

# **ЗАДАНИЕ №5**

## **автомат**

**Бит чётности** – это дополнительный контрольный бит, который добавляется к двоичному коду так, чтобы **количество единиц** в полученном двоичном коде стало **чётным**.

Если в исходном коде было чётное количество единиц, дописывается 0; если нечётное – дописывается 1.

**ТИП-1**

## ТИП №1

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .

2. К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:

- а) складываются все цифры двоичной записи, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа). Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;

- б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа  $N$ ) является двоичной записью искомого числа  $R$ .

**Укажите минимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число, большее, чем 31.**

В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

## Алгоритм решения.

1. Перевести число в  $P=2$

это число  $R \rightarrow 31_{10} = 11111_2$

2. Отсекаем два последних разряда.  $\rightarrow 111 \rightarrow$  это число  $N$  (его обрабатывать бессмысленно), поэтому

3. к этому числу прибавляем 1.  $\rightarrow 1000 \rightarrow$  это тоже число  $N$ , которое мы будем обрабатывать по алгоритму.

4. Проверяем по алгоритму.

a)  $1000 \rightarrow 10001$

b)  $10001 \rightarrow 100010 = 34 \rightarrow$  это число  $R$  оно больше 31,

**Получили это число обработкой числа  $N=1000$  (п.4а) и проверили по алгоритму**

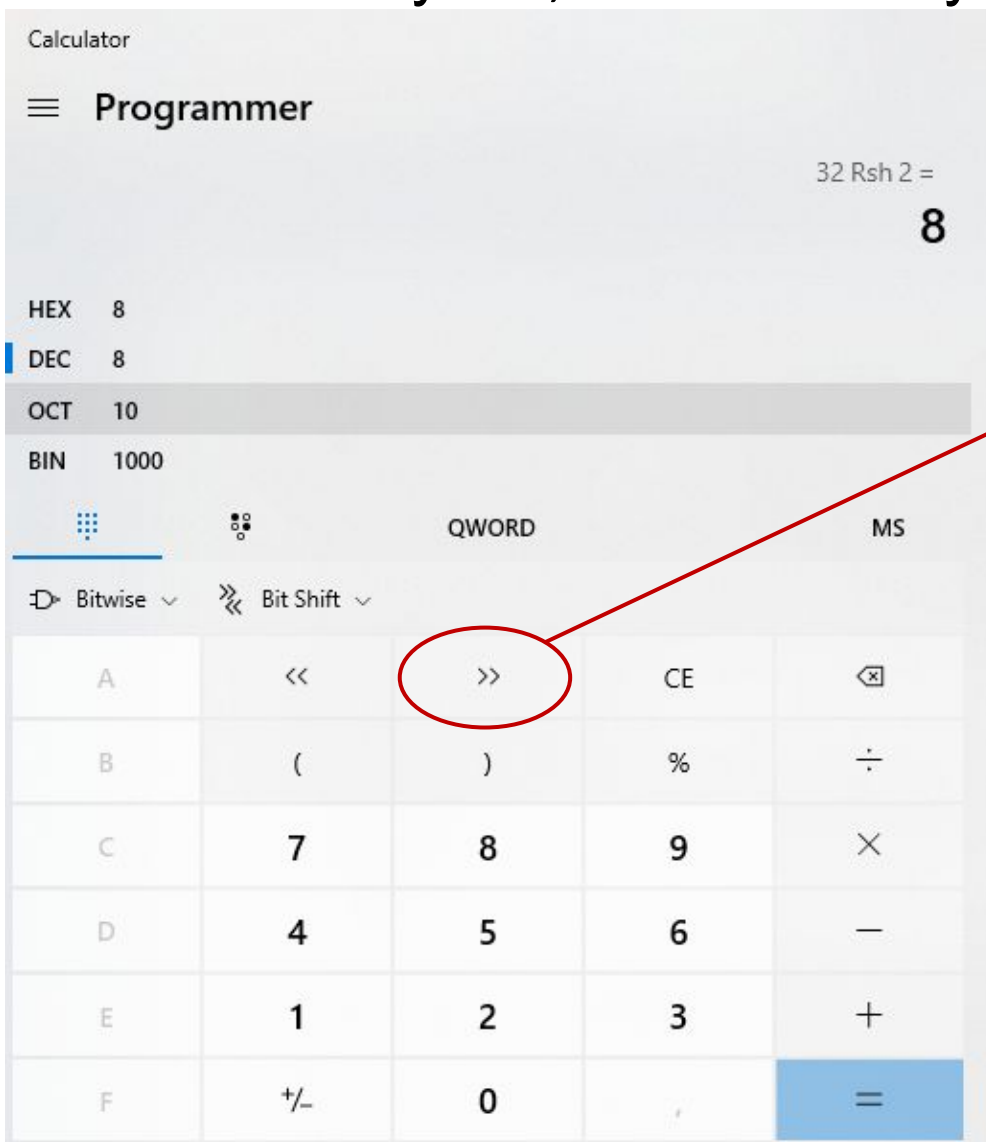
Ответ:  $1000_2 = 8_{10}$

## Решение с помощью Калькулятора

### Windows

- 1) переключаем Калькулятор в режим Программист (Вид – Программист или Alt+3);
  - 2) в десятичной системе (по умолчанию включен режим *Dec*) набираем **32**;
  - 3) под окошком вывода отображается двоичный код 32 (00010000);
  - 4) т.к. двоичный код содержит нечетное количество единиц (одна),  
то **R** может равняться 32.
- 1) чтобы получить ответ (**N**) надо от двоичного кода **R=32** отбросить два правых разряда.

Для этого можно использовать команду Калькулятора сдвиг вправо (*Right Shift*): нажать кнопку *Rsh*, затем кнопку «2» (сдвиг на два разряда) и кнопку «=»;



в окошке вывода видим ответ в десятичном коде: 8  
Ответ: 8.

Python

```
R = 32
```

```
while True:
```

```
    if bin(R).count('1') % 2 == 0:
```

```
        print( R//4 )
```

```
        break
```

```
    R += 2
```



## Задача №1.

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

- 1) Строится двоичная запись числа  $N$ .
  - 2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа  $N$  было чётное число единиц, и 1, если нечётное.
  - 3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности. Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа  $N$ ) является двоичной записью искомого числа  $R$ . **Укажите минимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число, большее, чем  $103$ .**
- В ответе это число запишите в десятичной системе.

## Задача №2.

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

- 1) Строится двоичная запись числа  $N$ .
- 2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа  $N$  было чётное число единиц, и 1, если нечётное.
- 3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности. Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа  $N$ ) является двоичной записью искомого числа  $R$ . **Укажите минимальное число  $N$ , после обработки которого с помощью этого алгоритма получается число, большее, чем 121.**

В ответе это число запишите в десятичной системе

**ТИП-2**

## ТИП №2

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ .

Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1) Строится двоичная запись числа  $N$ .

2) К этой записи дописываются справа ещё два разряда по следующему правилу:

а) складываются все цифры двоичной записи, и остаток от деления суммы на 2 дописывается в конец числа (справа).

Например, запись 11100 преобразуется в запись 111001;

б) над этой записью производятся те же действия – справа дописывается остаток от деления суммы цифр на 2.

Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа  $N$ ) является двоичной записью искомого числа  $R$ .

Укажите минимальное число  $R$ , большее, чем 116, которое может быть получено в результате работы этого алгоритма.

В ответе это число запишите в десятичной системе.

## Алгоритм решения.

1. Перевести число в  $P=2$

$$116_{10} = 1110100_2 \rightarrow \text{это число } \mathbf{R}$$

2. Отсекаем два последних разряда.  $\rightarrow 11101 \rightarrow$  это число  $N$ , при обработке которого по алгоритму мы получим 116, т.е.  $R$ , а нам надо число большее, чем 116.

3. К этому числу прибавляем 1.  $\rightarrow 11110 \rightarrow$  это число  $N$ , которое мы будем проверять, даст ли оно при обработке по алгоритму число  $R > 116$

4. Проверяем по алгоритму.

а)  $11110 \rightarrow 111100$

б)  $111100 \rightarrow 1111000 \rightarrow$  это число  $\mathbf{R}$ , которое получилось в результате обработки по алгоритму, и оно  $> 116$ .

ЕЩЁ одно объяснение той же  
задачи

Операция над числом выполняется два раза, значит к числу  $N$  добавляется два разряда.

Определим, что может быть окончанием числа  $R$ , то есть разберем два последних разряда.

1. Если изначально **сумма разрядов число нечётное.**

— например 10101, то сначала оно будет преобразовано

а) в 10101**1** (добавили 1), т.к. сумма разрядов равна 3;

б) затем в 10101**10** (добавили 0), т.к. сумма разрядов равна 4.

2. Если **сумма разрядов число чётное.**

— например 10001, то сначала оно будет преобразовано

а) в 11000**0** (добавили 0), т.к. сумма разрядов равна 2;

Теперь рассмотрим число 116.

$$116_{10} = 1110100_2$$

При этом  $1101100_2$  — **это число R**,

а исходное число  $N$  на два разряда меньше, то есть  **$11101_2$** .

Если мы выполним алгоритм для этого числа  $N$  ( **$11101_2$** ), то у нас получится,  **$1110100_2$**  это само число 116.

Поэтому берем  $N$  на единицу больше, то есть  **$11110_2$** .

**Проверяем.**

а) —  **$11110$**  — сумма разрядов чётная, добавляем 0 в конец →  **$111100$**

б) —  **$111100$**  — сумма разрядов четная, добавляем 0 в конец →  **$1111000$**

То есть наименьшее число  $R > 116$  — это  **$1111000$**  в двоичной или **120** в десятичной.

Ответ:  $R = 120$



## Задача №3.

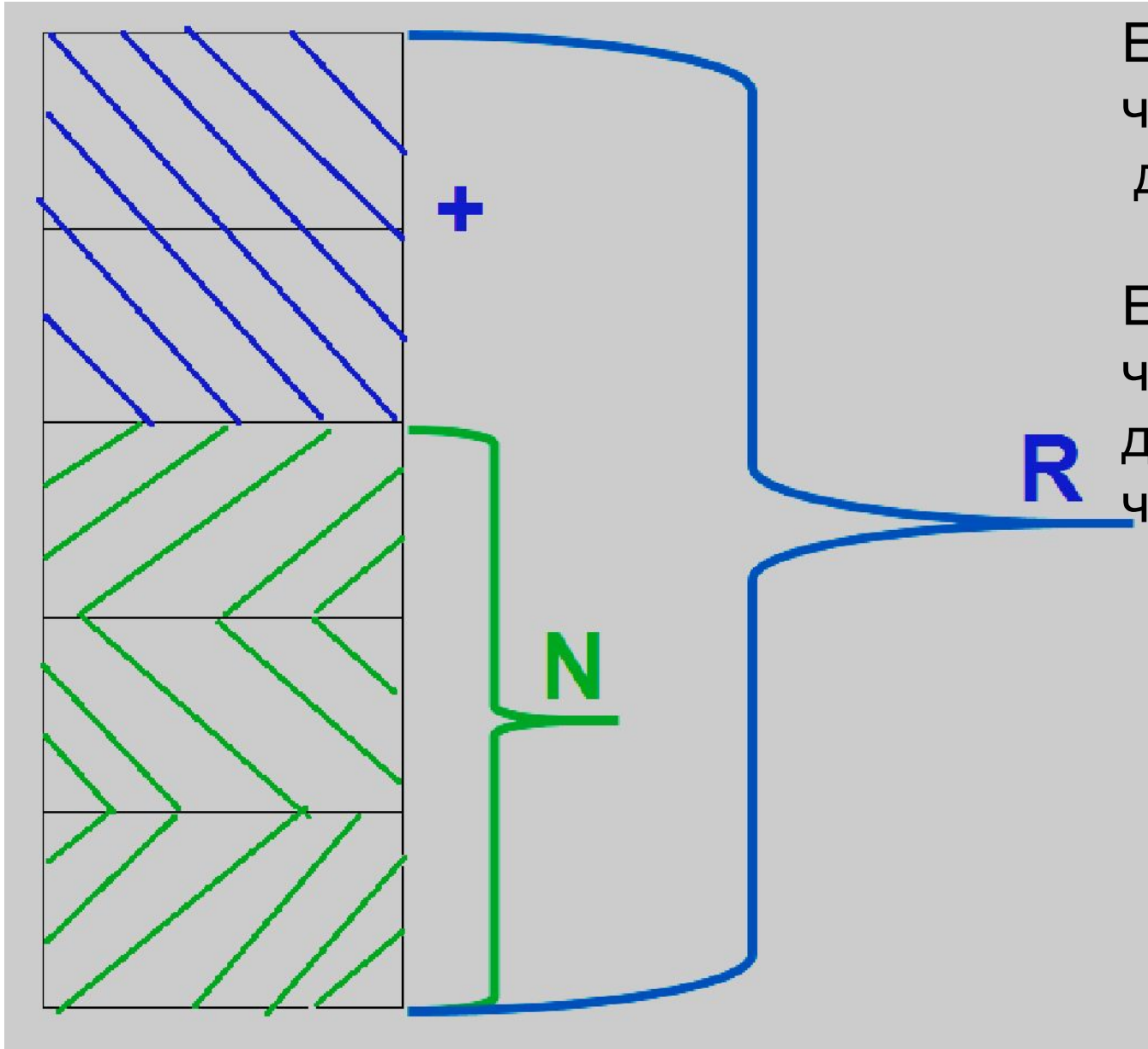
На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

- 1) Строится двоичная запись числа  $N$ .
- 2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа  $N$  было чётное число единиц, и 1, если нечётное.
- 3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности. Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа  $N$ ) является двоичной записью искомого числа  $R$ . **Укажите минимальное число  $R$ , большее 96, которое может быть получено в результате работы этого алгоритма.** В ответе это число запишите в десятичной системе.

## Задача №4.

На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

- 1) Строится двоичная запись числа  $N$ .
- 2) К этой записи дописывается справа бит чётности: 0, если в двоичном коде числа  $N$  было чётное число единиц, и 1, если нечётное.
- 3) К полученному результату дописывается ещё один бит чётности. Полученная таким образом запись (в ней на два разряда больше, чем в записи исходного числа  $N$ ) является двоичной записью искомого числа  $R$ . **Укажите минимальное число  $R$ , большее 130, которое может быть получено в результате работы этого алгоритма.** В ответе это число запишите в десятичной системе.



Если надо найти  $N$ , то полученное число должно быть всегда  $< R$ .

Если надо найти  $R$ , то полученное число должно быть  $>$  заданного в условии числа.

**ТИП-3**

Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Пример. Дано число  $N = 13$ . Алгоритм работает следующим образом:

1. Двоичная запись числа  $N$ : 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.

**Сколько различных чисел, принадлежащих отрезку  $[20; 50]$ ,**

## Решени

отрезок  $[20; 50]$

Переведём 20 и 50 в  $P=2$

$20_{10} = 10100_2$ ;  $50_{10} = 110010_2$  красным обозначены добавленные биты,  
биты,

т.е.  $101_2$  - это младшее число, которое по алгоритму даст число, входящее в этот отрезок,

а  $1100_2$  - это старшее число, которое по алгоритму даст число, входящее в этот отрезок.

В десятичной системе счисления это числа 5 и 12, т.е.  $5 \leq x \leq 12$

$$X = 12 - 5 + 1 = 8$$

Ответ: 8 чисел

# Самостоятель

№1 Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Пример. Дано число  $N = 13$ . Алгоритм работает следующим образом:

1. Двоичная запись числа  $N$ : 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.

Сколько различных чисел, принадлежащих отрезку  $[00; 160]$ , могут

№2. Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Пример. Дано число  $N = 13$ . Алгоритм работает следующим образом:

1. Двоичная запись числа  $N$ : 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.

Сколько различных чисел, меньших 50, могут появиться на экране в результате работы автомата?



# ОТВЕТ Ы

№1- 19

№2 - 12

**ДРУГИЕ ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ**

Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  ( $0 \leq N \leq 255$ ) по следующему алгоритму:

- 1) Строится восьмибитная двоичная запись числа  $N$ .
- 2) Все цифры двоичной записи заменяются на противоположные (0 на 1, 1 на 0).
- 3) Полученное число переводится в десятичную запись.
- 4) Из нового числа вычитается исходное, полученная разность выводится на экран.

### **Пример.**

Дано число  $N = 13$ . Алгоритм работает следующим образом:

- 1) Восьмибитная двоичная запись числа  $N$ : 00001101.
- 2) Все цифры заменяются на противоположные, новая запись 11110010.
- 3) Десятичное значение полученного числа 242.
- 4) На экран выводится число  $242 - 13 = 229$ .

**Какое число нужно ввести в автомат, чтобы в результате получилось 113?**

## Решение.

Речь идет об однобайтовом представлении, которое применяется только для положительных целых чисел, т.е. в этом формате отсутствует знаковый разряд и отрицательные числа.

Когда мы выполняем инверсию в 8 разрядах

(заменяем все 0 на 1 и наоборот), мы фактически вычитаем исходное число из

числа 255.  
Например

17	0	0	0	1	0	0	0	1
инвертируем	1	1	1	0	1	1	1	0
Сумма = 255	1	1	1	1	1	1	1	1

121	0	1	1	1	1	0	0	1
инвертируем	1	0	0	0	0	1	1	0
Сумма = 255	1	1	1	1	1	1	1	1

Т.е. инверсия двоичной восьмибитной записи числа в сумме с исходным числом дает  $11111111_2$ , то есть 255.

(В исходном примере  $(13+242=255) \Rightarrow 00001101_2 + 11110010_2 = 11111111_2$ .)

Следовательно, если исходное число равно  $N$ , то инвертированное число равно  $255 - N$ . Затем автомат осуществляет вычитание, вычисляя  $255 - 2N$ .

Поэтому, чтобы найти число, которое нужно ввести в автомат для получения **113**,

нужно решить уравнение  $255 - 2N = 113. \Rightarrow N=71$ .

**Ответ: 71**

Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму::

1) Строится двоичная запись числа N.

2) Запись «переворачивается», то есть читается справа налево.

Если при этом появляются ведущие нули, они отбрасываются.

3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Какое наибольшее число, не превышающее 100, после обработки автоматом даёт результат 9?**

**Решение.**

1. Переводим 9 и 100 в  $P=2 \Rightarrow 9=1001_2; 100=1100100_2$

2. Число д.б. наибольшим, но меньше  $1100100_2$

3. Переворачиваем число  $9 \Rightarrow 1001_2$

- Тогда исходное число должно начинаться на  $1001_2$  и далее пойдут нули, которые отброшены при перевороте числа, т.е.

$10010000_2,$

- но  $10010000_2=144_{10} > 100$ . Делим на 2, т.е. убираем один 0.

Это число  $1001000_2=72_{10}$

**Ответ : 72**

Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:

1) Строится двоичная запись числа  $N$ .

2) **Из записи удаляются все нули.**

3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Сколько разных значений будет показано на экране автомата при последовательном вводе всех натуральных чисел от 10 до 2500?**

**Ответ: 11**

**Решение:** посмотрим, что происходит при удалении нулей. Возьмём число 10:  $1010_2 \Rightarrow 11$ . Ясно, что после удаления нулей мы можем получать только числа, которые в двоичной записи содержат только единицы. Попробуем узнать, какое максимальное количество единиц мы можем получить.

$2500 > 2048 = 2^{11}$ . 211 выглядит как  $100000000000_2$  (единица и 11 нулей), предыдущее число 2047 выглядит как  $11111111111_2$  (11 единиц).

12 единиц – это число  $2^{12}-1 = 4096 - 1 = 4095$ , его получить мы не можем, т.е. 11 единиц наш максимум.

Если мы начнём с правого края заменять единицы на нули, то получим:

$11111111111_2$

$11111111110_2$

$11111111100_2$

...

$10000000000_2$

11 разных чисел. Эти же 11 чисел можно получить и из других исходных чисел (например, одну единицу можно получить из числа  $10000000000_2$  и из числа  $10000_2$ ), но в любом случае количество различных чисел, которые будут выведены в результате на экран, равно 11.



Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  ( $0 \leq N \leq 255$ ) по следующему алгоритму:

- 1) Строится восьмибитная двоичная запись числа  $N$ .
- 2) **Удаляется последняя цифра двоичной записи.**
- 3) **Запись «переворачивается», то есть читается справа налево.**
- 4) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Какое наибольшее число, меньшее 100, не изменится после обработки автоматом?**

**Ответ: 90**

**Решение:** посмотрим, что происходит с числом во время работы автомата. Предположим, исходное число в двоичной системе счисления выглядело как  $abcdefgh_2$ .

Алгоритм удаляет последнюю цифру этого числа: оно превратилось в  $abcdefg_2$  (было  $abcdefgh_2$  стало  $abcdefg_2$ ).

Далее алгоритм переворачивает новое число, оно превращается в  $gfedcba_2$ .

По условию задачи получившееся число должно быть равно исходному, т.е.:  $abcdefgh_2 = gfedcba_2$

Т.к. для  $a$  нет соответствующей цифры, возможен лишь один вариант:

$$a = 0.$$

Соответствия других цифр:

$$b = g$$

$$c = f$$

$$d = e$$

$$h = a = 0$$

С учётом этих соответствий получается, что исходное число должно выглядеть как  $0bcdcb0_2$ .

$0bcddcb_2$

Если  $b = 1$ , то к числу нужно будет прибавить  $2^6 + 2^1 = 64 + 2 = 66$ .

Если  $c = 1$ , то к числу нужно будет прибавить  $2^5 + 2^2 = 32 + 4 = 36$

Если  $d = 1$ , то к числу нужно будет прибавить  $2^4 + 2^3 = 16 + 8 = 24$ .

Попробуем набрать максимальную сумму, которая меньше 100.

Это  $66 + 24 = 90$ . При этом  $b = 1$ ,  $c = 0$ ,  $d = 1$ , т.е. число выглядит как  $01011010_2$ .

Ответ: 90.

Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:

1. Строится двоичная запись числа  $N$  без ведущих нулей.

**2. Если в полученной записи единиц больше, чем нулей, то справа приписывается единица. Если нулей больше или нулей и единиц поровну, справа приписывается ноль.**

3. Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Какое наименьшее число, превышающее 36, может получиться в результате работы автомата?**

**Ответ: 39**

**Решение:** подбором.

Возьмём число 36. В двоичной СС оно выглядит как  $100101_2$ .

Это – результат работы алгоритма, т.е.

$100100_2$ , где  $10010$  – число, которое было подано на вход алгоритму,  $0$  – что дописал алгоритм. По условию нам нужно найти число, большее 36. Начнём перебирать числа:

$100101_2$  (37) – не подходит, т.к. на конце должен стоять 0, не 1.

$100110_2$  (38) – не подходит, т.к. на конце должна стоять 1, не 0.

$100111_2$  (39) – подходит.

Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. **Удаляются первая слева единица и все следующие непосредственно за ней нули. Если после этого в числе не остаётся цифр, результат этого действия считается равным нулю.**
3. Полученное число переводится в десятичную запись.
4. Новое число вычитается из исходного, полученная разность выводится на экран.

Пример. Дано число  $N = 11$ . Алгоритм работает следующим образом.

1. Двоичная запись числа  $N$ : 1011.
2. Удаляется первая единица и следующий за ней ноль: 11.
3. Десятичное значение полученного числа 3.
4. На экран выводится число  $11 - 3 = 8$ .

Сколько разных значений будет показано на экране автомата при последовательном вводе всех натуральных чисел от 500 до 5000?

**Ответ: 5**

**Решение:** посмотрим, что происходит с числом при работе автомата.

$$500 = 111110100_2.$$

Удаляем ведущую 1 и считаем разность:

$$111110100_2 - 011110100_2 = 100000000_2 \text{ (единица и 8 нулей)}$$

Понятно, что в результате работы алгоритма мы всегда будем получать единицу и далее нули.  $100000000_2$  число, которое можно получить, максимальное получается после обработки числа 5000:

$$1001110001000_2 \rightarrow 1000000000000_2 \text{ (единица и 12 нулей)}.$$

Все числа:

единица и 8 нулей, единица и 9 нулей, единица и 10 нулей, единица и 11 нулей, единица и 12 нулей.

Всего 5 различных чисел.

## Самостоятель

- 1) Автомат обрабатывает целое число  $N$  ( $0 \leq N \leq 255$ ) по следующему алгоритму:
- 1) Строится восьмибитная двоичная запись числа  $N$ .
  - 2) Все цифры двоичной записи заменяются на противоположные (0 на 1, 1 на 0).
  - 3) Полученное число переводится в десятичную запись.
  - 4) Из нового числа вычитается исходное, полученная разность выводится на экран.

**Какое число нужно ввести в автомат, чтобы в результате получилось 45?**



- 2) Автомат обрабатывает целое число  $N$  ( $0 \leq N \leq 255$ ) по следующему алгоритму:
- 1) Строится восьмибитная двоичная запись числа  $N$ .
  - 2) Все цифры двоичной записи заменяются на противоположные (0 на 1, 1 на 0).
  - 3) Полученное число переводится в десятичную запись.
  - 4) Из нового числа вычитается исходное, полученная разность выводится на экран.

**Какое число нужно ввести в автомат, чтобы в результате получилось «-21»?**

- 3) Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:
- 1) Строится двоичная запись числа  $N$ .
  - 2) Запись «переворачивается», то есть читается справа налево. Если при этом появляются ведущие нули, они отбрасываются.
  - 3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Какое наибольшее число, не превышающее 500, после обработки автоматом даёт результат 13?**

4) Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:

- 1) Строится двоичная запись числа  $N$ .
- 2) Запись «переворачивается», то есть читается справа налево. Если при этом появляются ведущие нули, они отбрасываются.
- 3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Какое наибольшее число, не превышающее 500, после обработки автоматом даёт результат 13?**

5) Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  ( $0 \leq N \leq 255$ ) по следующему алгоритму:

1) Строится восьми битная двоичная запись числа  $N$ .

2) **Удаляются средние 4 цифры.**

3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Какое наименьшее число, большее 130, после обработки автоматом даёт результат 10?**

6) Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  ( $0 \leq N \leq 255$ ) по следующему алгоритму:

1) Строится восьми битная двоичная запись числа  $N$ .

2) **Удаляются средние 4 цифры.**

3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

Какое **наибольшее число, меньшее 110**, после обработки автоматом даёт результат 7?

7) Автомат обрабатывает натуральное число  $N < 256$  по следующему алгоритму:

1) Строится восьмибитная двоичная запись числа  $N$ .

2) **Инвертируются все разряды исходного числа, кроме последней единицы и стоящих за ней нулей (0 заменяется на 1, 1 на 0).**

3) Полученное число переводится в десятичную систему счисления.

**Чему равен результат работы алгоритма для  $N = 211$ ?**

8) Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму:

1) Строится двоичная запись числа  $N$ .

2) **Удаляются две последние цифры.**

3) Полученное число переводится в десятичную запись и выводится на экран.

**Сколько разных значений будет показано на экране автомата при последовательном вводе всех натуральных чисел от 20 до 600?**

# ОТВЕТ Ы

№1- 105

№5 - 134

№2 - 138

№6 – 107

№3 - 352

№7 – 45

№4 - 112

№8 – 146



№1. Автомат обрабатывает трёхзначное натуральное число  $N$  по следующему алгоритму.

1. Из цифр, образующих десятичную запись  $N$ , строятся наибольшее и наименьшее возможные двузначные числа (числа не могут начинаться с нуля).

2. На экран выводится разность полученных двузначных чисел.

Пример. Дано число  $N = 351$ . Алгоритм работает следующим образом.

1. Наибольшее двузначное число из заданных цифр – 53, наименьшее – 13.

2. На экран выводится разность  $53 - 13 = 40$ .

Чему равно количество чисел  $N$  на отрезке  $[100; 200]$ , в результате обработки которых на экране автомата появится число 30?

Решение:

Пусть исходное число записывалось как  $abc$  ( $a*100 + b*10 + c$ ).

Предположим, что  $a \geq b \geq c$ . Все остальные числа можно получить перестановкой цифр  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

Если  $a \geq b \geq c$ , то наибольшее двузначное число, которое можно составить, выглядит как  $ab$  ( $a*10 + b$ ), а вот наименьшее может быть одним из трёх:

- 1)  $cb$  (если  $c \neq 0$ ), при этом разность наибольшего и наименьшего равна  $ab - cb$ , на конце разности получается 0.
- 2)  $b0$  (если  $c = 0$  и  $b \neq 0$ , то число  $cb$  – однозначное, поэтому наименьшим двузначным становится  $b0$ ). В этом случае разность наибольшего и наименьшего равна  $ab - b0$ , что противоречит условию задачи: на конце не получается 0.
- 3)  $a0$  (если  $b = 0$  и  $c = 0$ ). В таком случае наибольшее число  $ab$  выглядит как  $a0$  (т.к.  $b = 0$ ), а значит разность наибольшего и наименьшего равна 0.

Т.к. разность наибольшего и наименьшего чисел должна быть равна 30, первый вариант (наименьшее число равно  $cb$ ) – единственный, который подходит.

$$(a*10 + b) - (c*10 + b) = 30$$

$$a - c = 3$$

Возможные варианты:

$a = 9, c = 6$  ( $6 \leq b \leq 9$ , 4 варианта)

$a = 8, c = 5$  ( $5 \leq b \leq 8$ )

$a = 7, c = 4$  ( $4 \leq b \leq 7$ )

$a = 6, c = 3$  ( $3 \leq b \leq 6$ )

$a = 5, c = 2$  ( $2 \leq b \leq 5$ )

$a = 4, c = 1$  ( $1 \leq b \leq 4$ )

$a = 3, c = 0$  - вариант невозможен, т.к. в таком случае  $cb$  - не двузначное число

В исходном числе  $a, b$  и  $c$  могут стоять в любом порядке.

Т.к. исходное число должно принадлежать отрезку  $[100; 200]$ , подходит только последний вариант:  $a = 4, c = 1$  ( $1 \leq b \leq 4$ ). Первой цифрой будет 1 (т.е.  $c$ ),  $a$  и  $b$  могут меняться местами. Всего 4 варианта, когда  $a$  стоит на втором месте ( $14^*$ ), и 4 варианта, когда  $a$  стоит на 3-м месте ( $1^*4$ ), но число 144 повторяется дважды, поэтому на самом деле общее количество вариантов не  $4+4=8$ , а 7.

Ответ: 7

## Решение задачи с помощью программы (язык Питон)

```
count = 0
for i in range(100, 201):
    N = i
    a = N % 10
    b = (N // 10) % 10
    c = (N // 10) // 10
    max = a*10 + b
    if c == 0 and b == 0:
        min = a*10
    elif c == 0:
        min = b*10
    else:
        min = c*10 + b
    if (max - min) == 30:
        count += 1
print(count)
```

## Решение задачи с помощью программы (язык Паскаль)

Uses math;

```
var count, N, i, a, b, c, m1, m2, m3, maxN, minN: integer;
```

```
begin
```

```
  count := 0;
```

```
  for i := 100 to 200 do
```

```
    begin
```

```
      N := i;
```

```
      a := N mod 10;
```

```
      b := (N div 10) mod 10;
```

```
      c := (N div 10) div 10;
```

```
      m1 := max(max(a, b), c);
```

```
      m3 := min(min(a, b), c);
```

```
      m2 := a + b + c - m1 - m3;
```

```
        maxN := m1*10 + m2;
```

```
        if (m3 = 0) and (m2 = 0) then
```

```
          minN := m1*10
```

```
        else if m3 = 0 then
```

```
          minN := m2*10
```

```
        else
```

```
          minN := m3*10 + m2;
```

```
        if (maxN - minN) = 30 then
```

```
          count := count + 1;
```

```
    end;
```

```
  writeln (count)
```

```
end.
```

## Самостоятельно

№1. Автомат обрабатывает трёхзначное натуральное число  $N$  по следующему алгоритму.

1. Из цифр, образующих десятичную запись  $N$ , строятся наибольшее и наименьшее возможные двузначные числа (числа не могут начинаться с нуля).

2. На экран выводится разность полученных двузначных чисел.

Пример. Дано число  $N = 351$ . Алгоритм работает следующим образом.

1. Наибольшее двузначное число из заданных цифр – 53, наименьшее – 13.

2. На экран выводится разность  $53 - 13 = 40$ .

Чему равно количество трёхзначных чисел  $N$ , в результате обработки которых на экране автомата появится число 35?

Ответ: 4

Решение: сперва рассмотрим только числа вида  $abc$  ( $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ ),  $a \geq b \geq c$ . Остальные числа можно получить перестановкой цифр  $a, b, c$ .

Наибольшее число будет равно  $ab$  ( $a \cdot 10 + b$ ), а вот наименьшее – либо  $cb$  (если  $c \neq 0$ ), либо  $b0$  (если  $c = 0$ ), либо  $a0$  (если  $b$  и  $c$  равны 0).

По условию разность наибольшего и наименьшего чисел равна 35. Тогда наименьшее число не может быть равно  $cb$ :  $ab - cb$  даёт на конце ноль. Вариант  $a0$  также не подходит: он возникает лишь в случае, когда  $b$  и  $c$  равны нулю, т.е.

наибольшее число  $ab$  равно  $a0$  и наименьшее число равно  $a0$ , значит, разность будет равна 0. Единственный вариант, который подходит – это  $b0$ .

Наибольшее число:  $ab$  ( $a \cdot 10 + b$ )

Наименьшее число:  $b0$  ( $b \cdot 10 + 0$ )

Их разность равна 35

$$(a \cdot 10 + b) - (b \cdot 10 + 0) = 35$$

$$(a - b) \cdot 10 + b = 35$$

$$(a - b) \cdot 10 + b = 3 \cdot 10 + 5$$

Получаем, что  **$b = 5$**

Т.к.  $a - b = 3$ , то  **$a = 8$**

**$c = 0$** , т.к. в качестве наименьшего числа использовалось  $b0$ .

0 в начале числа стоять не может, поэтому получаем только следующие комбинации:

850, 805, 580, 508

Всего 4 числа.



## Самостоятельно

Автомат обрабатывает трёхзначное натуральное число  $N$  по следующему алгоритму.

1. Из цифр, образующих десятичную запись  $N$ , строятся наибольшее и наименьшее возможные двузначные числа (числа не могут начинаться с нуля).
2. На экран выводится разность полученных двузначных чисел.

Пример. Дано число  $N = 351$ . Алгоритм работает следующим образом.

1. Наибольшее двузначное число из заданных цифр – 53, наименьшее – 13.
2. На экран выводится разность  $53 - 13 = 40$ .

Чему равно **наибольшее возможное трёхзначное число  $N$** , в результате обработки которого на экране автомата появится число 50?

Ответ: 994