

КОСИНУСОИДА

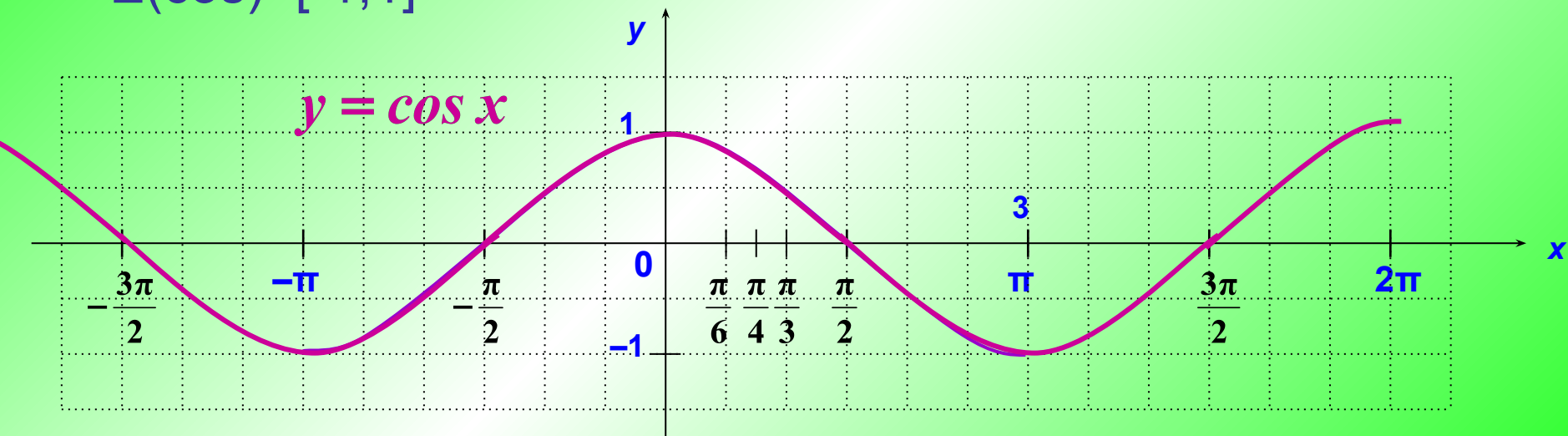
Задание № 9

Построение графика функции $y = \cos x$

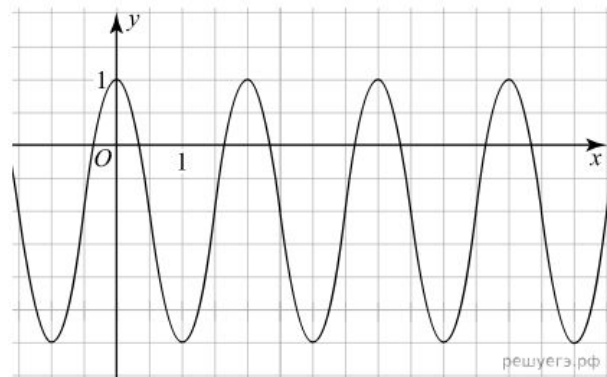
Функция $y = \cos x$ определена на всей числовой прямой, четная и периодическая с периодом 2π .

Её график можно построить на промежутке длиной 2π .

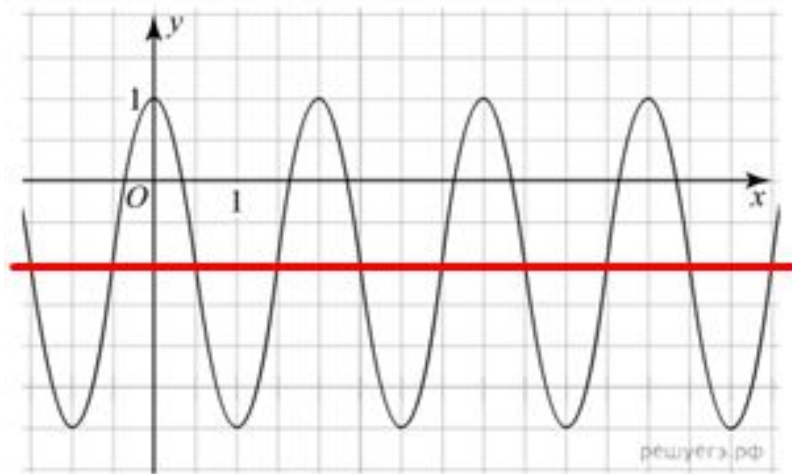
$$E(\cos) = [-1; 1]$$



На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos(b\pi x + c) + d$, где числа a , b , c и d — целые. Найдите $f\left(\frac{100}{3}\right)$.

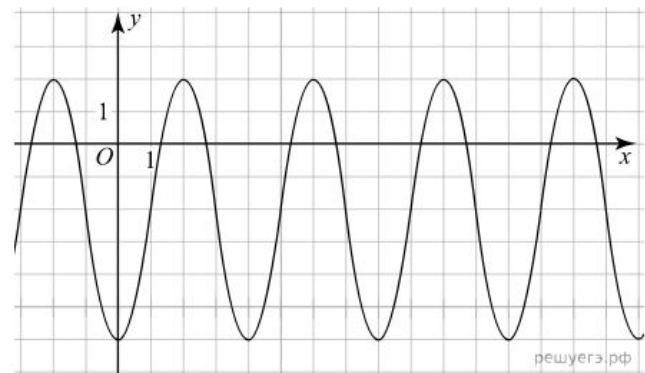


$f(x) = a \cos(b\pi x + c) + d$
 $f(x) = 2 \cos(b\pi x) - 1$
 Найдем наименьший положительный период $f(x)$
 $b\pi x \pm 2\pi = b\pi \left(x \pm \frac{2\pi}{b\pi}\right) = b\pi \left(x \pm \frac{2}{b}\right)$
 по графику он равен 2
 тогда $\pm \frac{2}{b} = 2 \Rightarrow b = \pm 1$
 $f(x) = 2 \cos(-\pi x) - 1 = 2 \cos(\pi x) - 1$
 имеем $f(x) = 2 \cos(\pi x) - 1$
 $f\left(\frac{100}{3}\right) = 2 \cos \frac{100\pi}{3} - 1 = 2 \cos \left(\frac{6\pi}{3} \cdot 16 + \frac{4\pi}{3}\right) - 1 =$
 $= 2 \cos \frac{4\pi}{3} - 1 = 2 \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = -1 - 1 = -2$
 Ответ! -2



На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$, где числа a , b , c и d — целые.

Найдите $f\left(-\frac{22}{3}\right)$.



$$f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$$

$$f(x) = -4 \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) - 2$$

$T = 4$ по графику, найдем T

$$\frac{\pi x}{6} \pm 2\pi = \frac{\pi}{6}\left(x \pm \frac{2\pi \cdot 6}{\pi}\right) = \frac{\pi}{6}(x \pm 26)$$

$$\pm 26 = 4 \Rightarrow \pm 6 = 2 \Rightarrow 6 = \pm 2$$

$$f(x) = -4 \cos\left(-\frac{\pi x}{2}\right) - 2 = -4 \cos\frac{\pi x}{2} - 2$$

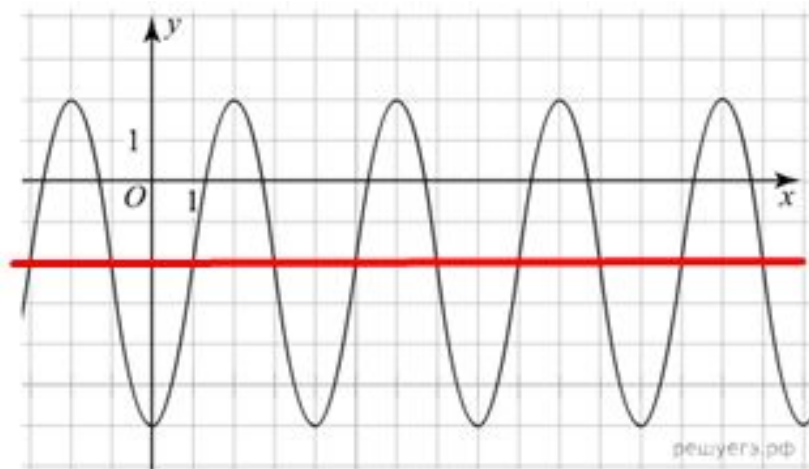
$$f(x) = -4 \cos\frac{\pi x}{2} - 2$$

$$f\left(\frac{22}{3}\right) = f\left(-\frac{22}{3}\right) = -4 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{22}{3}\right) - 2 = -4 \cos\frac{11\pi}{3} - 2 =$$

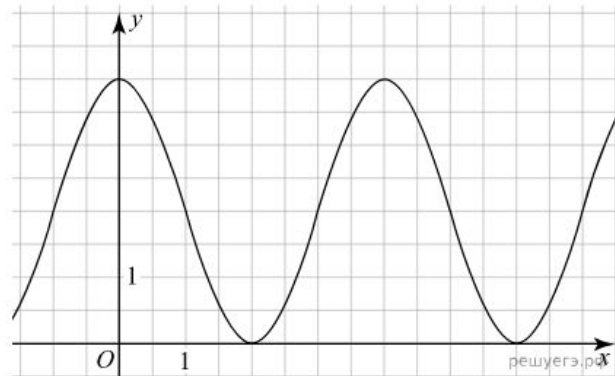
$$= -4 \cos\left(\frac{12\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) - 2 = -4 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 2 =$$

$$= -4 \cos\frac{\pi}{3} - 2 = -4 \cdot \frac{1}{2} - 2 = -2 - 2 = -4$$

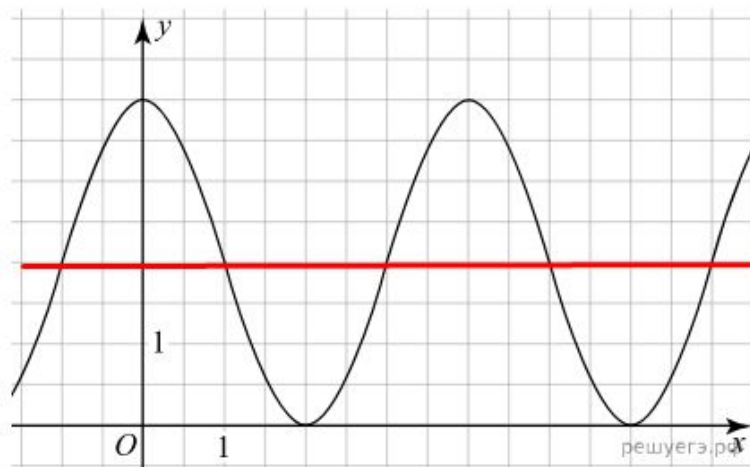
Ответ! -4



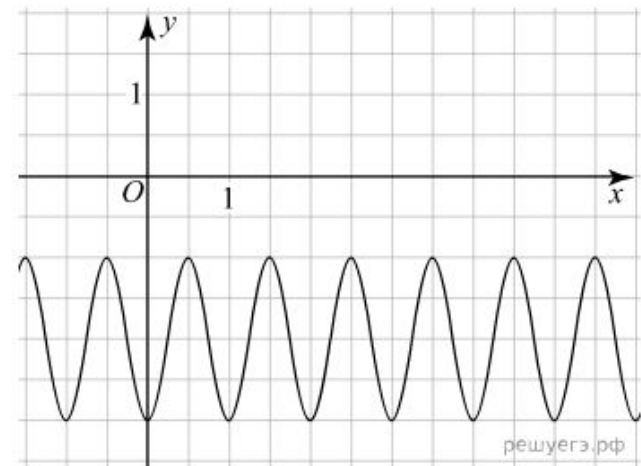
На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$, где числа a , b , c и d — целые. Найдите $f\left(f\left(\frac{14}{3}\right)\right)$.



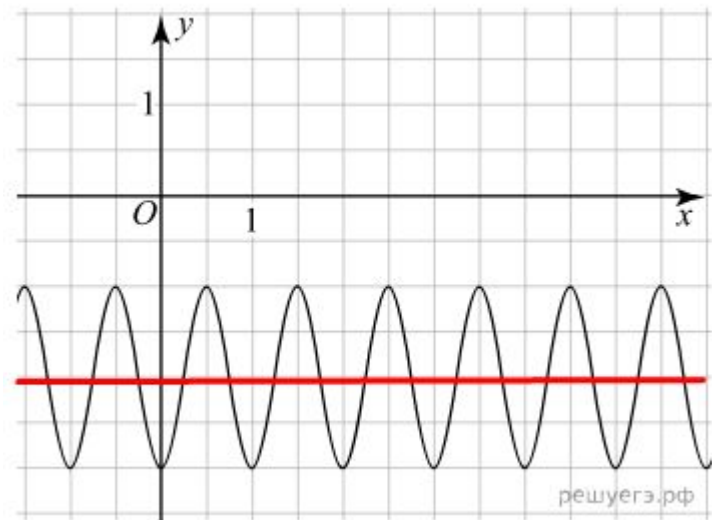
$f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$
 $f(x) = 2 \cos \frac{\pi x}{b} + 2$
 наим. + период по оси абсцисс 4,
 наим. по оси ординат
 $\frac{\pi x}{b} + 2\pi = \frac{\pi}{b}\left(x + \frac{2b}{b}\right)$
 $\frac{2}{b} = 4 \Rightarrow b = \pm 2$
 $f(x) = 2 \cos\left(-\frac{\pi x}{2}\right) + 2 = 2 \cos \frac{\pi x}{2} + 2$
 $f(x) = 2 \cos \frac{\pi x}{2} + 2$
 $f\left(\frac{14}{3}\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{14}{3}\right) + 2 = 2 \cos \frac{7\pi}{3} + 2 =$
 $= 2 \cos\left(\frac{6\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) + 2 = 2 \cos \frac{\pi}{3} + 2 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 = 3$
 $f\left(f\left(\frac{14}{3}\right)\right) = f(3) = 2 \cos \frac{\pi \cdot 3}{2} + 2 =$
 $= 2 \cos \frac{3\pi}{2} + 2 = 0 + 2 = 2$
 Ответ! 2.



На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos(b\pi x + c) + d$, где числа a , b , c и d — целые. Найдите $f\left(\frac{41}{6}\right)$.



$$\begin{aligned}
 f(x) &= a \cos(b\pi x + c) + d \\
 f(x) &= -\cos(6\pi x) - 2 \\
 \text{наши } + \text{ период по графику } 1, \\
 \text{найдем по формуле} \\
 6\pi x \pm 2\pi &= 6\pi \left(x \pm \frac{2}{6}\right) \\
 \pm \frac{2}{6} &= 1 \Rightarrow 6 = \pm 2 \\
 f(x) &= -\cos(-2\pi x) - 2 = -\cos(2\pi x) - 2 \\
 f(x) &= -\cos(2\pi x) - 2 \\
 f\left(\frac{41}{6}\right) &= -\cos\left(2\pi \cdot \frac{41}{6}\right) - 2 = \\
 &= -\cos \frac{41\pi}{3} - 2 = -\cos\left(\frac{42\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) - 2 = \\
 &= -\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 2 = -\cos \frac{\pi}{3} - 2 = \\
 &= -\frac{1}{2} - 2 = -2,5 \\
 \text{Ответ! } & -2,5
 \end{aligned}$$



На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos(b\pi x + c) + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите $f\left(-\frac{100}{3}\right)$.

$$f(x) = a \cos(b\pi x + c) + d$$

$$f(x) = -3 \cos(6\pi x) - 2$$

наши + период по картинке 1,
нейтрес по средине

$$6\pi x \pm 2\pi = 6\pi \left(x \pm \frac{2}{6}\right)$$

$$\pm \frac{2}{6} = 1 \Rightarrow b = \pm 2$$

$$f(x) = -3 \cos(-2\pi x) - 2 = -3 \cos(2\pi x) - 2$$

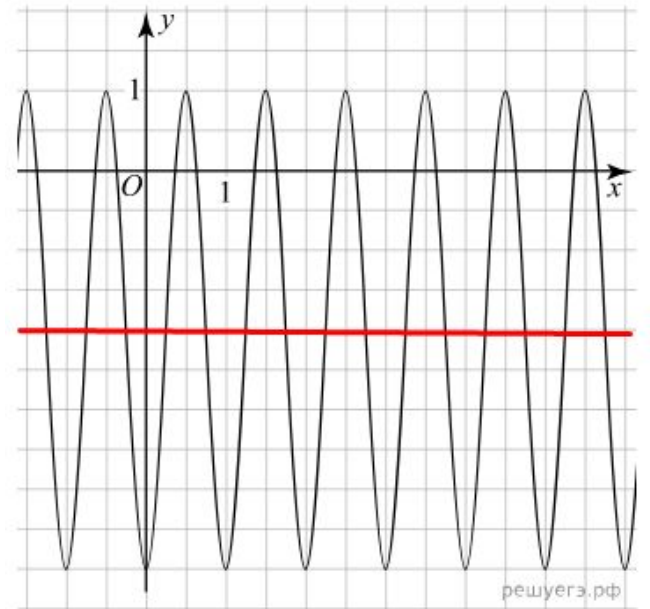
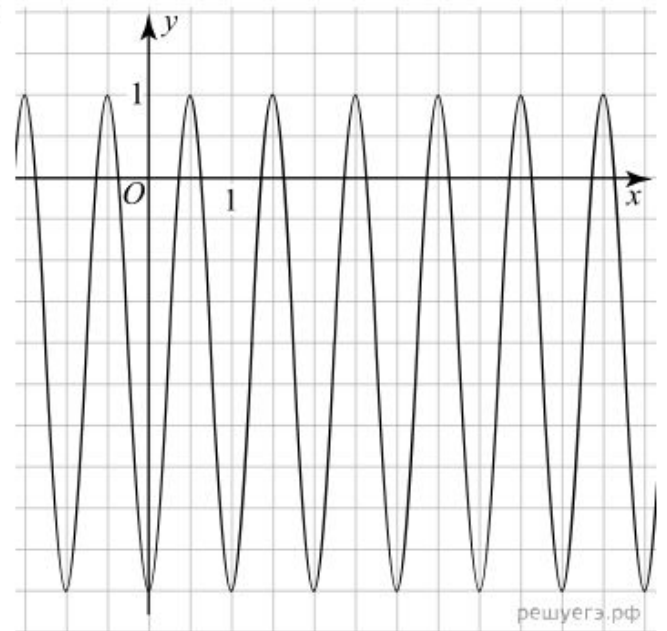
$$f(x) = -3 \cos(2\pi x) - 2$$

$$f\left(-\frac{100}{3}\right) = f\left(\frac{100}{3}\right) = -3 \cos\left(2\pi \cdot \frac{100}{3}\right) - 2 =$$

$$= -3 \cos \frac{200\pi}{3} - 2 = -3 \cos\left(33 \cdot \frac{6\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) - 2$$

$$= -3 \cos \frac{2\pi}{3} - 2 = -3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = 1,5 - 2 = -0,5$$

Ответ! -0,5



На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos(b\pi x + c) + d$, где числа a , b , c и d — целые. Найдите $f\left(-\frac{100}{3}\right)$.

Решение.

По графику $f_{\max} = 1$, $f_{\min} = -5$, тогда $d = \frac{f_{\max} + f_{\min}}{2} = \frac{1 - 5}{2} = -2$, и $|a| = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{2} = \frac{1 - (-5)}{2} = 3$.

По графику $f(0) = -5$, тогда, если $a = 3$, то

$3 \cos c - 2 = -5 \Leftrightarrow \cos c = -1$ — не имеет целочисленных решений,

если $a = -3$, то

$$-3 \cos c - 2 = -5 \Leftrightarrow \cos c = 1 \Leftrightarrow c = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow c = 0.$$

Значит, $a = -3$ и $c = 0$.

Найдём наименьший положительный период функции $f(x) = -3 \cos(b\pi x) - 2$:

$$-3 \cos(b\pi x) - 2 = -3 \cos(b\pi x \pm 2\pi) - 2 = -3 \cos\left(b\pi \left(x \pm \frac{2}{b}\right)\right) - 2.$$

Наименьший положительный период функции $f(x)$ равен $\pm \frac{2}{b}$, а по графику наименьший положительный период равен 1, тогда $b = \pm 2$.

Таким образом, $f(x) = -3 \cos(-2\pi x) - 2 = -3 \cos(2\pi x) - 2$. Найдём $f\left(-\frac{100}{3}\right)$.

$$f\left(-\frac{100}{3}\right) = f\left(\frac{100}{3}\right) = -3 \cos \frac{200\pi}{3} - 2 = -3 \cos \frac{2\pi}{3} - 2 = -0,5.$$

