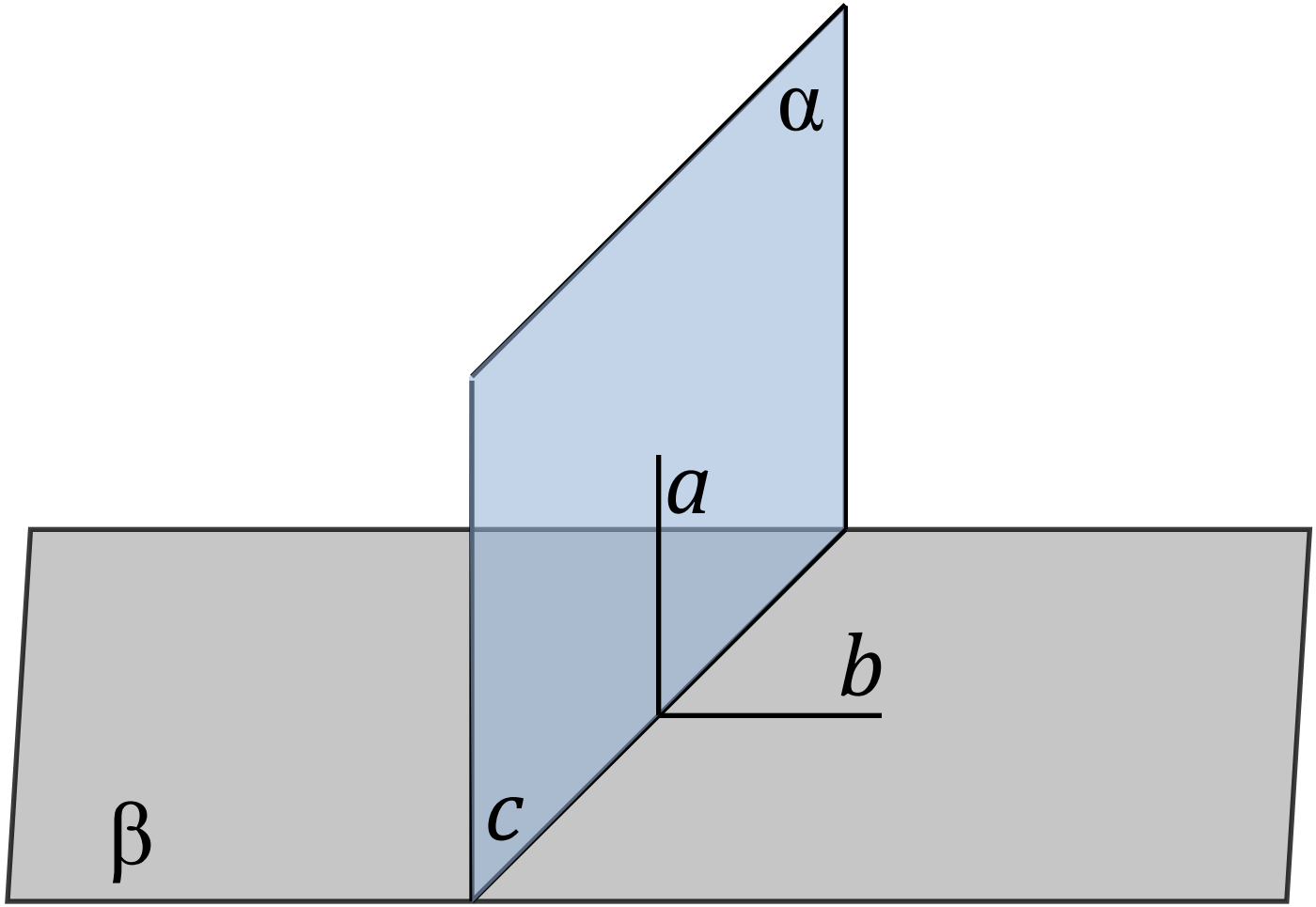


Стена и потолок

Теорема (признак перпендикулярности двух плоскостей)

Если **плоскость** проходит через прямую, **перпендикулярную** другой плоскости, то эти плоскости **перпендикулярны**




α
a
b
c
β

Задача

Дано:

ΔABC, $\angle C = 90°$, $AC \subset \alpha$, $\angle$ между плоскостями α и $\Delta ABC = 60°$, $AC = 5$ см, $AB = 13$ см

Найти: расстояние от B до α

Решение:

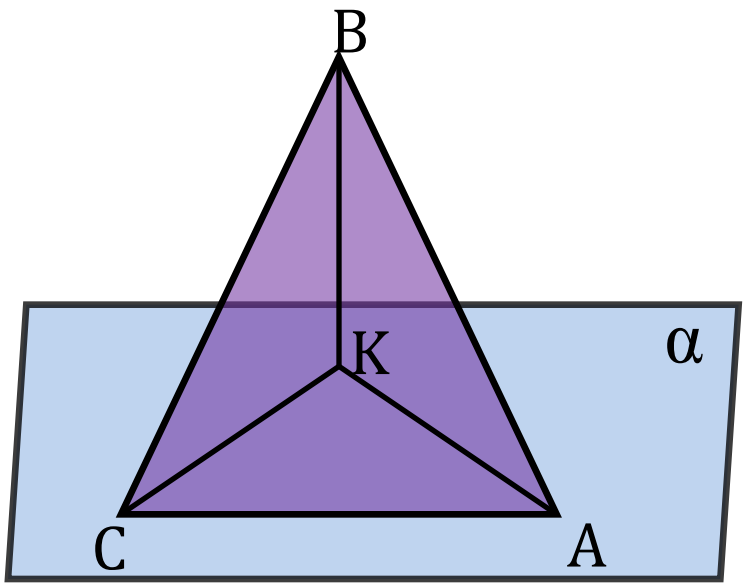
1) Построим $BK \perp \alpha$. Тогда KC — проекция BC на α

2) $BC \perp AC$ (по условию), значит, (по ТТП), $KC \perp AC \Rightarrow \angle BCK$ — линейный угол двугранного угла ABCK, т. е. $\angle BCK = 60°$

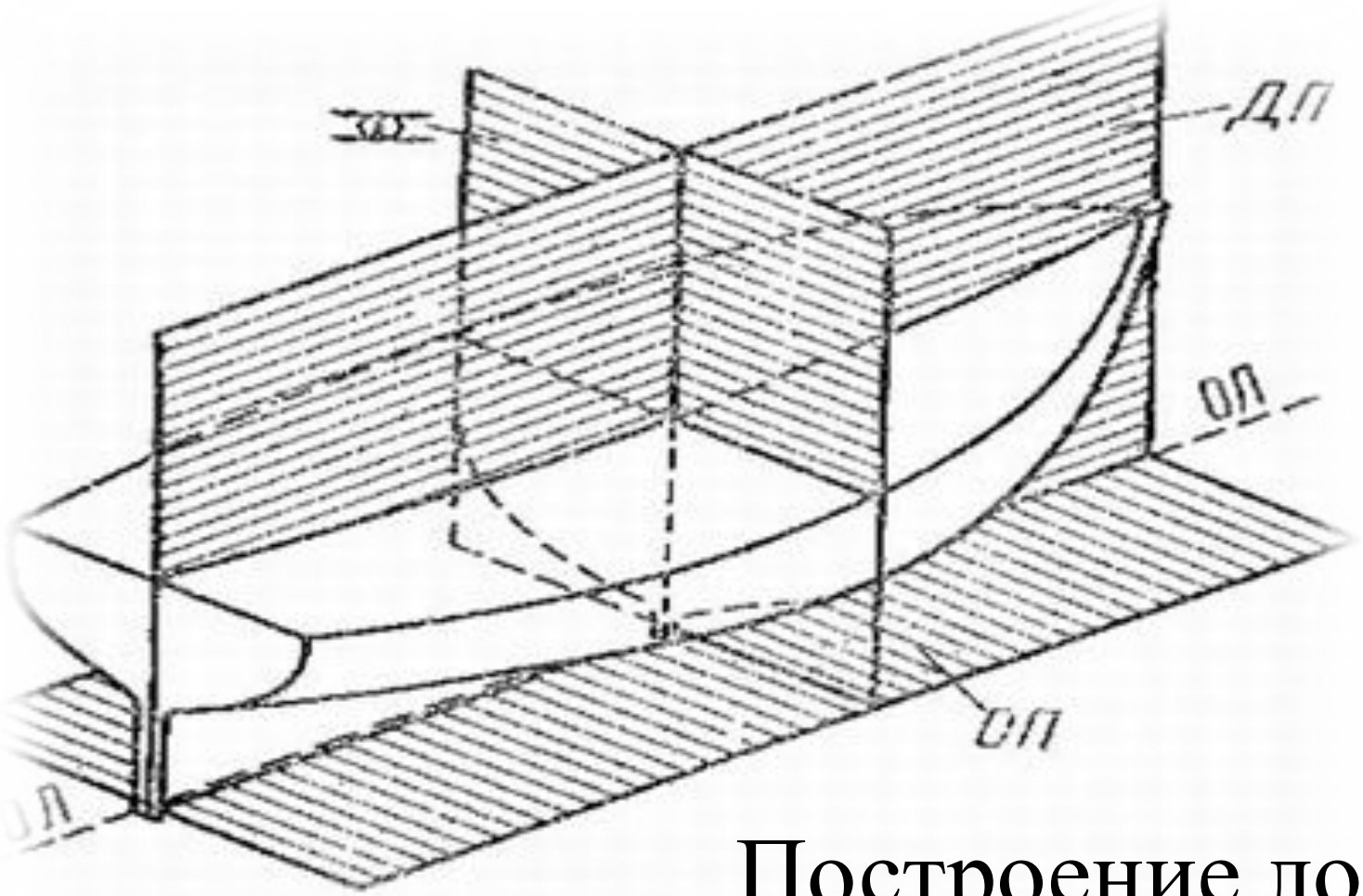
3) Из ΔBCA по теореме Пифагора:

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

из ΔBKC: $$BK = BC \cdot \sin 60° = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (см)}$$

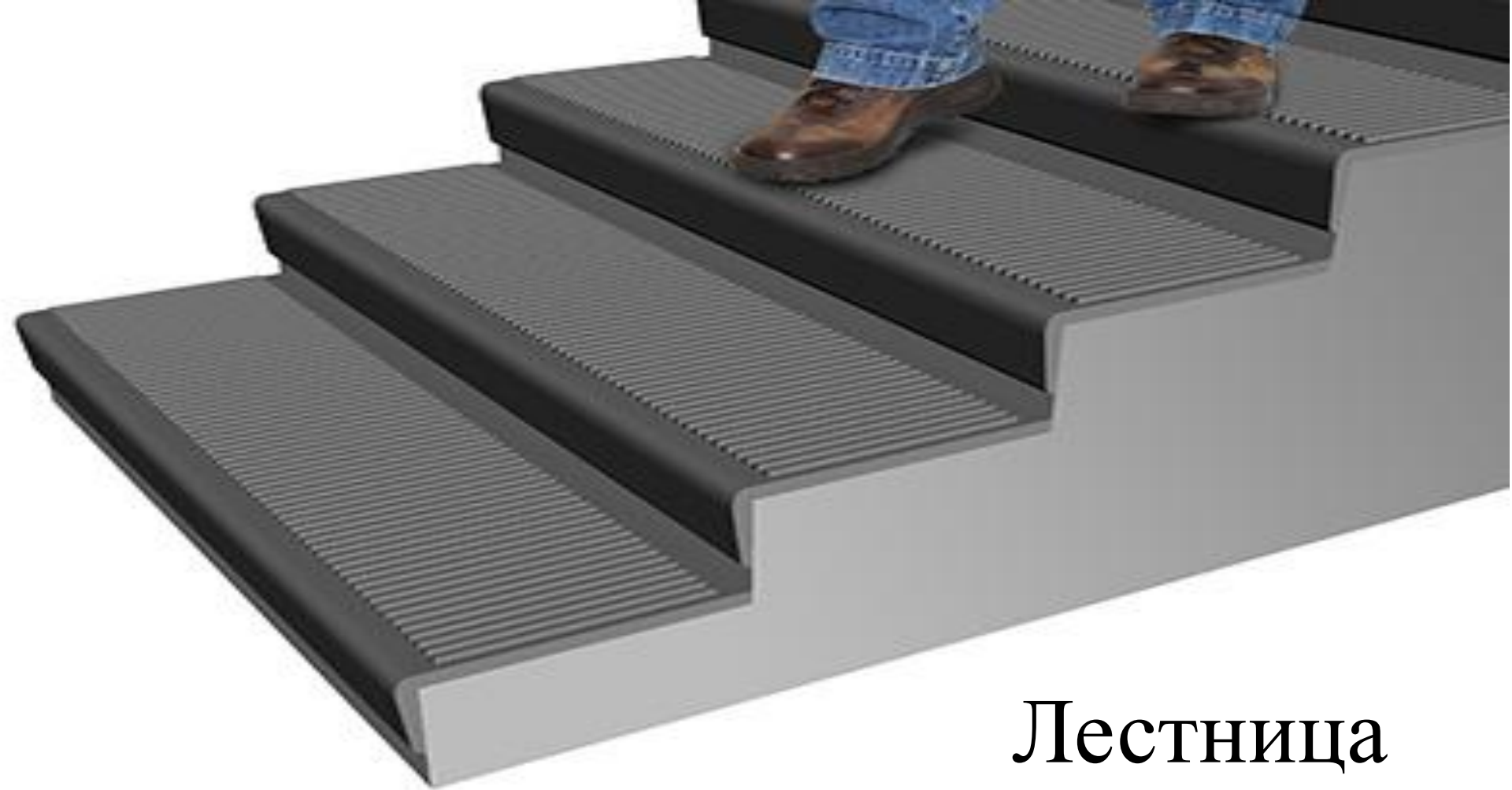


Ответ: $6\sqrt{3}$ см



Построение лодки

Построение моста



Лестница

Упражнения

А

2.61. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. 1) Покажите все пары взаимно перпендикулярных граней. 2) Найдите угол между прямой AB и плоскостью ACC_1A_1. 3) Найдите угол между плоскостями ACC_1A_1 и ABB_1A_1. 4) Покажите, что плоскости ACC_1A_1 и BDD_1B_1 взаимно перпендикулярны.

2.62. Величина линейного угла двугранного угла равна: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°. Найдите расстояние от точки A до второй грани, если расстояние от точки A, расположенной в одной грани, до ребра двугранного угла 10 см.

2.66. Наклонная AB образует с плоскостью угол φ, отрезок AC – проекция этой наклонной к данной плоскости. Найдите:

а) длину проекции, если: 1) $AB = 48$ см, $\varphi = 60°$; 2) $AB = 4\sqrt{2}$ см, $\varphi = 45°$;

б) длину наклонной, если: 1) $AC = 4\sqrt{3}$ см, $\varphi = 30°$; 2) $AC = 5$ дм, $\varphi = 60°$;

в) угол φ, если: 1) $AB = 24$ см, $AC = 12$ см; 2) $AB = 8$ м, $AC = 4\sqrt{2}$ м.