

Тема урока:

Углы в пространстве. Перпендикулярность плоскостей.

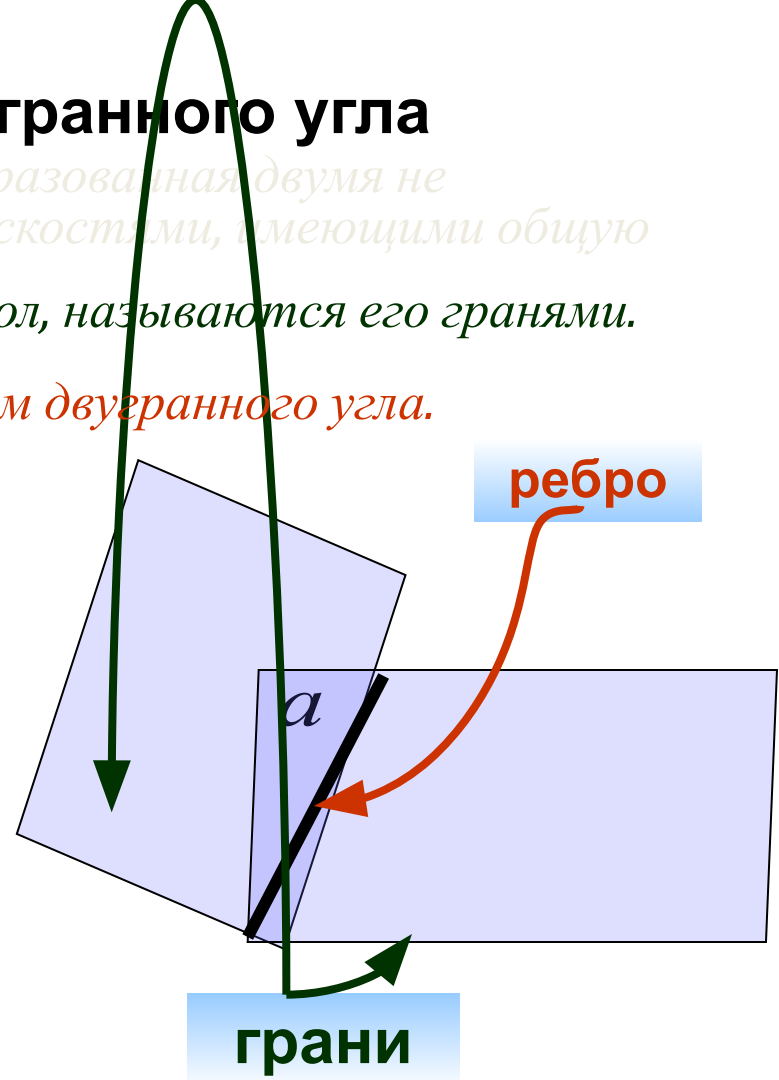
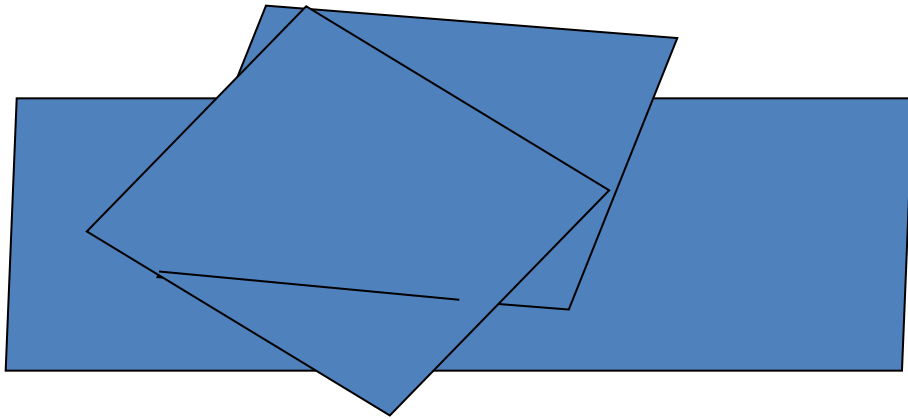
Определение двугранного угла

Двугранным углом называется фигура, образованная двумя не принадлежащим одной плоскости полуплоскостями, имеющими общую границу – прямую.

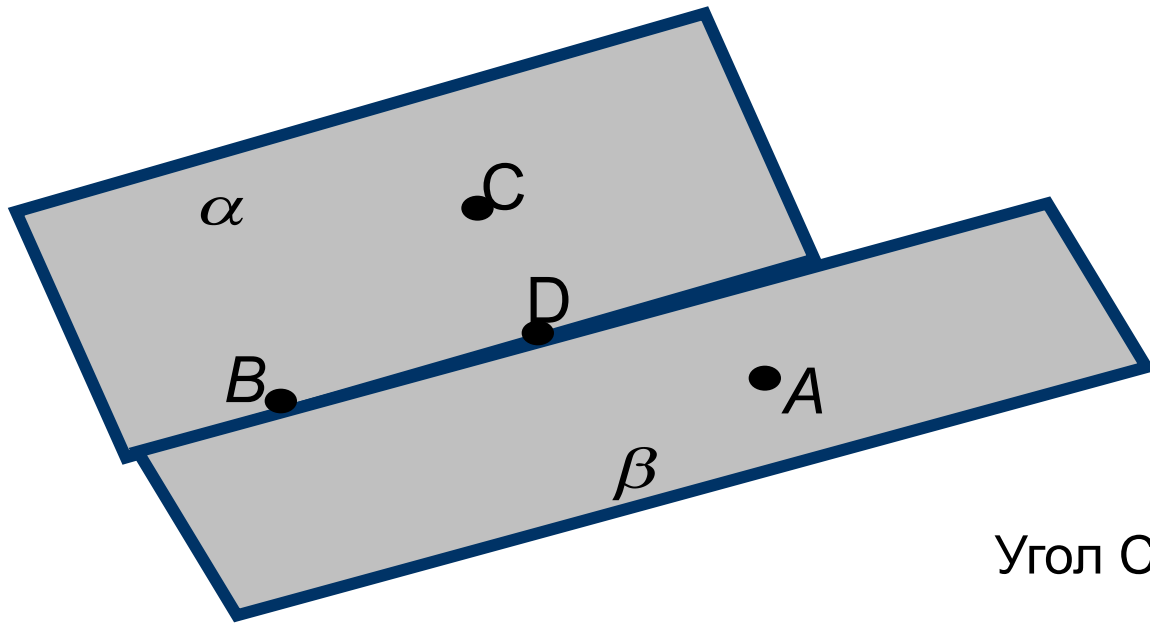
α

Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его гранями.

Общая граница этих полуплоскостей – ребром двугранного угла.



Обозначение двугранного угла.

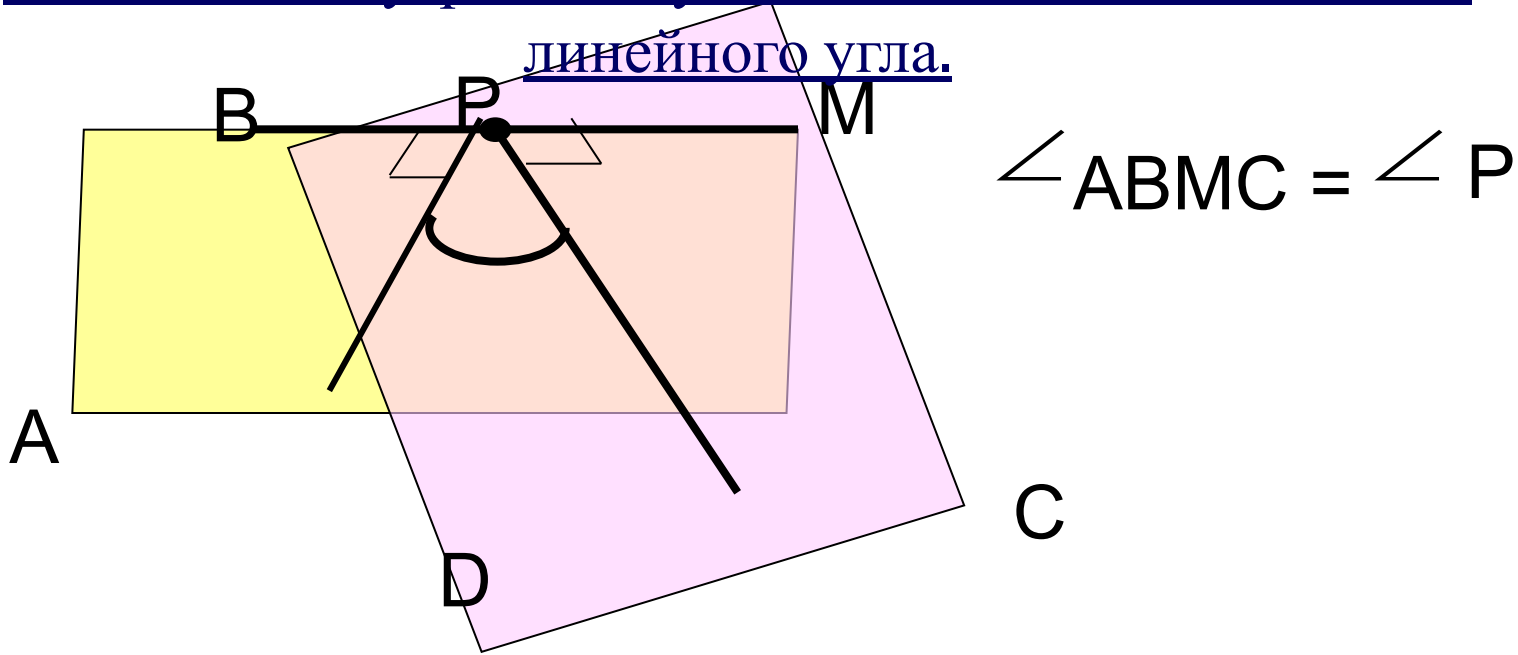


Угол $CBDA$

Измерение двугранных углов. Линейный угол.

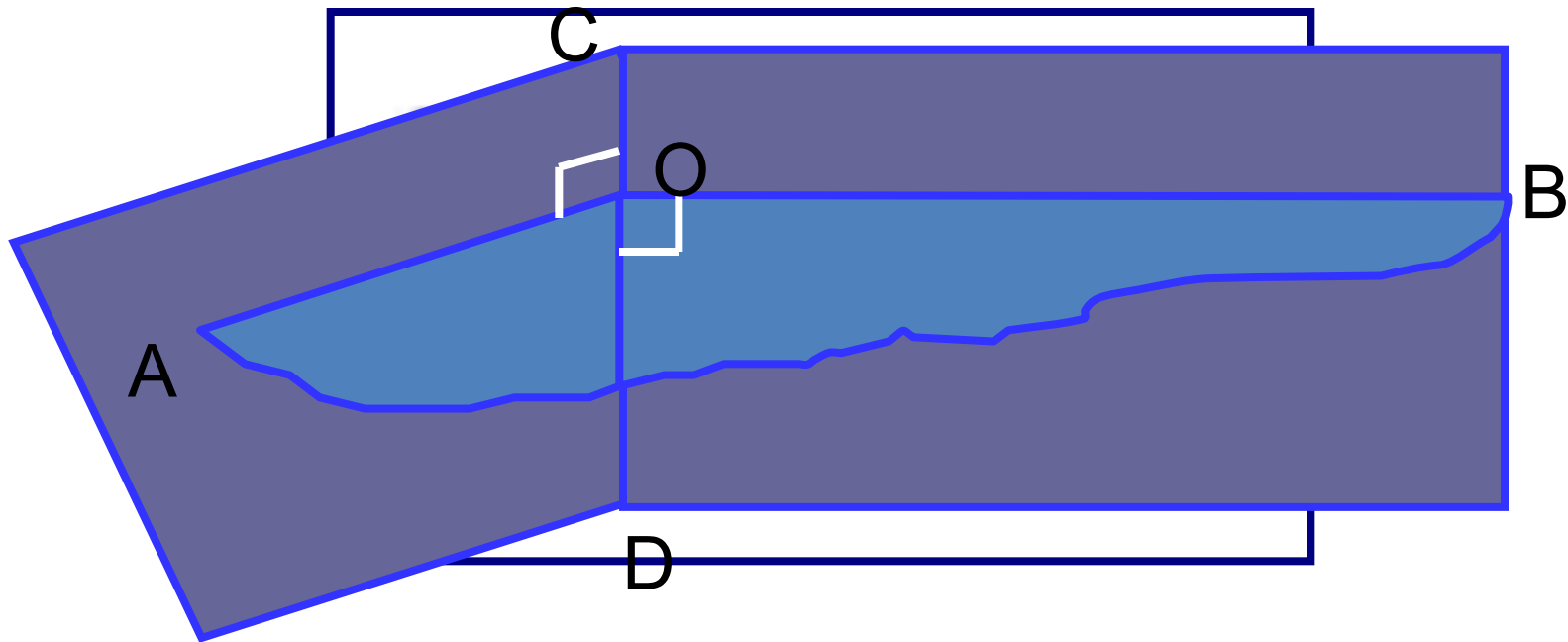
Величиной двугранного угла называется величина его

линейного угла.



Угол P – линейный угол двугранного угла $ABMC$

Линейным углом двугранного угла называется сечение двугранного угла плоскостью, перпендикулярной ребру.



Способ нахождения (построения) линейного угла.

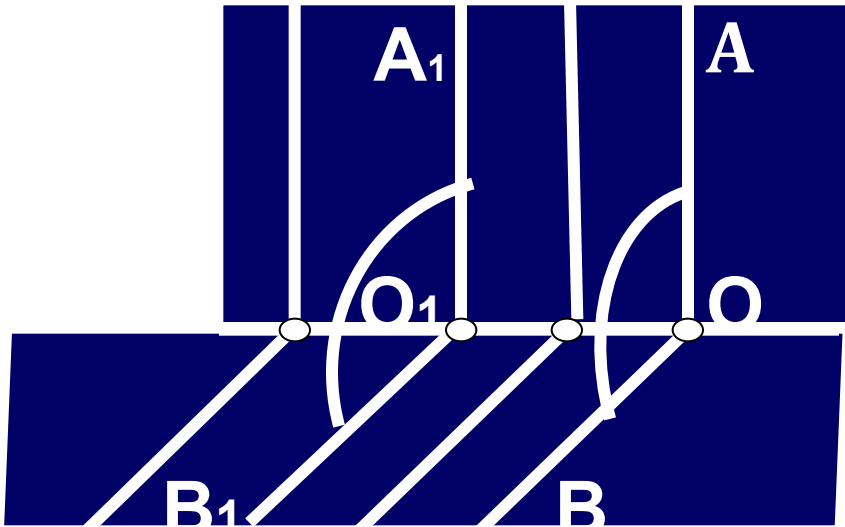
1. Найти (увидеть) ребро и грани двугранного угла

2. В гранях найти направления (прямые) перпендикулярные ребру

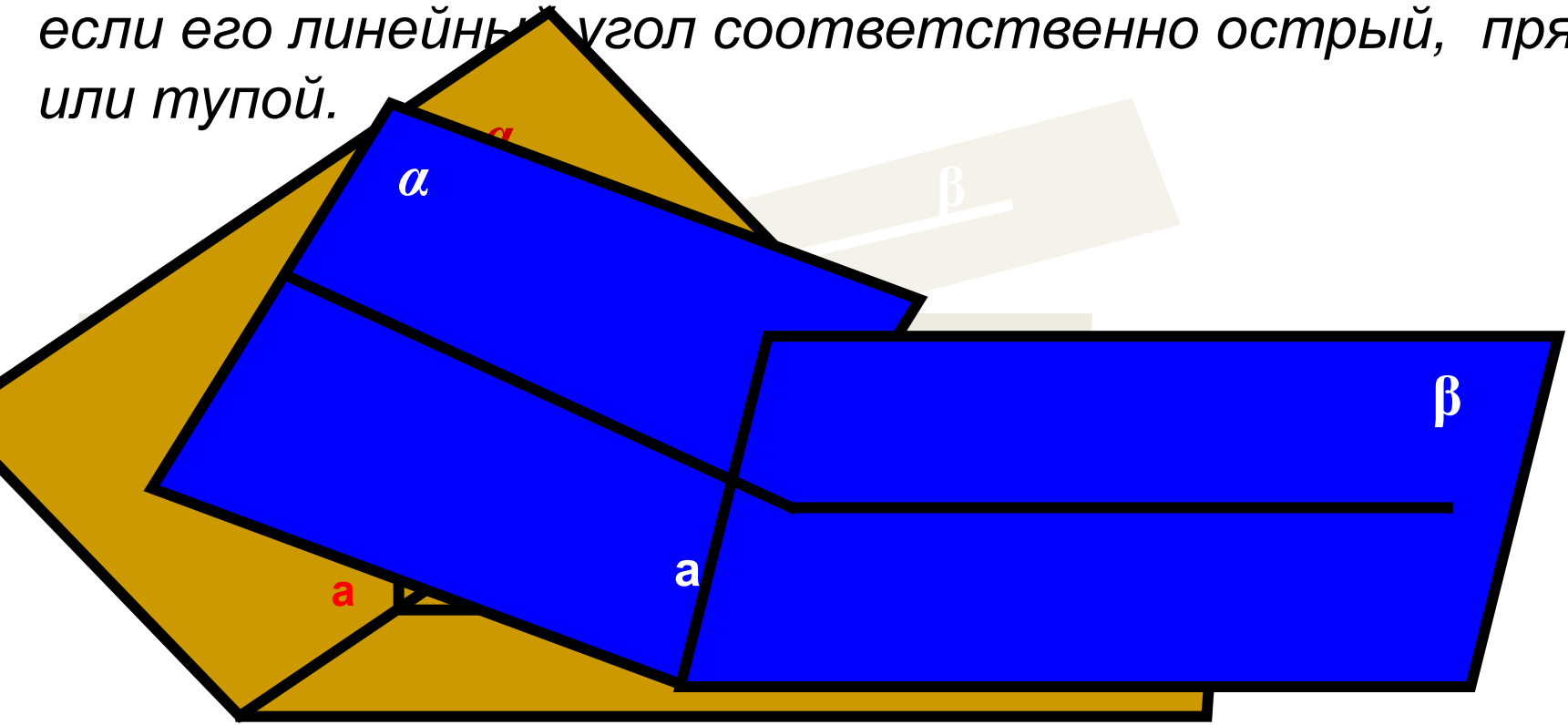
3. (при необходимости) заменить выбранные направления параллельными им лучами с общим началом на ребре двугранного угла

При изображении сохраняется **параллельность** и

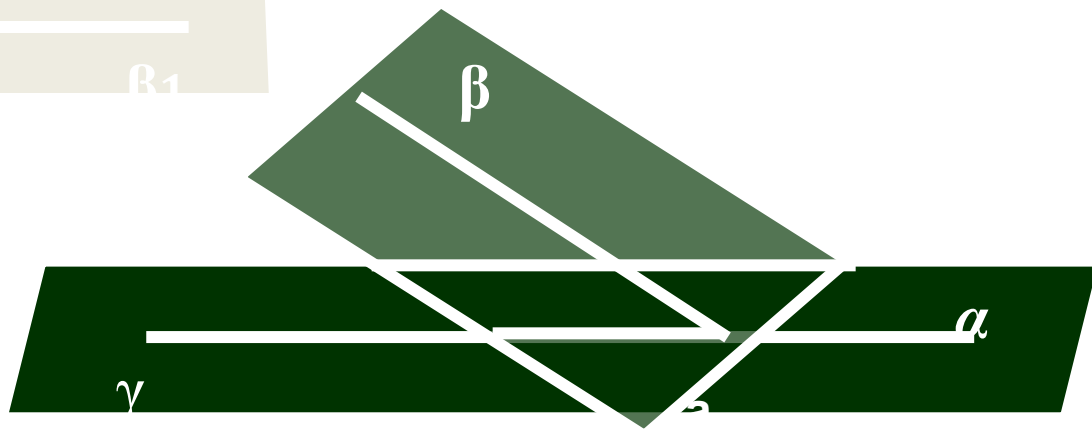
Величина линейного угла не зависит от выбора его вершины на ребре двугранного угла.



Двугранный угол является острым , прямым или тупым, если его линейный угол соответственно острый, прямой или тупой.



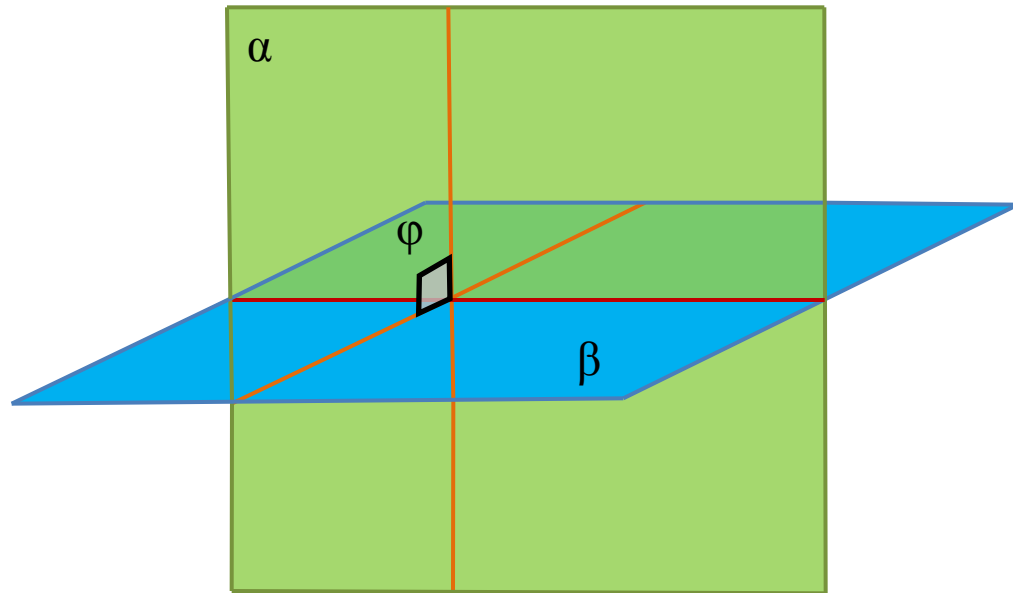
Аналогично тому , как и на плоскости , в пространстве определяются смежные и вертикальные двугранные углы.



Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных при их пересечении.

Угол между параллельными или совпадающими плоскостями полагается равным нулю.

α, β — плоскости
 φ — двугранный угол
между плоскостями
 $\varphi = 90^\circ$

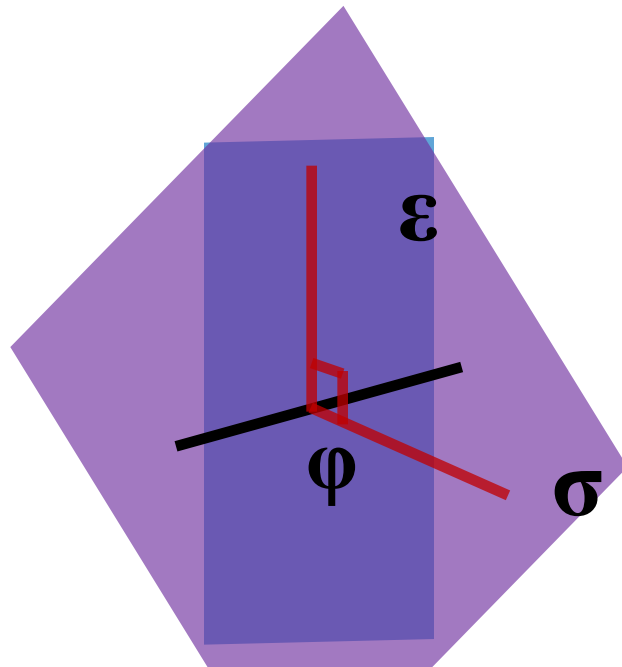




Определение

Две плоскости называются перпендикулярными, если двугранный угол между ними равен 90°

$$\varepsilon \perp \sigma, \text{ т.к. } \varphi = 90^\circ$$



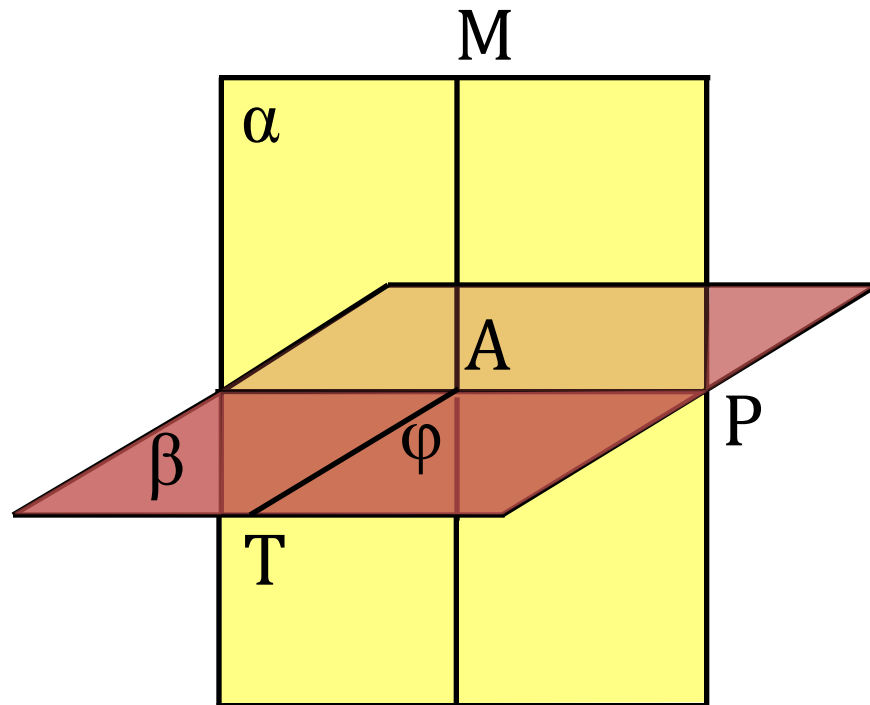


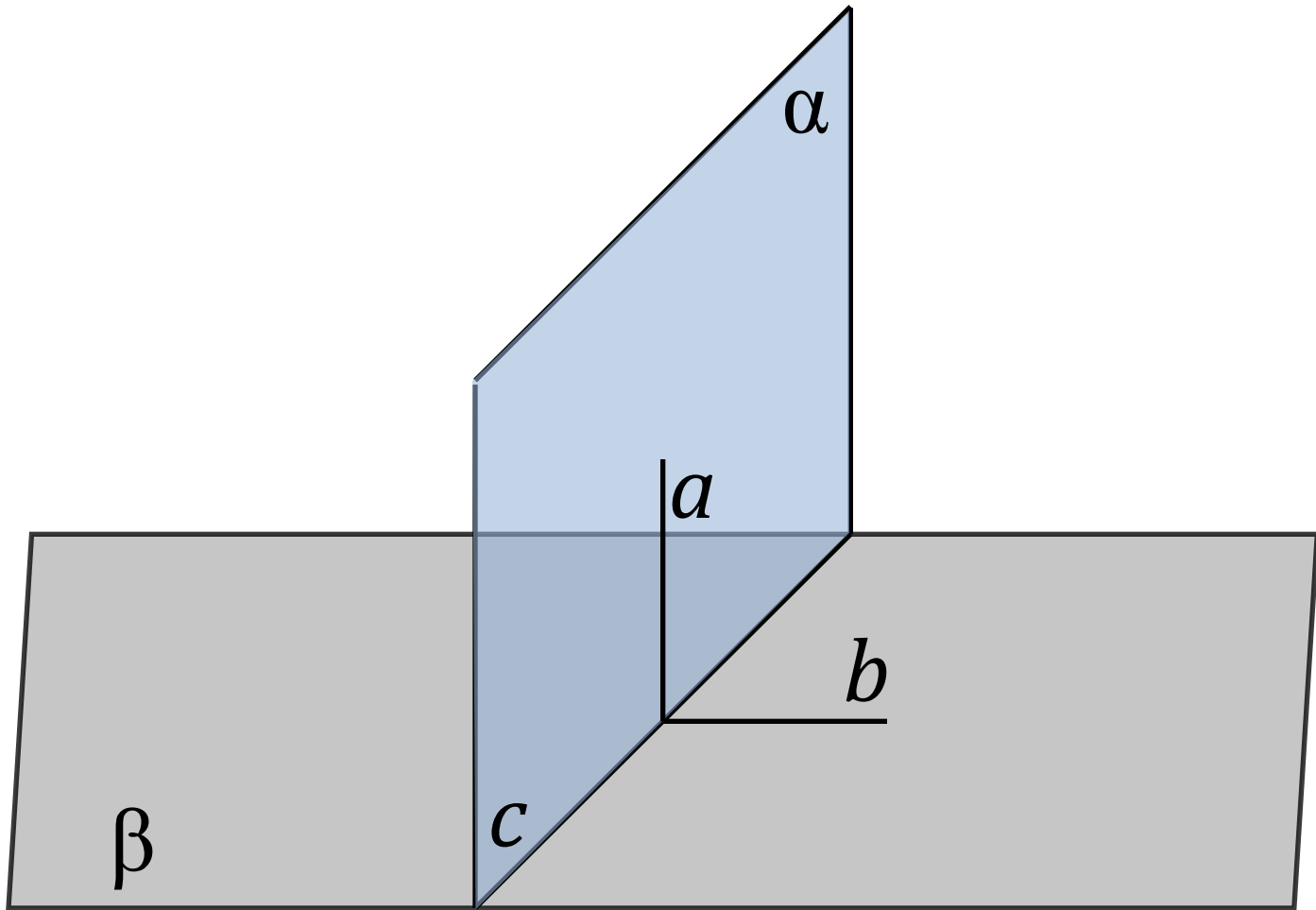
Стена и потолок



Теорема (признак перпендикулярности двух плоскостей)

Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны





Задача

Дано:

$\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AC \subset \alpha$, \angle между плоскостями α и $\triangle ABC = 60^\circ$, $AC = 5$ см, $AB = 13$ см

Найти: расстояние от B до α

Решение:

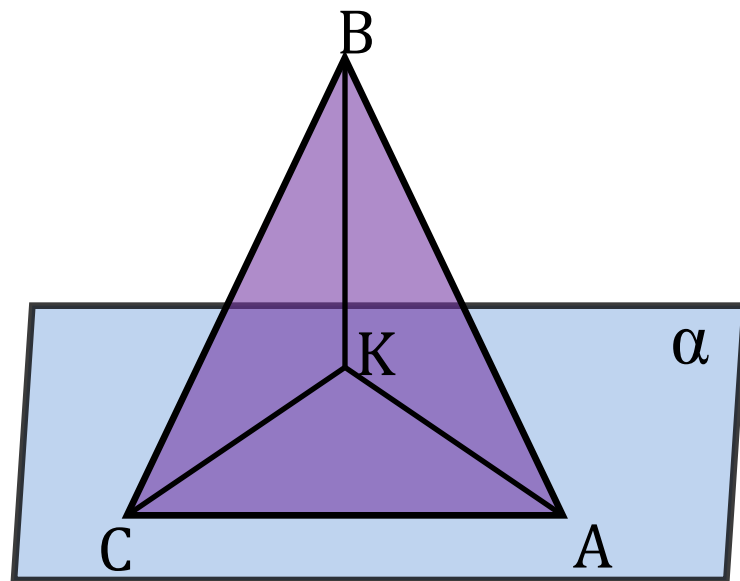
1) Построим $BK \perp \alpha$. Тогда KC — проекция BC на α

2) $BC \perp AC$ (по условию), значит, (по ТТП), $KC \perp AC \Rightarrow \angle BCK$ — линейный угол двугранного угла $ABCK$, т. е. $\angle BCK = 60^\circ$

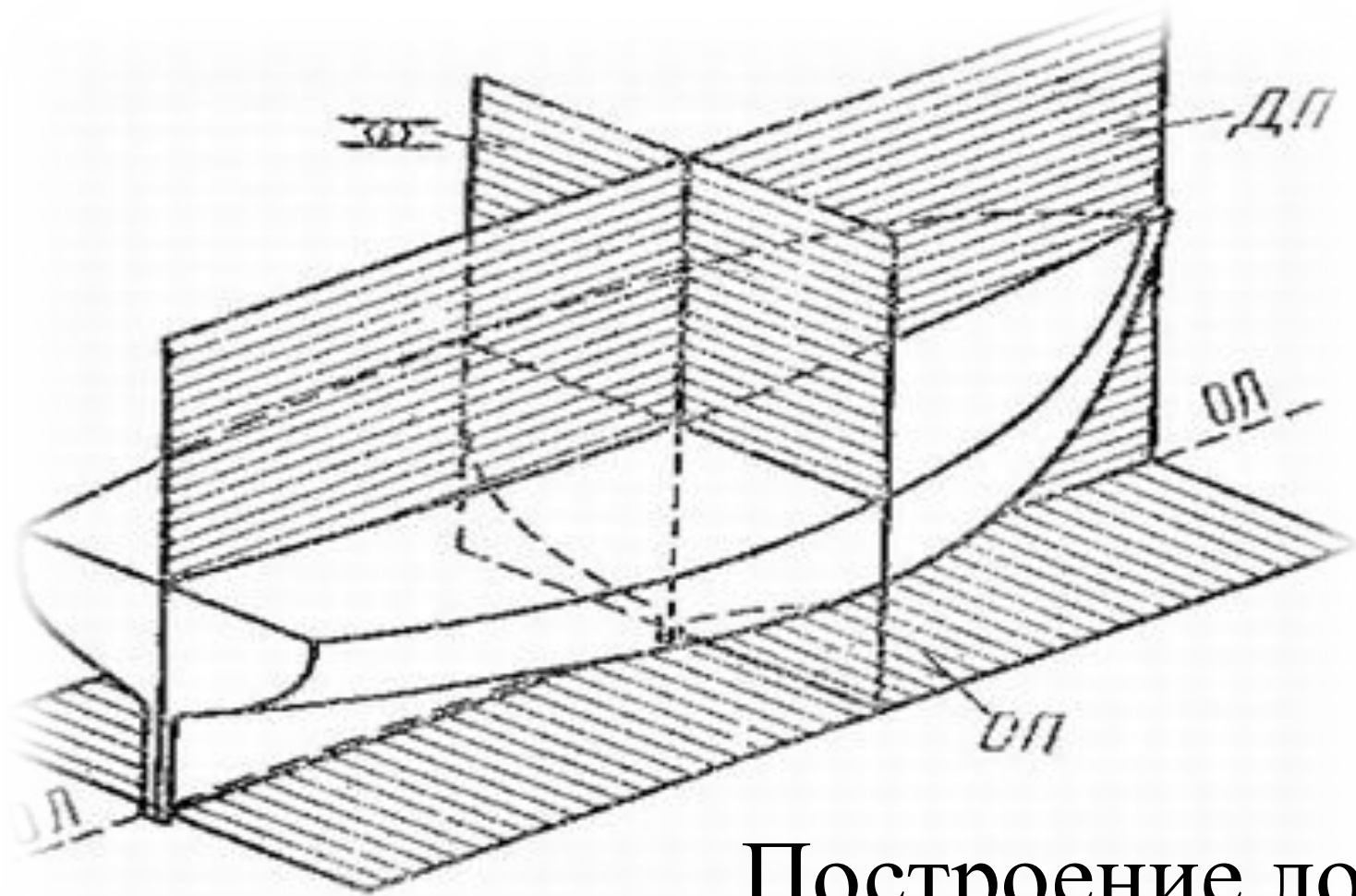
3) Из $\triangle BCA$ по теореме Пифагора:

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

из $\triangle BCK$: $BK = BC \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ (см)



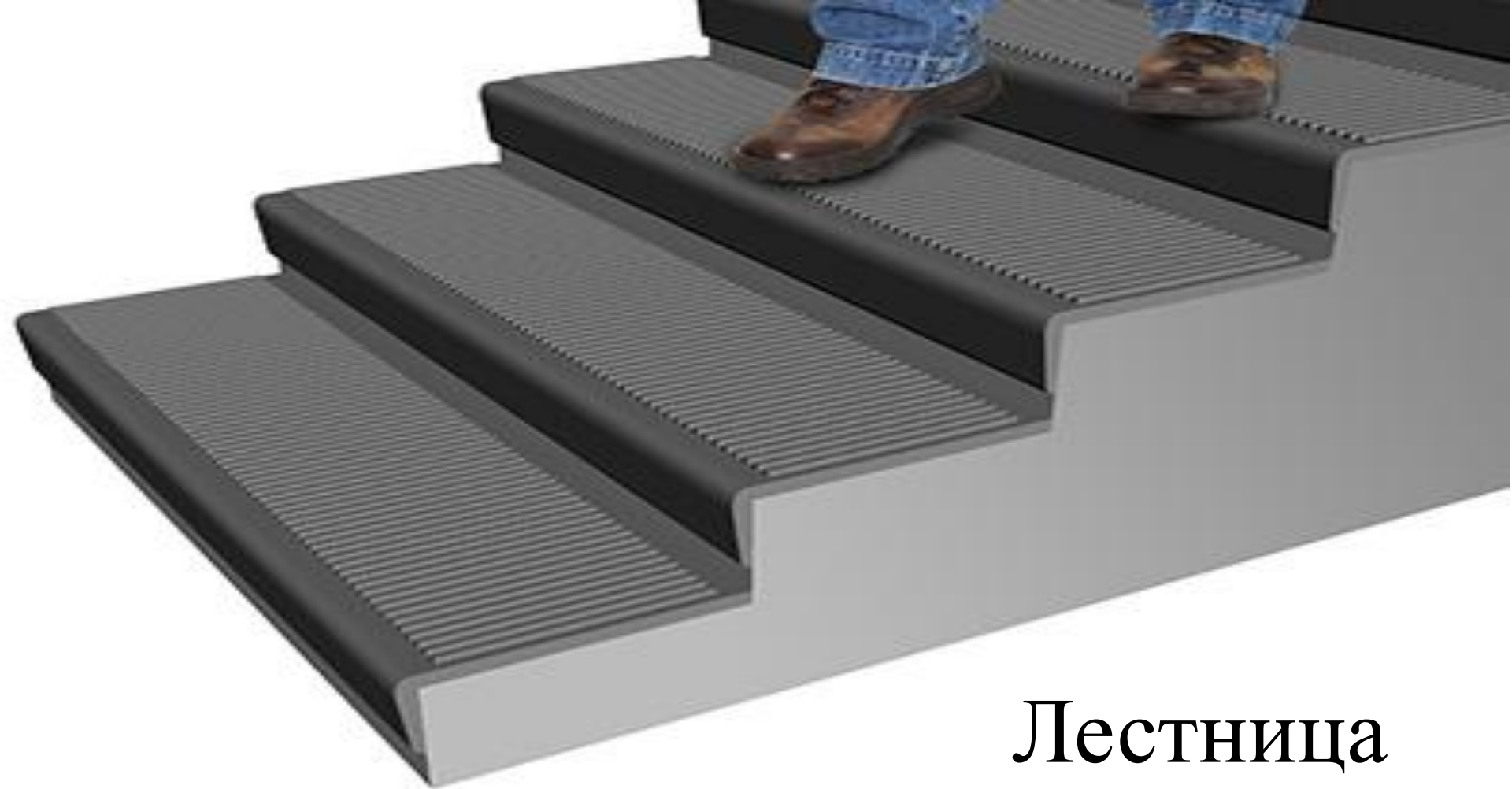
Ответ: $6\sqrt{3}$ см



Построение лодки



Построение моста



Лестница

Упражнения

А

2.61. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. 1) Покажите все пары взаимно перпендикулярных граней. 2) Найдите угол между прямой AB и плоскостью $ACC_1 A_1$. 3) Найдите угол между плоскостями $ACC_1 A_1$ и

$ABB_1 A_1$. 4) Покажите, что плоскости $ACC_1 A_1$ и $BDD_1 B_1$ взаимно перпендикулярны.

2.62. Величина линейного угла двугранного угла равна: 1) 30° ; 2) 45° ; 3) 60° . Найдите расстояние от точки A до второй грани, если расстояние от точки A , расположенной в одной грани, до ребра двугранного угла 10 см.

2.66. Наклонная AB образует с плоскостью угол φ , отрезок AC – проекция этой наклонной к данной плоскости. Найдите:

а) длину проекции, если: 1) $AB = 48$ см, $\varphi = 60^\circ$; 2) $AB = 4\sqrt{2}$ см, $\varphi = 45^\circ$;

б) длину наклонной, если: 1) $AC = 4\sqrt{3}$ см, $\varphi = 30^\circ$; 2) $AC = 5$ дм, $\varphi = 60^\circ$;

в) угол φ , если: 1) $AB = 24$ см, $AC = 12$ см; 2) $AB = 8$ м, $AC = 4\sqrt{2}$ м.