



***ТЕМА УРОКА:***

**«Плоская система  
сходящихся сил.  
Определение  
равнодействующей  
геометрическим способом»**

## Плоская система сходящихся сил

- Система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке, называется сходящейся (рис. 2.1).
- Необходимо определить равнодействующую системы сходящихся сил ( $F_1; F_2; F_3; \dots; F_n$ ),  $n$  — число сил, входящих в систему.
- По следствию из аксиом статики, все силы системы можно переместить вдоль линии действия, и все силы окажутся приложенными в одной точке.

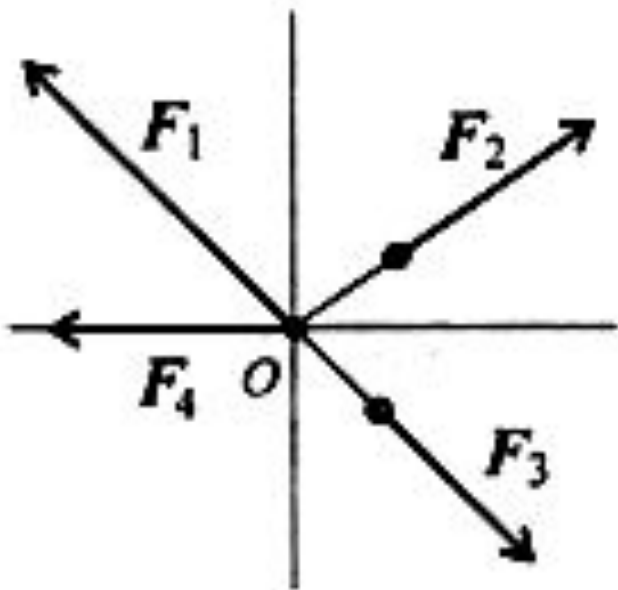
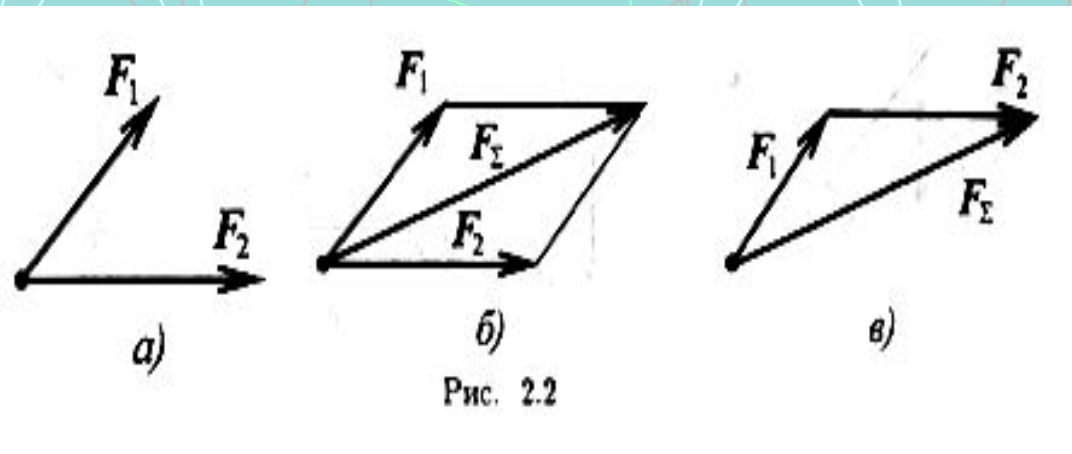


Рис. 2.1

## Равнодействующая сходящихся сил.

- Равнодействующую двух пересекающихся сил можно определить с помощью параллелограмма или треугольника сил (4-я аксиома) (рис. 2.2).



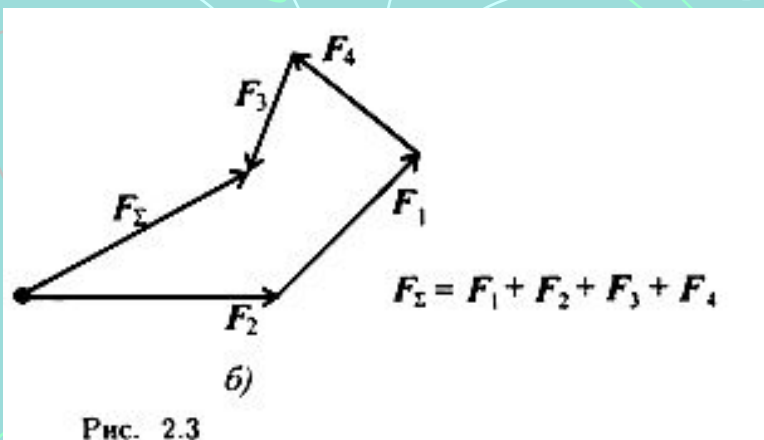
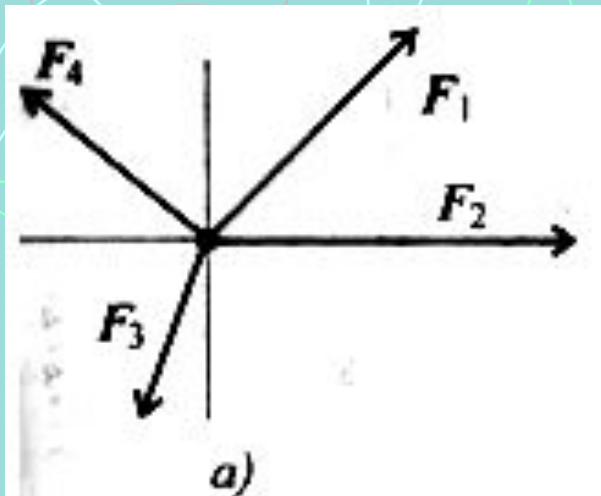


Рис. 2.3

- Используя свойства векторной суммы сил, можно получить равнодействующую любой сходящейся системы сил, складывая последовательно силы, входящие в систему. Образуется многоугольник сил (рис. 2.3). Вектор равнодействующей силы соединит начало первого вектора с концом последнего.
- При графическом способе определения равнодействующей векторы сил можно вычерчивать в любом порядке, результат (величина и направление равнодействующей) при этом не изменится.

Вектор равнодействующей направлен *навстречу* векторам сил слагаемых. **Такой способ получения равнодействующей называют геометрическим.**


**Замечание.** При вычерчивании многоугольника обращать внимание на параллельность сторон многоугольника соответствующем векторам сил.




## Порядок построения многоугольника

**сил:**

- Вычертить векторы сил заданной системы в некотором масштабе один за другим так, чтобы конец предыдущего вектора совпадал с началом последующего.
- Вектор равнодействующей замыкает полученную ломаную линию; он соединяет начало первого вектора с концом последнего и направлен ему навстречу.
- При изменении порядка вычерчивания векторов в многоугольнике меняется вид фигуры. *На результат порядок вычерчивания не влияет.*

- 
- **Условие равновесия плоской системы сходящихся сил.** При равновесии системы сил равнодействующая должна быть равна нулю, следовательно, при геометрическом построении конец последнего вектора должен совпасть с началом первого.
  - **Если плоская система сходящихся сил находится в равновесии, многоугольник сил этой системы должен быть замкнут.**
  - **Если в системе три силы, образуется треугольник сил.**

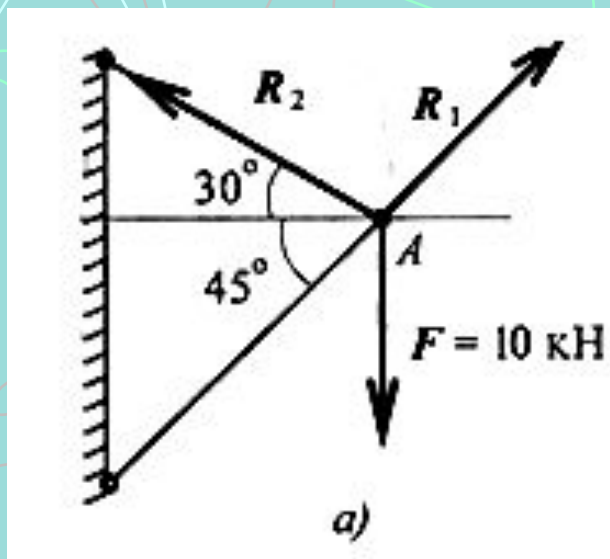


# Решение задач на равновесие геометрическим способом

- *Порядок решения задач:*
- Определить возможное направление реакций связей.
- Вычертить многоугольник сил системы, начиная с известных сил в некотором масштабе. (Многоугольник должен быть замкнут, все векторы-слагаемые направлены в одну сторону по обходу контура.)
- Измерить полученные векторы сил и определить их величину, учитывая выбранный масштаб.
- Для уточнения решения рекомендуется определить величины, векторов (сторон многоугольника) с помощью геометрических зависимостей.

**Пример 1.** Груз подвешен на стержнях и находится в равновесии. Определить усилия в стержнях (рис. 2.5, а).

### **Решение**



- 1. Усилия, возникающие в стержнях крепления, по величине равны силам, с которыми стержни поддерживают груз (5-я аксиома статики) (рис. 2.5, а).
- Определяем возможные направления реакций связей «жесткие стержни».  
$$\gamma = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ$$
- Усилия направлены вдоль стержней.



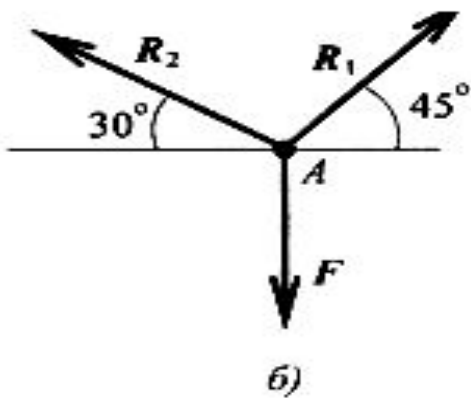


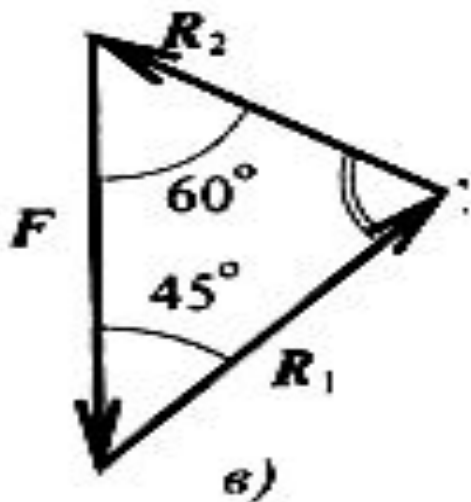
Рис. 2.5

2. Освободим точку  $A$  от связей, заменив действие связей их реакциями (рис. 2.5, б).

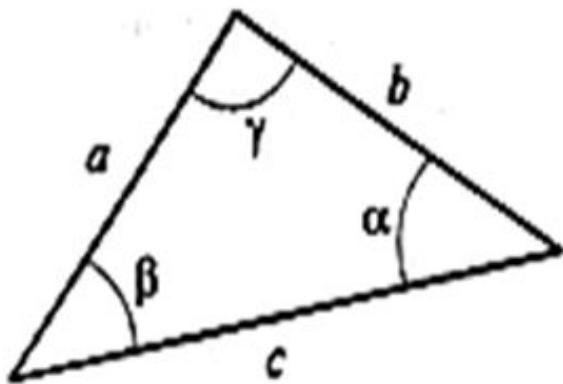
3. Система находится в равновесии. Построим треугольник сил. Построение начнем с известной силы, вычертив вектор  $F$  в некотором масштабе.

Из концов вектора  $F$  проводим линии, параллельные реакциям и  $R_1$  и  $R_2$ .

Пересекаясь, линии создадут треугольник (рис. 2.5, в). Зная масштаб построений и измерив длину сторон треугольника, можно определить величину реакций в стержнях.



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



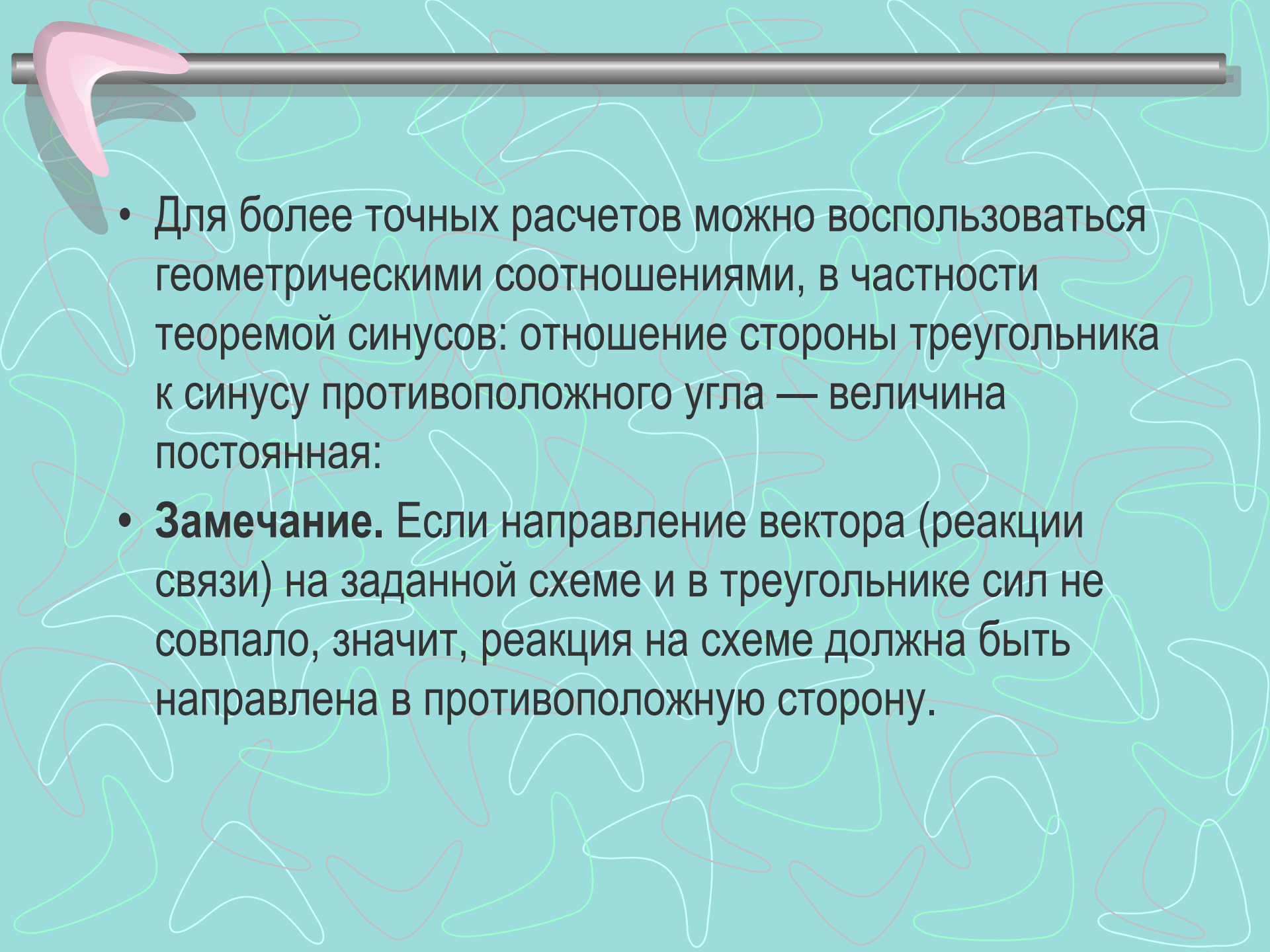
Для данного случая:

$$\frac{F}{\sin 75^\circ} = \frac{R_1}{\sin 60^\circ} = \frac{R_2}{\sin 45^\circ};$$

$$\frac{R_1}{\sin 60^\circ} = \frac{F}{\sin 75^\circ}; \quad R_1 = \frac{F \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ};$$

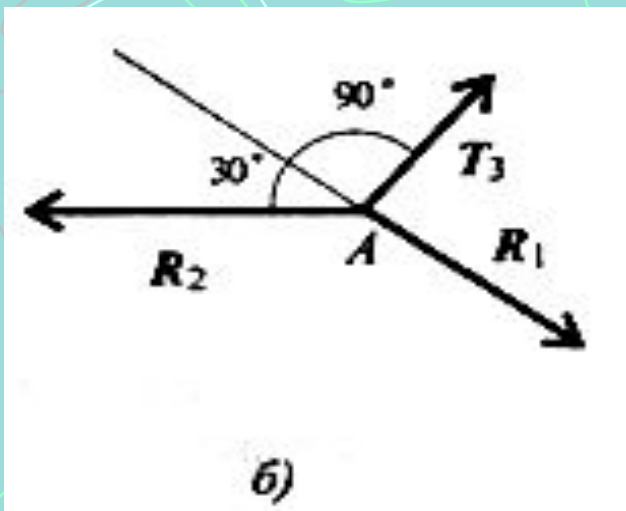
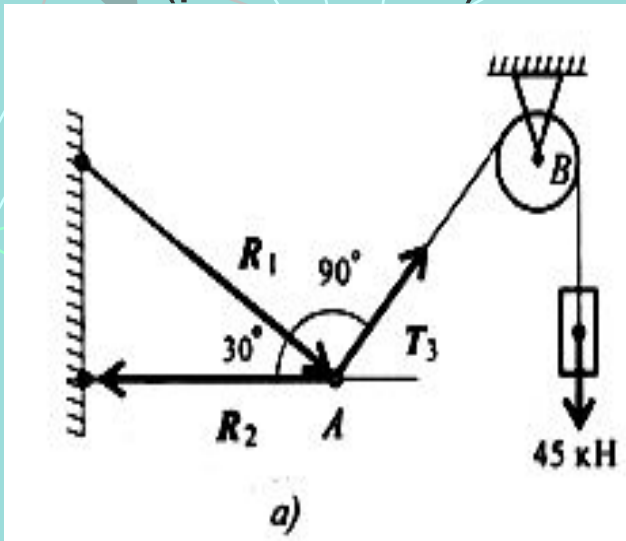
$$R_1 = \text{---} = \text{кН};$$

$$\frac{R_2}{\sin 45^\circ} = \frac{F}{\sin 75^\circ}; \quad R_2 = \frac{F \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ}; \quad R_2 = \text{---} = \text{кН}.$$

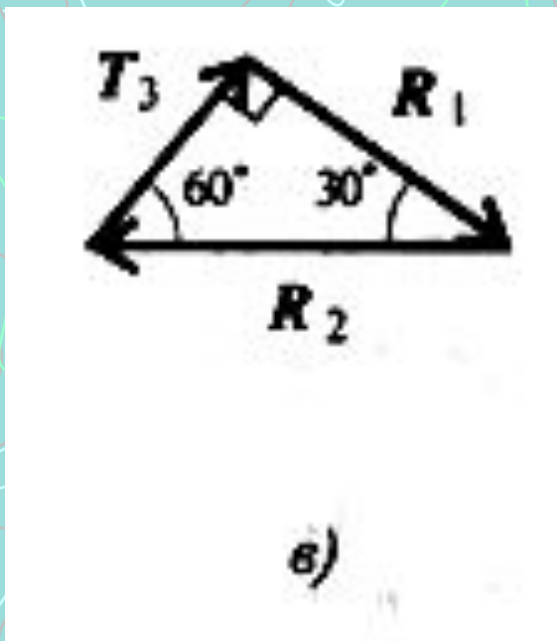
- 
- Для более точных расчетов можно воспользоваться геометрическими соотношениями, в частности теоремой синусов: отношение стороны треугольника к синусу противоположного угла — величина постоянная:
  - **Замечание.** Если направление вектора (реакции связи) на заданной схеме и в треугольнике сил не совпало, значит, реакция на схеме должна быть направлена в противоположную сторону.

**Пример 2.** Груз подвешен на стержнях и канатах и находится в равновесии. Определить усилия в стержнях (рис. 2.6, а).

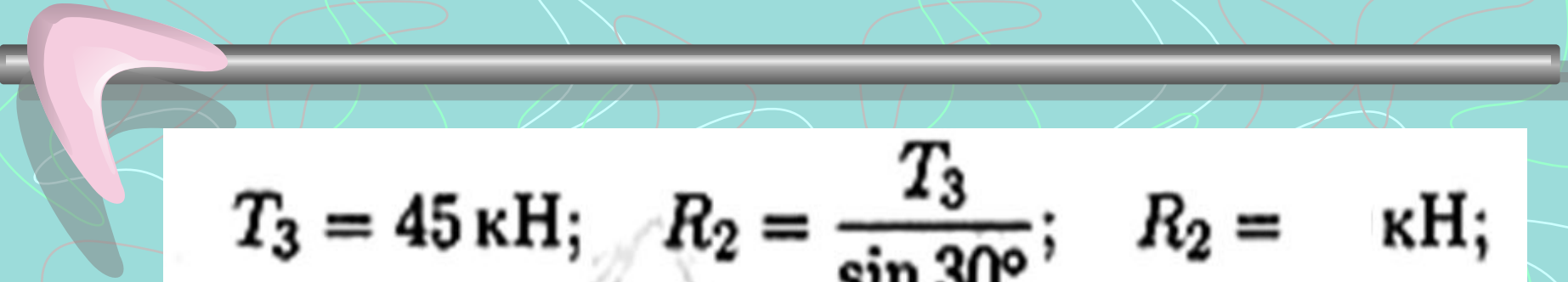
*Решение*



- 1. Нанесем на схему возможные направления усилий, приложенных в точке А. Реакции стержней — вдоль стержней, усилие от каната — вдоль каната от точки А к точке В.
- 2. Груз находится в равновесии, следовательно, в равновесии находится точка А, в которой пересекаются три силы. Освободим точку А от связей и рассмотрим ее равновесие (рис. 2.6, б).
- **Замечание.** Рассмотрим только силы, приложенные к точке А. Груз растягивает канат силой  $45 \text{ кН}$  по всей длине, поэтому усилие от каната известно:  $T_3 = 45 \text{ кН}$ .



- 3. Строим треугольник для сил, приложенных в точке  $A$ , начиная с известной силы  $T_3$ . Стороны треугольника параллельны предполагаемым направлениям сил, приложенных в точке  $A$ .
- Образовался прямоугольный треугольник (рис. 2.6, в).
- 4. Неизвестные реакции стержней можно определить из соотношений в прямоугольном треугольнике:


$$T_3 = 45 \text{ кН}; \quad R_2 = \frac{T_3}{\sin 30^\circ}; \quad R_2 = \quad \text{кН};$$
$$R_1 = R_2 \sin 60^\circ; \quad R_1 = \quad \cong \quad \text{кН}.$$

*Замечание.* При равновесии векторы сил в треугольнике направлены один за другим (обходим треугольник по часовой стрелке). Сравним направления сил в треугольнике с принятыми в начале расчета на рис. 2.6, а. Направления совпали, следовательно, направления реакций определены верно.