НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В. А. Каштанов, О. Б. Зайцева

О МИНИМАКСНЫХ ПОДХОДАХ В ЗАДАЧАХ БЕЗОПАСНОСТИ

Копылов Михаил

Высшая школа экономики, Москва, 2018
www.hse.ru

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Аннотация

В статье исследуется модель управляемого полумарковского процесса с катастрофами применительно к проблеме безопасности.

- Создается математическая модель
- Вводятся характеристики (показатели) безопасности.
- Устанавливается связь характеристик надежности и
- характеристик безопасности.
- Анализируется ситуация выбора оптимальной стратегии
- управления в условиях неполной информации о характеристиках
- надежности системы.

Проблема безопасности

Безопасность - свойство процесса функционирования системы.

Основная проблема заключается в выработке стратегии управления процессами функционирования и существования (эволюции) субъектов, которая обеспечивала бы оптимальное в каком-то смысле течение этих процессов

- Управляемый полумарковский процесс с катастрофами:

\- считающий процесс

Управляемый полумарковский процесс с катастрофами

- Компоненты увяжем с моментом появления события,
- называемого катастрофой. Если для некоторого t > 0

- то считаем, что на периоде
-
- произошла катастрофа в момент

Модель защиты

- Процесс атак описывается процессом Пуассона с параметром λ:

- Время безотказной работы:

Модель защиты

- В начальный момент времени начинается эксплуатация системы
- и назначается плановая профилактика системы через $\nu \geq 0$,
- распределенное по закону

- Если к назначенному времени v = τ система не отказала, то начинается профилактика системы длительностью

- Если отказ произошел до назначенного момента v = τ
- (произошло событие), то начинается аварийное
- обновление системы длительностью

Построение управляемого полумарковского процесса с катастрофами

- = 0, если система в данных момент находится в обновленном
- состоянии и исправно функционирует

- = 1, если в данных момент происходит профилактика
- системы

- = 2, если в данных момент происходит аварийное восстановление системы

Таким образом, множество состояний:

Множество управлений:

Построение полумарковского ядра

Воспользуемся формулой:

Тогда

Предельным переходом получаем переходные вероятности состояний Вложенной цепи Маркова:

Распределение моментов катастроф

Распределение моментов катастроф

-- условная вероятность того, что процесс перешел в состояние j, и на этом переходе не произошло катастрофы при условии, что процесс пребывал в состоянии i.

,

где

Распределение моментов катастроф

- вероятность того, что на периоде не произошло катастрофы при условии, что процесс пребывал в состоянии i.

- катастрофа произойдет с вероятностью 1

- катастрофа произойдет с вероятностью 0

Распределение моментов катастроф

- Теорема.
  - Если в каждом неразложимом классе состояний вложенной цепи
  - Маркова управляемого полумарковского процесса с катастрофами
  - и конечным множеством состояний есть хотя бы одно опасное или
  - особо опасное состояние, то математическое ожидание существует
  - и представляется в виде:

,

где

Математическое ожидание времени до катастрофы

- Математическое ожидание времени до катастрофы есть дробно-линейный функционал

Математическое ожидание времени до катастрофы

- Оптимальную стратегию управления можно искать в классе детерминированных стратегий

- Тогда выражение для матожидания немного упрощается

Максимизация математического ожидания времени до катастрофы

- Находим оптимальное управление

- Вывод: нужно назначать проведение предупредительных профилактик через , тогда получим максимальное математическое ожидание времени до катастрофы

Рассмотрим две ситуации:

1) В результате статистических испытаний определяются значения функций распределения F в отдельных точках.

- множество распределений, которые в n заданных точках принимают заданное значение.

Тогда можно считать, что

2) В результате статистически испытаний определяются оценки матожидания.

- множество распределений с фиксированным математическим ожиданием.

Тогда можно считать, что

Постановка задачи при неполной информации

Математическое ожидание времени до катастрофы зависит еще и от распределения F

Задача. Найти

А также распределения , на которых этот максимум достигается

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Спасибо за внимание!

101000, Россия, Москва, Мясницкая ул., д. 20
Тел.: (495) 621-7983, факс: (495) 628-7931
www.hse.ru