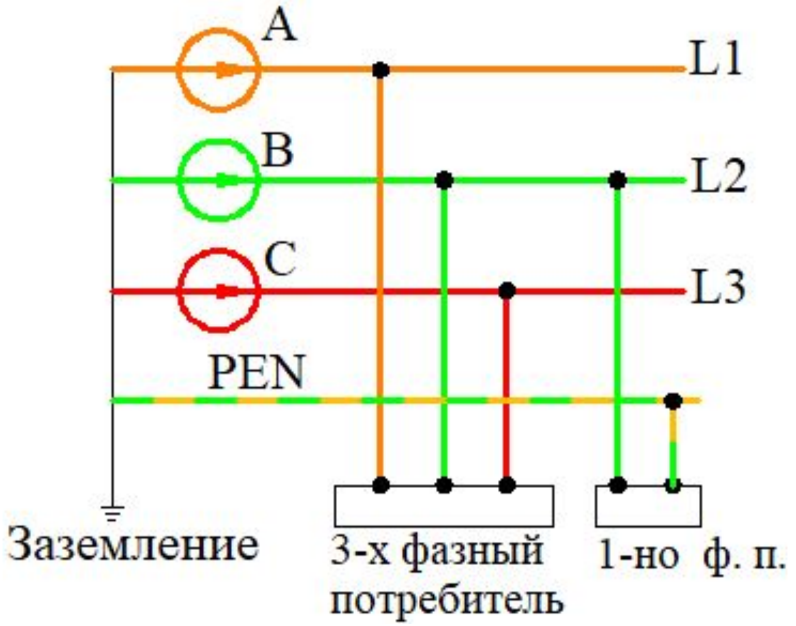
Трехфазные цепи

Трехфазная цепь – совокупность 3-х синусоидальных цепей (**фаз**), одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых по **фазе** на 120°.

Термин **фаза** имеет два определения:

1. **Составная часть трехфазной цепи;**
2. **Аргумент тригонометрической синусоидальной функции.**

Трехфазная цепь называется **<u>симметричной</u>** если фазные напряжения и токи равны по величине и сдвинуты относительно друг друга на 120°.
Источник ЭДС (генератор) всегда симметричен!
Причина несимметричное цепи заключается в несимметричной нагрузке.

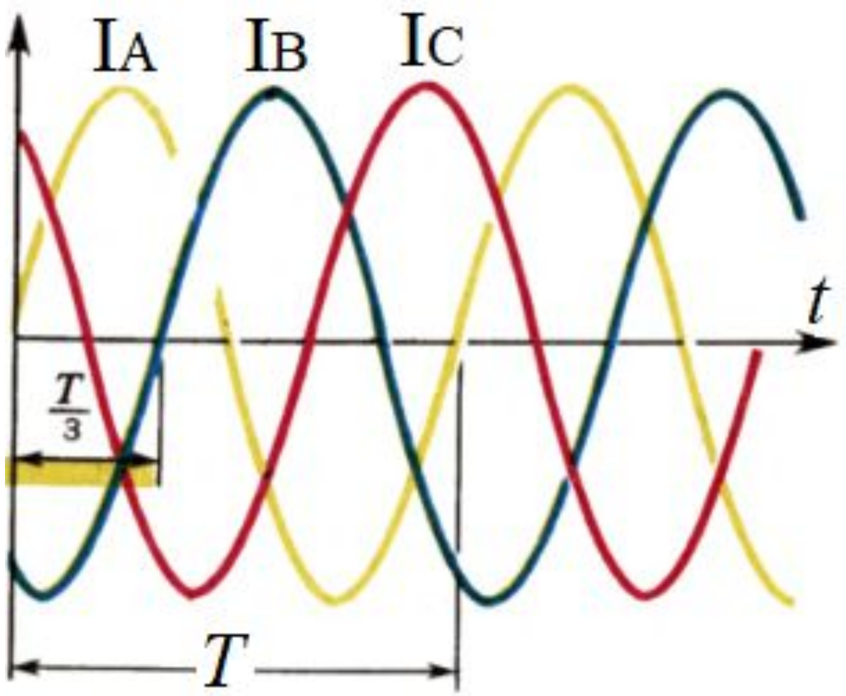


Токи фаз в симметричной трехфазной цепи

$i_A = I_m \sin \omega t$, Фаза А имеет нулевую фазу

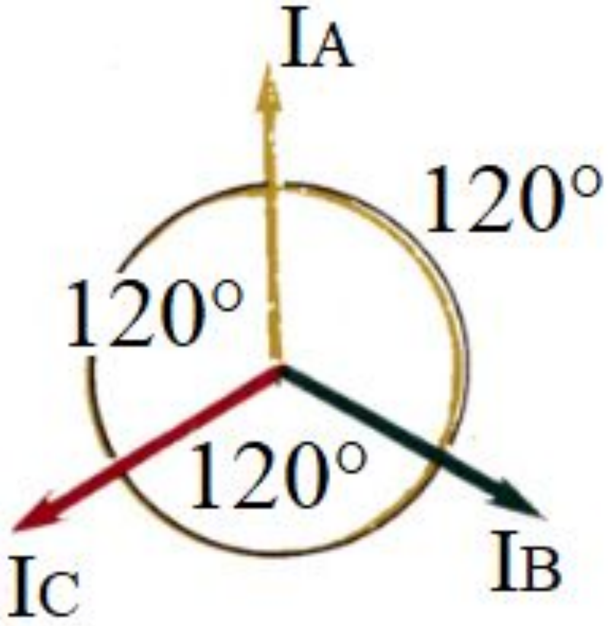
$i_B = I_m \sin(\omega t - 120°)$, Фаза В отстает от фазы А на 120°

$i_C = I_m \sin(\omega t + 120°) = I_m \sin(\omega t - 240°)$, Фаза С опережает А на 120°,но отстает от В на 120°



Временная диаграмма

АВС – прямая последовательность фаз



Векторная диаграмма

Перейдем к комплексной форме записи:

$$\dot{I}_A = I \qquad\qquad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A \cdot e^{-j120°} = \dot{I}_A \cdot a^2$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A \cdot e^{j120°} = \dot{I}_A \cdot a$$

$$j = e^{j90°}, \qquad a = e^{j120°}, \qquad a^2 = e^{j240°} = e^{-j120°}.$$

Просуммируем фазные токи:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_A(1 + a^2 + a) = \dot{I}_A\left(1 - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$a = e^{j120°} = cos120° + jsin120° = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = e^{-j120°} = \cos(-120°) + jsin(-120°) = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

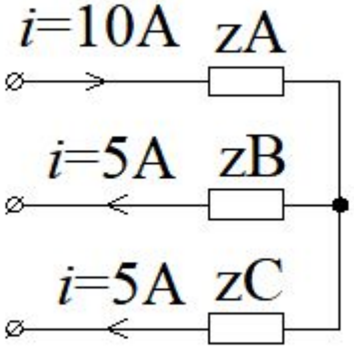
$$\boxed{\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0}$$ Основное свойство 3-х фазной цепи

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

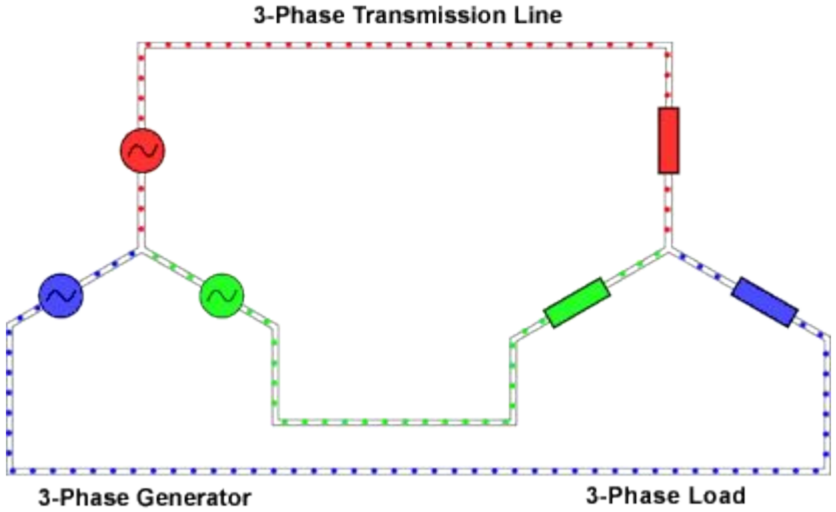
$$\dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C)$$

$$iA = -(iB + iC)$$

Ток фазы А в любой момент времени возвращается по фазам В и С.



Роль обратного провода выполняют сами фазы! Первую треть периода ток движется по фазе А в прямом направлении и возвращается по фазам В и С.
Вторую треть периода прямым проводом является фаза В, возвращается ток по фазам А и С.
Последнюю треть периода ток движется по фазе С и возвращается по А и В.



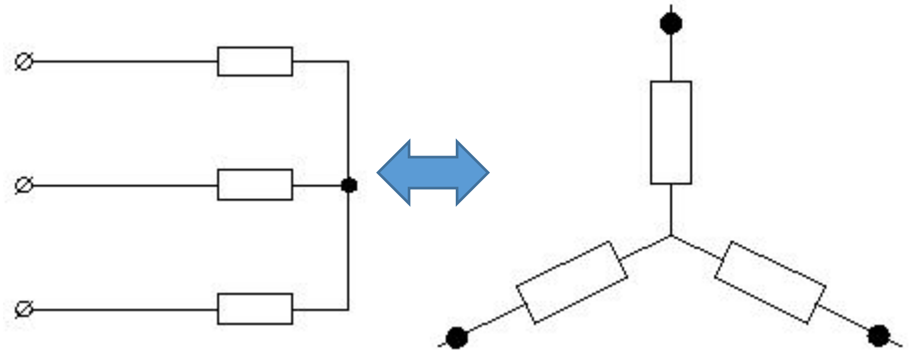
Достоинства трехфазной цепи:

1. Нет обратный проводов, их роль поочередно выполняют сами фазы
2. Симметричная система токов и напряжений создает вращающееся магнитное поле асинхронного двигателя.
3. В 3-х фазных цепей два класса напряжения – **линейное** и **фазное**! Например линейное 380В, а фазное 220В.

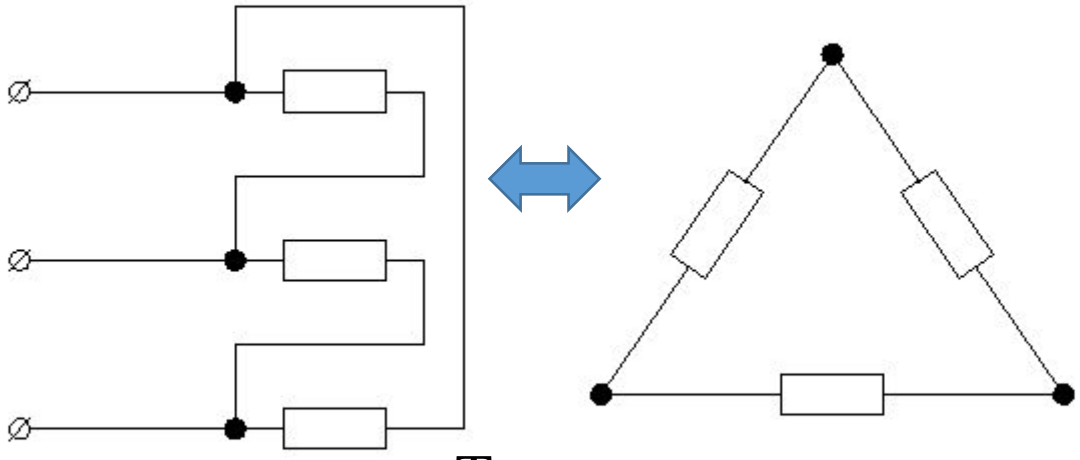
Звезда и треугольник соединений 3-х фазной нагрузки

3-х фазная нагрузка соединяется в основном в звезду, когда концы фаз нагрузки соединяются в общую нейтральную точку

Треугольник, когда конец одной фазы соединяется с началом другой фазы.

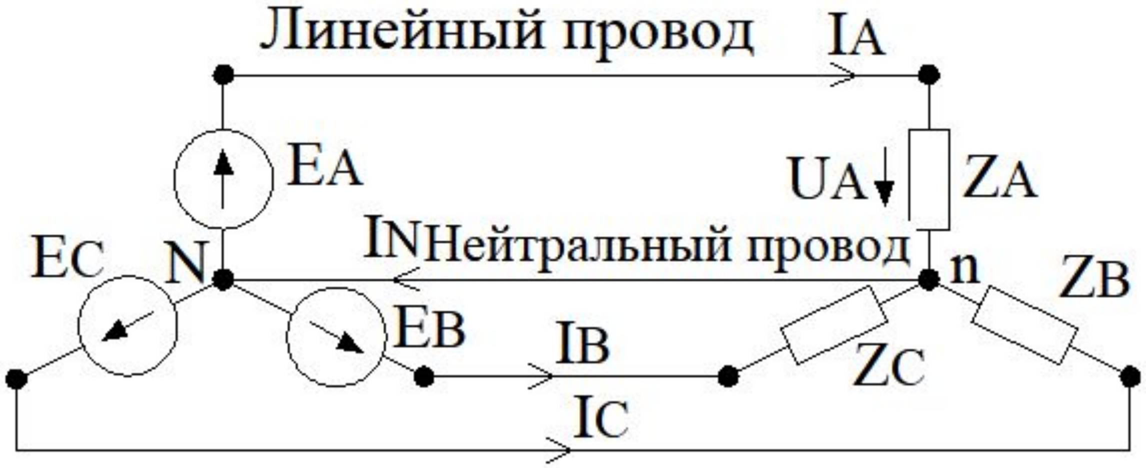


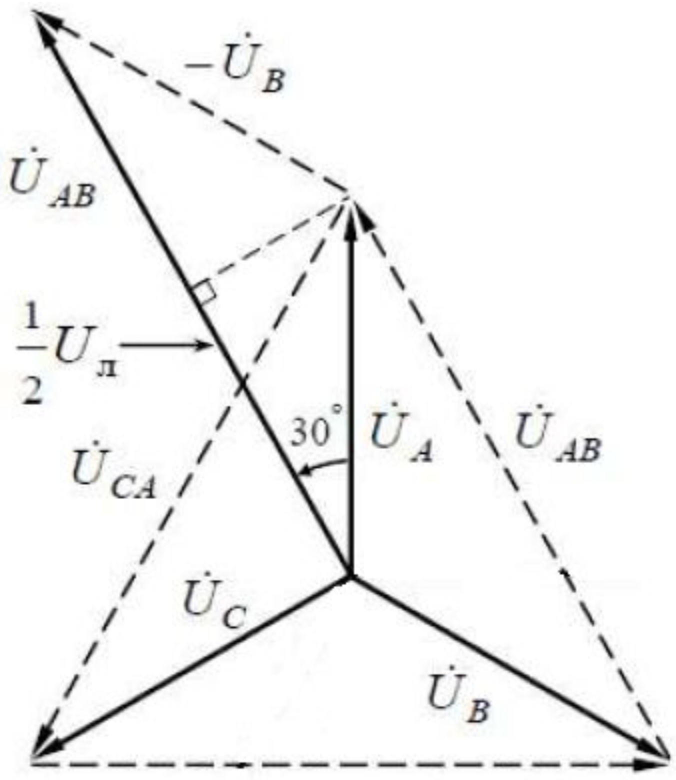
Звезда



Треугольник

Подключение источника и приемника звездой





N,n – нейтраль или нейтральна точка источника и приемника, соответственно

IA, IB, IC– линейные токи

UA, UB, UC– фазные напряжения

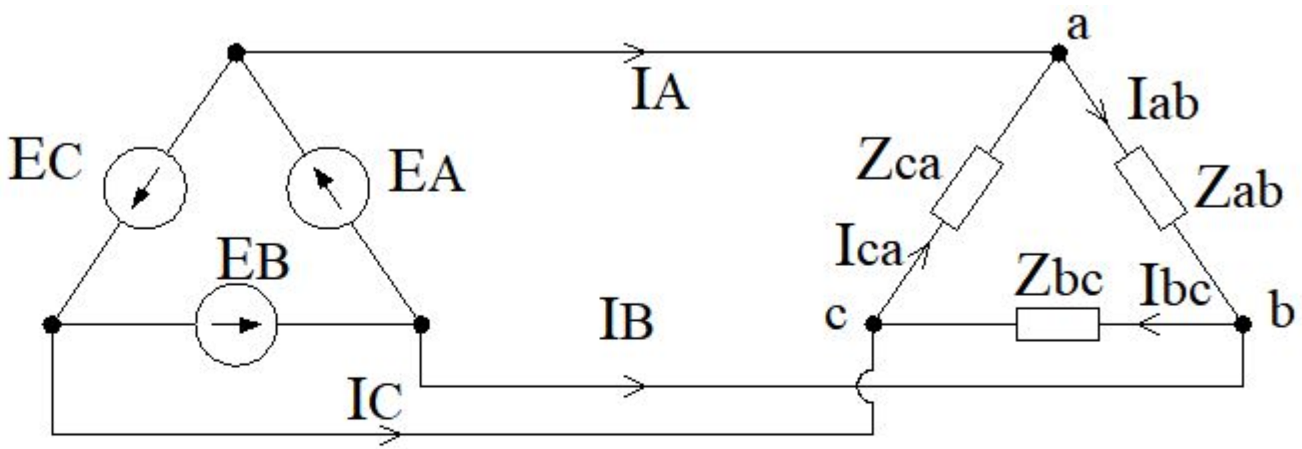
UAB, UBC, UCA– линейные напряжения

Векторная диаграмма напряжений

$$U_л = 2U_ф cos30° = \sqrt{3}U_ф$$

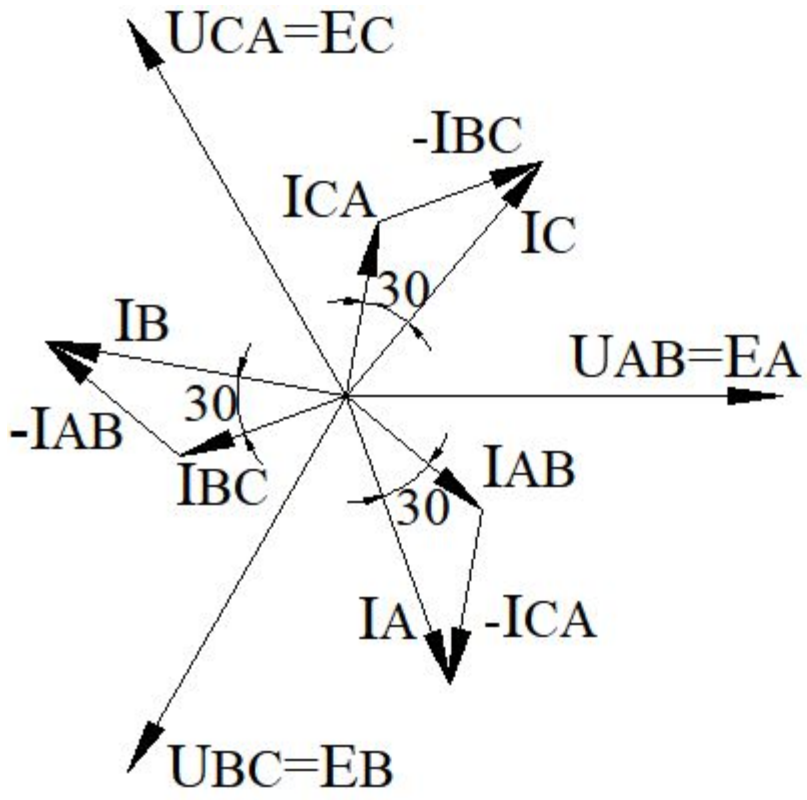
$$I_л = I_ф$$

Подключение источника и приемника треугольником



Определим линейные токи через фазные, записав первый закон Кирхгофа для узлов a,b,c:

$\dot{I}_A=\dot{I}_{ab}-\dot{I}_{ca};$ $\dot{I}_B=\dot{I}_{bc}-\dot{I}_{ab};$ $\dot{I}_C=\dot{I}_{ca}-\dot{I}_{bc}$



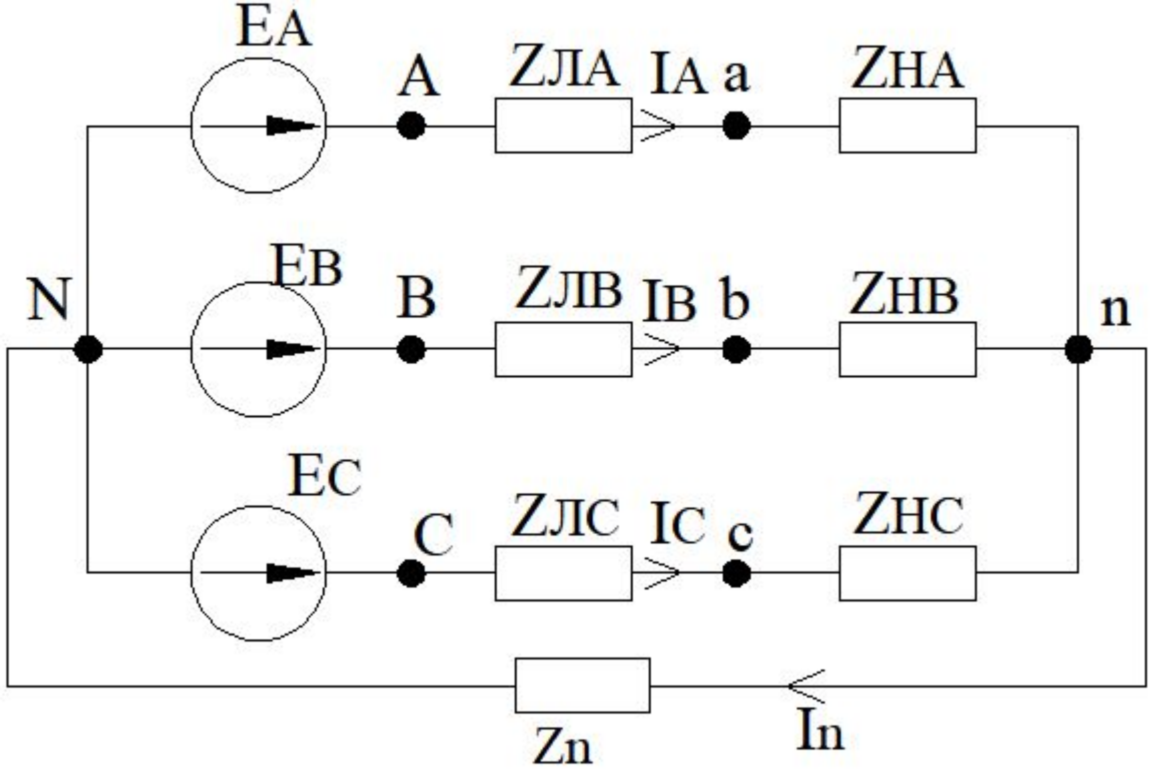
Векторная диаграмма напряжений и токов

$$I_{л} = 2I_{ф}cos30° = \sqrt{3}I_{ф}$$
$$U_{л} = U_{ф}$$

Расчет 3-х фазной несимметричной цепи соединенной звездой

Не симметрия 3-х фазной цепи нежелательное, но неизбежное событие, связанное с не симметрией 3-х фазной нагрузки.

Задача: Рассчитать 3-х фазную цепь, при соединении нагрузки звездой с нейтральным проводом.



$$Z_A = Z_{ЛA} + Z_{НA}$$

$$Z_В = Z_{ЛВ} + Z_{НВ}$$

$$Z_С = Z_{ЛС} + Z_{НС}$$

В цепи два узла- n и N, поэтому расчет ведем по методу 2-х узлов (частный случай метода узловых потенциалов)

U_{nN} – напряжение смещение нейтрали

$$U_{nN} = \frac{\dfrac{E_A}{Z_A} + \dfrac{E_B}{Z_B} + \dfrac{E_C}{Z_C}}{\dfrac{1}{Z_A} + \dfrac{1}{Z_B} + \dfrac{1}{Z_C} + \dfrac{1}{Z_n}}$$

Линейные токи найдём по закону Ома

$$I_A = \frac{E_A - U_{nN}}{Z_A} \qquad I_B = \frac{E_B - U_{nN}}{Z_B} \qquad I_C = \frac{E_C - U_{nN}}{Z_C} \qquad I_N = \frac{U_{nN}}{Z_n}$$

В частном случае, когда сопротивление фаз одинаковы (ZA=ZB=Zc=Z):

$$U_{nN} = \frac{\frac{E_A}{Z}(1 + a^2 + a)}{\frac{3}{Z} + \frac{1}{Z_n}} = 0$$

Напряжение смещения нейтрали в симметричной системе равен 0.

$$I_A = \frac{E_A}{Z}; \qquad I_B = \frac{E_B}{Z}; \qquad I_C = \frac{E_C}{Z}; \qquad I_N = \frac{0}{Z_n} = 0$$

В симметричной системе не нужен нейтральный провод

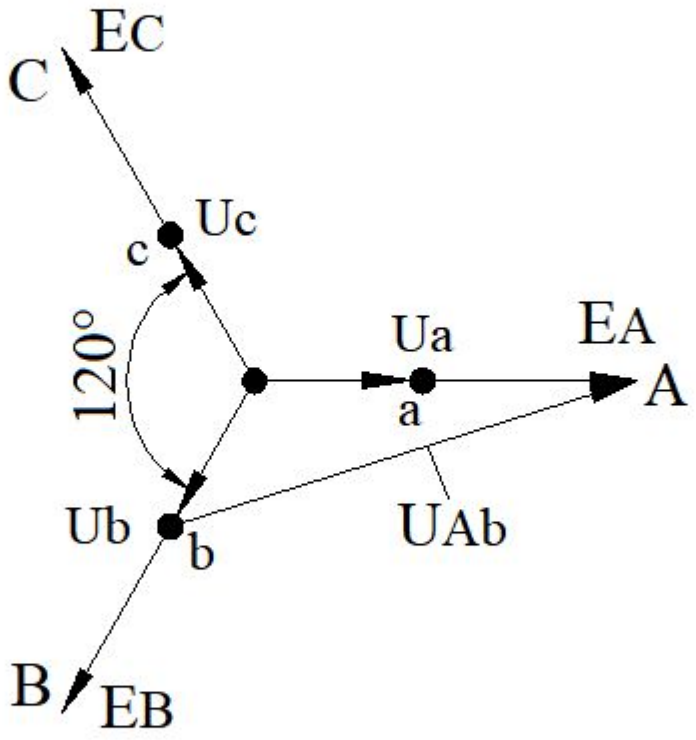
$$I_B = \frac{a^2 E_A}{Z} = a^2 I_A$$

$$I_C = \frac{a E_A}{Z} = a I_A$$

В симметричной 3-х фазной цепи расчет можно проводить для одной фазы – фазы А, токи других фаз получаем из тока фазы А со смещением на $\pm 120°$

Пусть 3-х фазная система симметрична, а сопротивление фаз одинаковые
Построим векторную диаграмму для этого случая.

Пусть Zл=Zн=R



В общем случае напряжение точек a, b, c находим по правилу делителя тока:

$$U_a = E_A \cdot \frac{Z_{\text{н}}}{Z_{\text{н}} + Z_{\text{л}}}$$

По векторной диаграмме легко найти напряжение между отдельными узлами

Определим напряжение между точками A и b (UAb):

Величину UAb можно определить:

1. По теореме косинусов:

$$U_{Ab} = \sqrt{E_A^2 + U_b^2 - 2E_A U_b \cos(120°)}$$

$$E_A = 220 \quad U_a = 110 \cdot a^2 \qquad |\dot{U}_{Ab}| = 291B$$

2. Комплексным методом

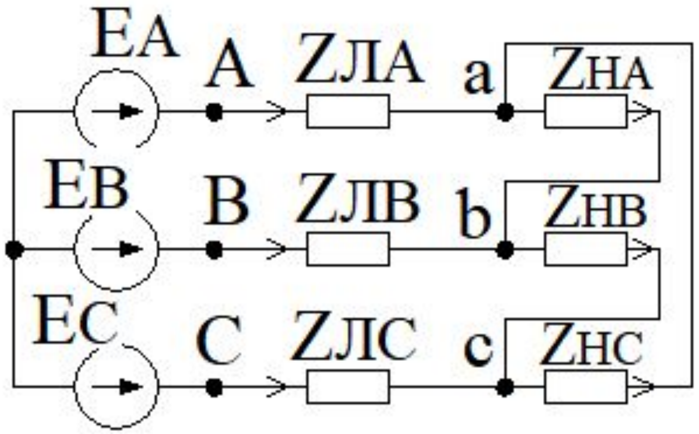
$$\dot{U}_{Ab} = \dot{E}_A - \dot{U}_b$$

$$|\dot{U}_{Ab}| = U$$

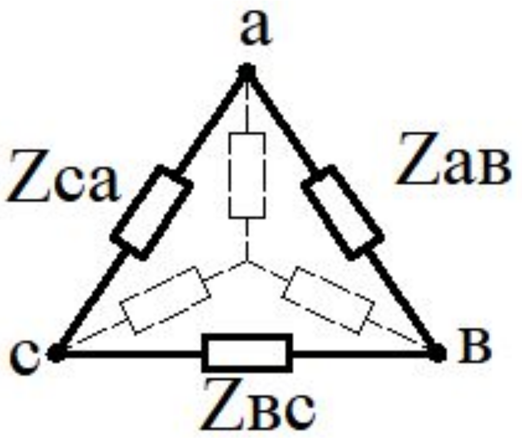
Пример:

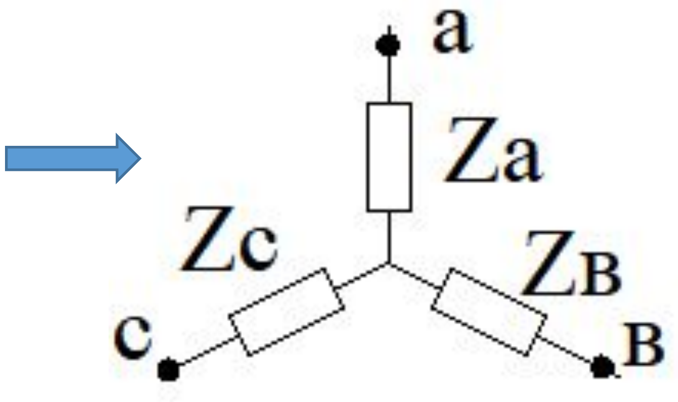
$$\dot{U}_{Ab} = 220 - 110 \cdot \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 275 + j95.26$$

Расчет 3-х фазной несимметричной цепи соединенной треугольником



Расчет данной цепи довольно сложный, поскольку она 3-х контурная с 4-мя узлами. Задача упроститься, если треугольник сопротивлений заменить на эквивалентную звезду. Замена будет эквивалентной, если напряжения и токи во внешней части схемы не изменяются





$$Z_A = \frac{Z_{ab} \cdot Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

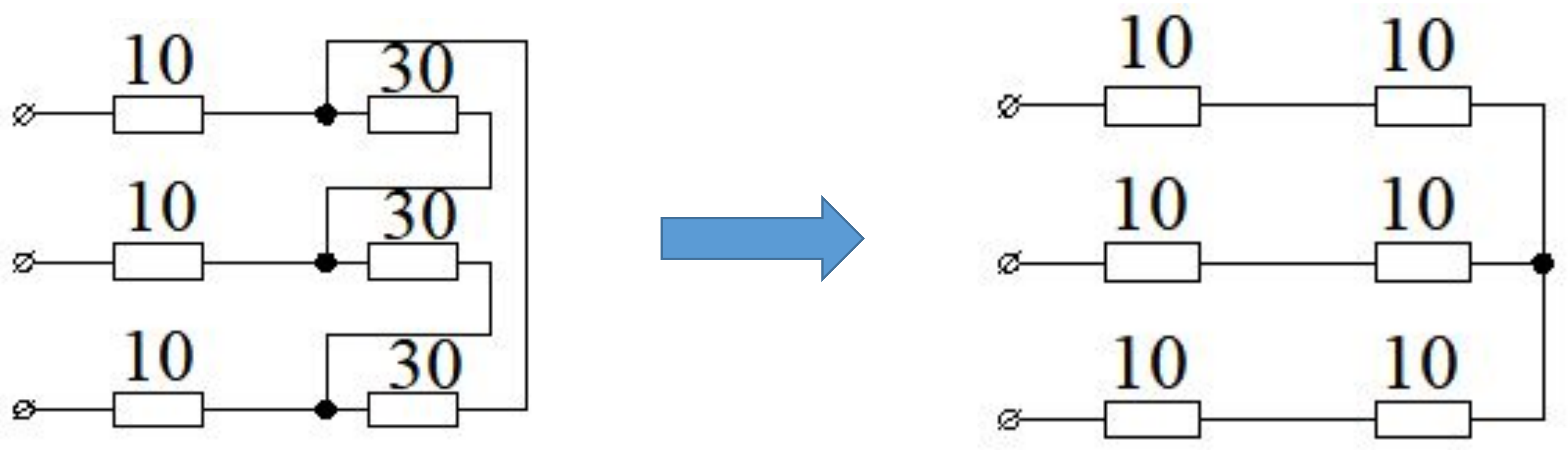
$$Z_b = \frac{Z_{ab} \cdot Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

$$Z_c = \frac{Z_{bc} \cdot Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

При симметричной нагрузке:

При преобразовании треугольника в звезду, сопротивление каждого элемента звезды уменьшается в 3 раза по сравнению с каждым элементом треугольника

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta^2}{3Z_\Delta} = \frac{Z_\Delta}{3}$$



После замены Δ нагрузки на Y нагрузки получаем схему, которую рассматривали ранее со звездой. Её рассчитываем методом двух узлов, находим линейные токи

I_A, I_B, I_C– линейные токи найдены U_A, U_B, U_C– фазные напряжения

Фазные токи **нагрузки:**

$$I_{ab} = \frac{U_a - U_b}{Z_{ab}} \qquad I_{bc} = \frac{U_b - U_c}{Z_{bc}} \qquad I_{ca} = \frac{U_c - U_a}{Z_{ca}}$$

Мощность трехфазной цепи

Активная мощность трехфазной системы есть сумма активных мощностей отдельных фаз и активной мощности в сопротивлении нулевого провода:

$$P = P_A + P_B + P_C + P_0 = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C + P_0$$

Аналогично определяется и реактивная мощность:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_0 = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C + Q_0$$

Полная мощность:

$$\dot{S}_{ист} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = \dot{E}_A \bar{I}_A + \dot{E}_B \bar{I}_B + \dot{E}_C \bar{I}_C = P_{ист} + jQ_{ист}$$

Определение мощности в общем случае

При симметричной нагрузке

$$S = \sqrt{3} U_л I_л$$

$$P = \sqrt{3} U_л I_л cos\varphi$$

$$Q = \sqrt{3} U_л I_л sin\varphi$$

Не зависимо от схемы соединения