



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В. А. Каштанов, О. Б. Зайцева

О МИНИМАКСНЫХ ПОДХОДАХ В ЗАДАЧАХ БЕЗОПАСНОСТИ

Копылов Михаил



В статье исследуется модель управляемого полумарковского процесса с катастрофами применительно к проблеме безопасности.

- Создается математическая модель
- Вводятся характеристики (показатели) безопасности.
- Устанавливается связь характеристик надежности и характеристик безопасности.
- Анализируется ситуация выбора оптимальной стратегии управления в условиях неполной информации о характеристиках надежности системы.

Безопасность - свойство процесса функционирования системы.

Основная проблема заключается в выработке стратегии управления процессами функционирования и существования (эволюции) субъектов, которая обеспечивала бы оптимальное в каком-то смысле течение этих процессов



- Управляемый полумарковский процесс с катастрофами:

- считающий процесс



- Компоненты X_t увяжем с моментом появления события, называемого катастрофой. Если для некоторого $t > 0$
- $X_t = x$ то считаем, что на периоде $[t, t + \Delta t)$
- $X_t = x$ произошла катастрофа в момент $t + \tau$



- Процесс атак описывается процессом Пуассона с параметром λ :
- Время безотказной работы:

- В начальный момент времени начинается эксплуатация системы
 - и назначается плановая профилактика системы через $v \geq 0$,
 - распределенное по закону
-
- Если к назначенному времени $v = t$ система не отказала, то начинается профилактика системы длительностью
-
- Если отказ произошел до назначенного момента $v = t$
 - (произошло событие τ), то начинается аварийное
 - обновление системы длительностью

- $= 0$, если система в данный момент находится в обновленном состоянии и исправно функционирует
- $= 1$, если в данный момент происходит профилактика системы
- $= 2$, если в данный момент происходит аварийное восстановление системы

Таким образом, множество состояний:

Множество управлений:



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Построение полумарковского ядра

Воспользуемся формулой:

Тогда

Предельным переходом получаем переходные вероятности состояний Вложенной цепи Маркова:



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Распределение моментов катастроф



Распределение моментов катастроф

-- условная вероятность того, что процесс перешел в состояние j , и на этом переходе не произошло катастрофы при условии, что процесс пребывал в состоянии i .

,
где



Распределение моментов катастроф

- вероятность того, что на периоде не произошло катастрофы при условии, что процесс пребывал в состоянии i .
- катастрофа произойдет с вероятностью 1
- катастрофа произойдет с вероятностью 0



Распределение моментов катастроф

-
- Теорема.
 - Если в каждом неразложимом классе состояний вложенной цепи
 - Маркова управляемого полумарковского процесса с катастрофами
 - и конечным множеством состояний есть хотя бы одно опасное или
 - особо опасное состояние, то математическое ожидание существует
 - и представляется в виде:

,
где



Математическое ожидание времени до катастрофы

- Математическое ожидание времени до катастрофы есть дробно-линейный функционал



Математическое ожидание времени до катастрофы

- Оптимальную стратегию управления можно искать в классе детерминированных стратегий
- Тогда выражение для матожидания немного упрощается

- Находим оптимальное управление
- Вывод: нужно назначать проведение предупредительных профилактик через τ , тогда получим максимальное математическое ожидание времени до катастрофы

Рассмотрим две ситуации:

1) В результате статистических испытаний определяются значения функций распределения F в отдельных точках.

- множество распределений, которые в n заданных точках принимают заданное значение.

Тогда можно считать, что

2) В результате статистически испытаний определяются оценки математического ожидания.

- множество распределений с фиксированным математическим ожиданием.

Тогда можно считать, что



Математическое ожидание времени до катастрофы зависит еще и от распределения F

Задача. Найти

А также распределения
достигается

, на которых этот максимум



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Спасибо за внимание!

101000, Россия, Москва, Мясницкая ул., д. 20
Тел.: (495) 621-7983, факс: (495) 628-7931
www.hse.ru