

8 клас Геометрія
Урок 33



Означення подібних трикутників

Більшість людей не отримують чогось, тому що бояться запитати...

Стів Джобс

21.01.2021

Мета:

- *Навчальна:* Сформулювати означення подібних трикутників
- *Розвиваюча:* розвивати вміння застосовувати набуті знання на практиці та вміння аналізувати завдання на основі отриманих знань;
- *Виховна:* виховувати охайність при оформленні конспекту;

Компетенції:

- математичні
- загально навчальні

Подібність в геометрії

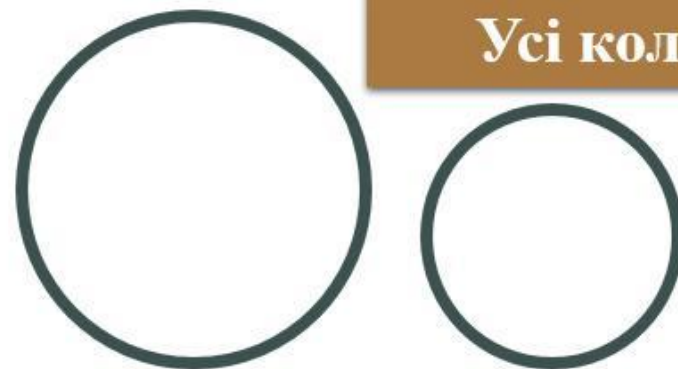
У геометрії фігури однакової форми називаються подібними



Усі квадрати

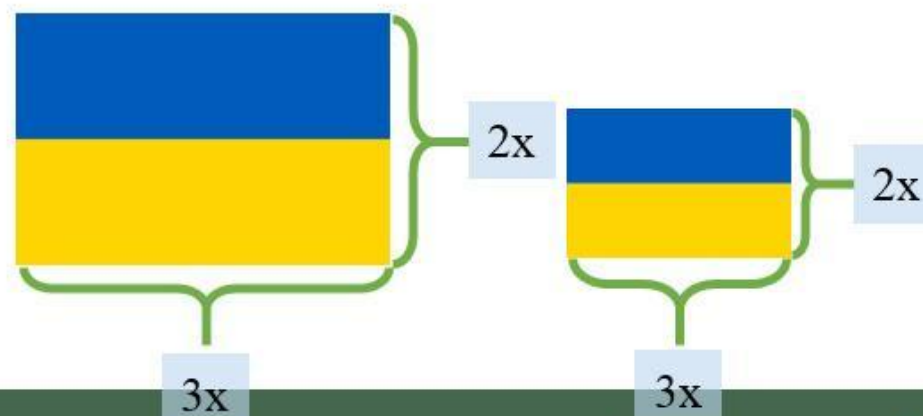


Усі півкруги



Усі кола

Усі зображення прапора України



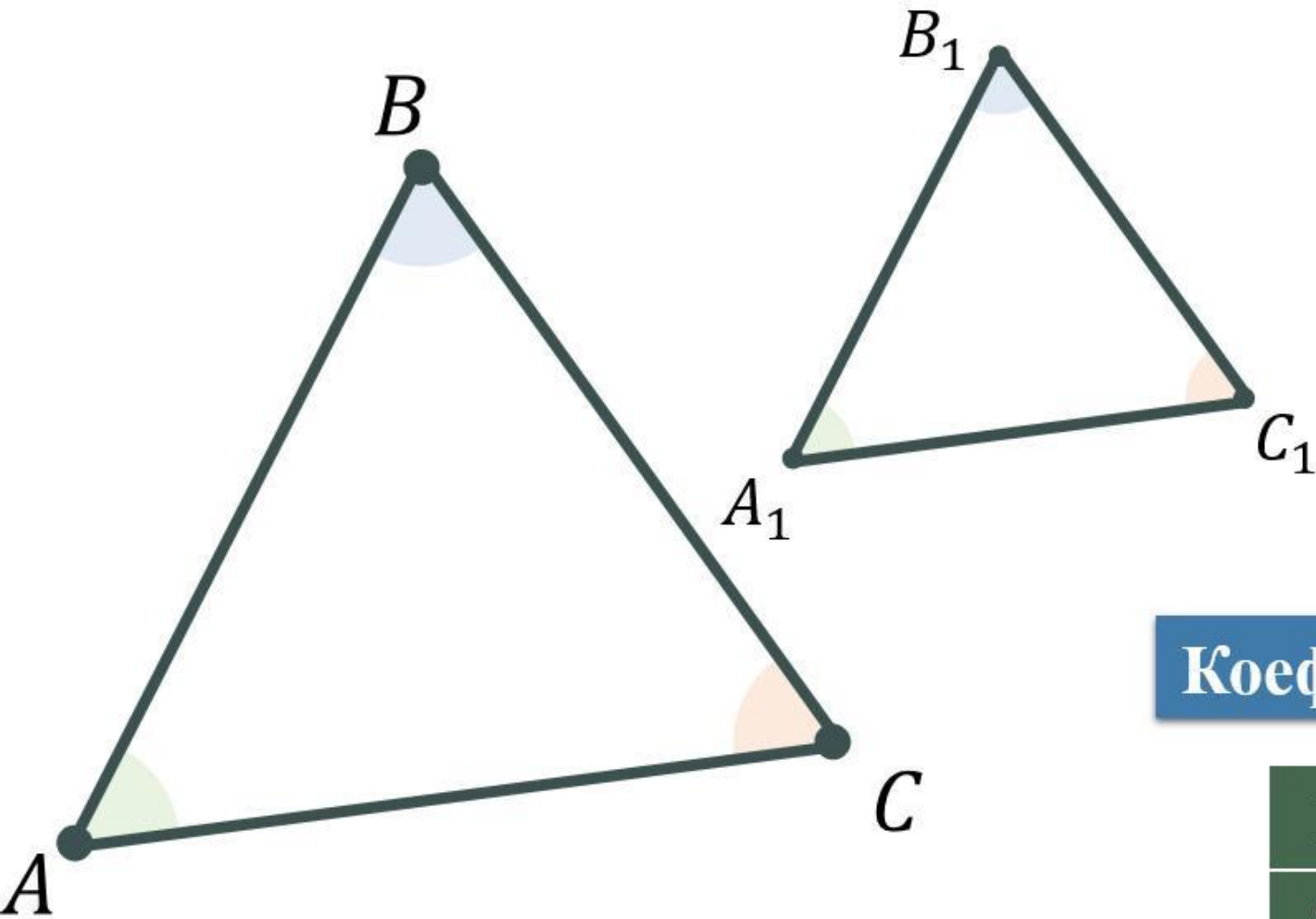
Усі відрізки



Усі кола

Наведіть приклади геометричних фігур, які завжди будуть подібними

Подібні трикутники



$$\Delta ABC \sim \Delta A_1 B_1 C_1$$

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$$

$$\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = k$$

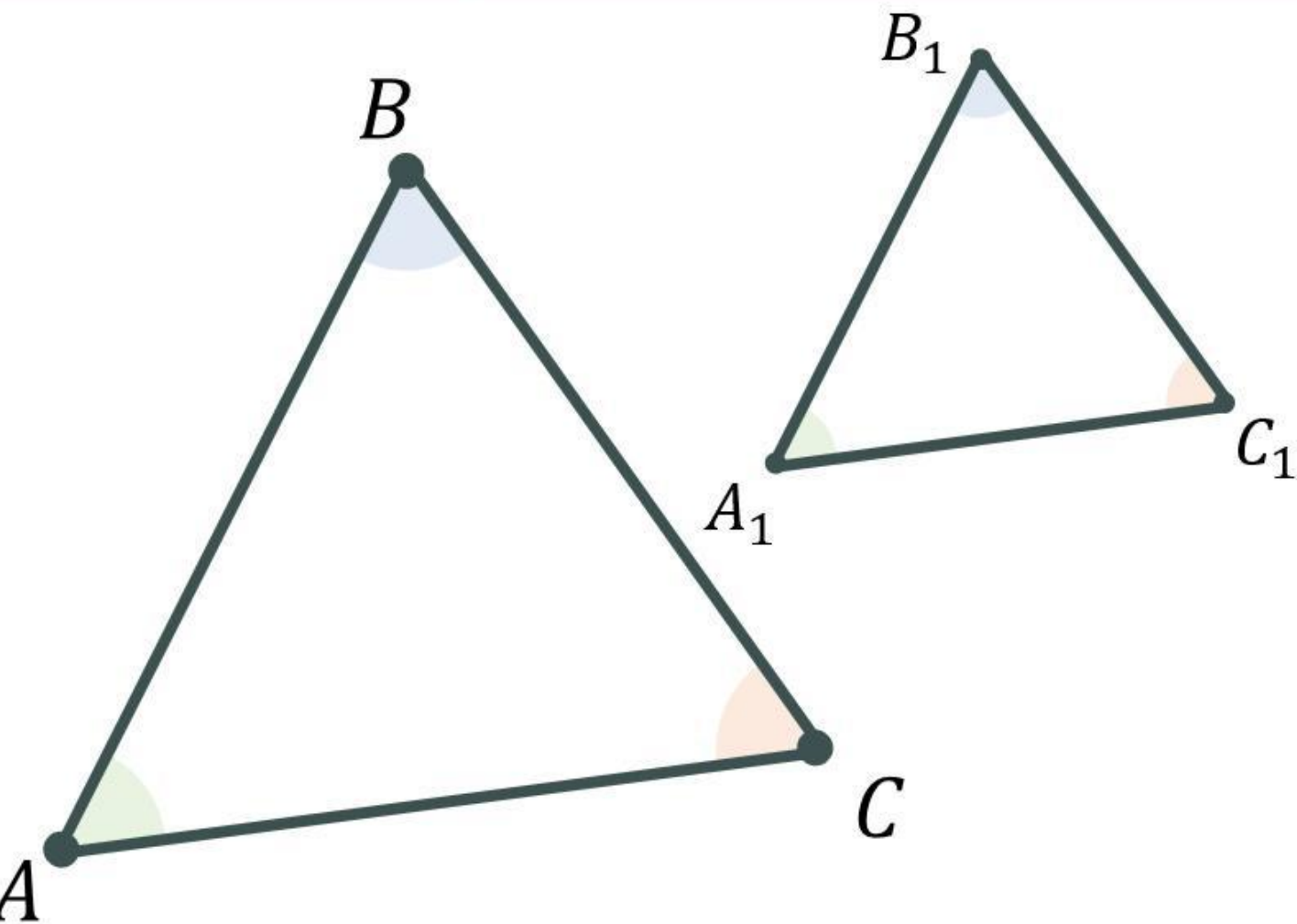
Коефіцієнт подібності

Назвіть інші відповідні сторони

Яким буде коефіцієнт подібності у двох рівних трикутників?

Сторони AB і $A_1 B_1$ лежать проти рівних кутів C і C_1 називаються відповідними

Подібні трикутники



$$\Delta ABC \sim \Delta A_1 B_1 C_1$$

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$$

$$\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = k$$

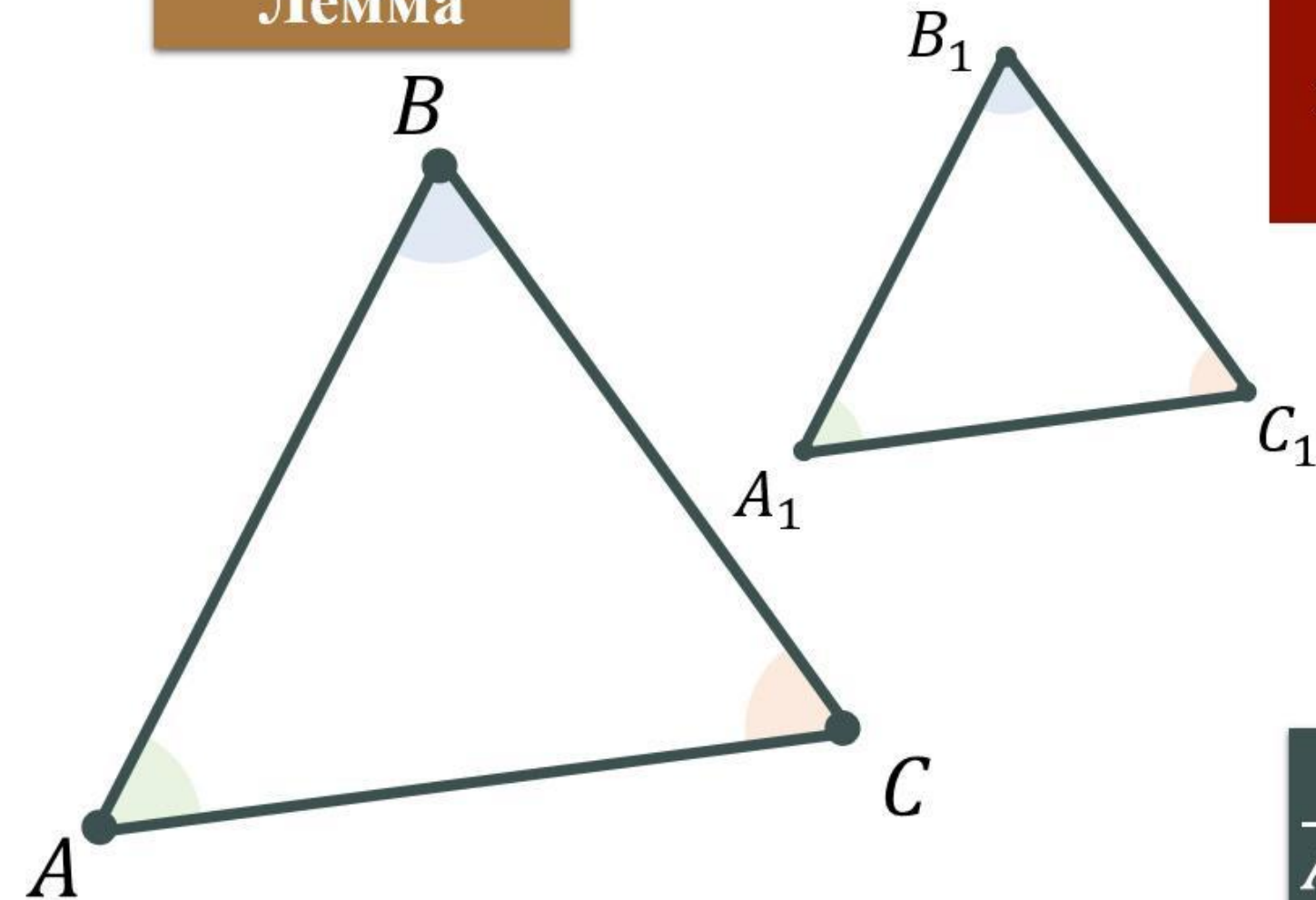
Коефіцієнт подібності

Два трикутники називаються подібними, якщо кути одного з них відповідно дорівнюють кутам іншого і відповідні сторони цих трикутників пропорційні

Означення подібних трикутників

Подібні трикутники

Лемма



Відношення периметрів
подібних трикутників дорівнює
коефіцієнту подібності

Дано:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k$$

Доведення:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

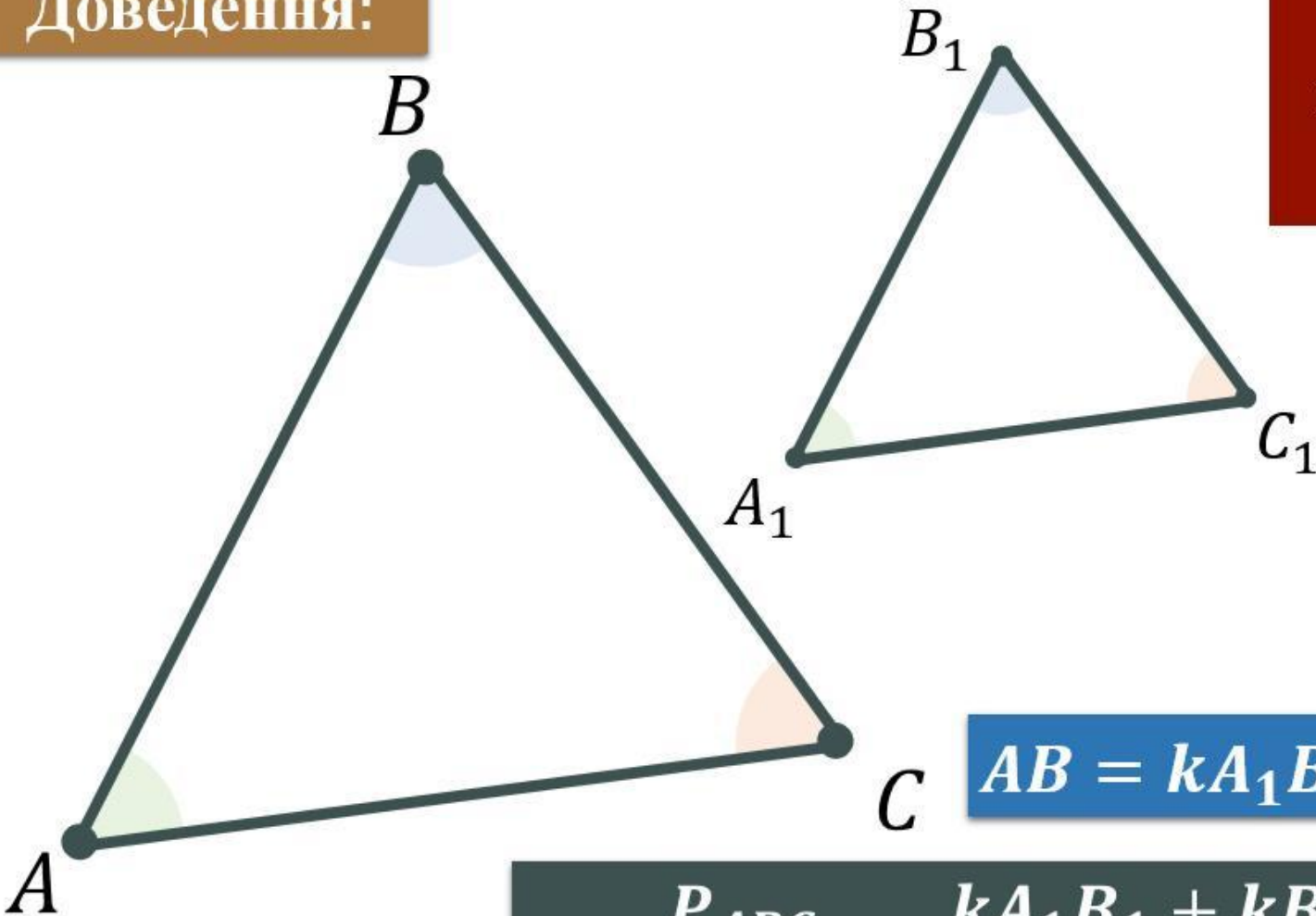
$$AB = kA_1B_1$$

$$BC = kB_1C_1$$

$$AC = kA_1C_1$$

Подібні трикутники

Доведення:



Відношення периметрів
подібних трикутників дорівнює
коефіцієнту подібності

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1 B_1 C_1$$

$$\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = k$$

$$AB = kA_1 B_1$$

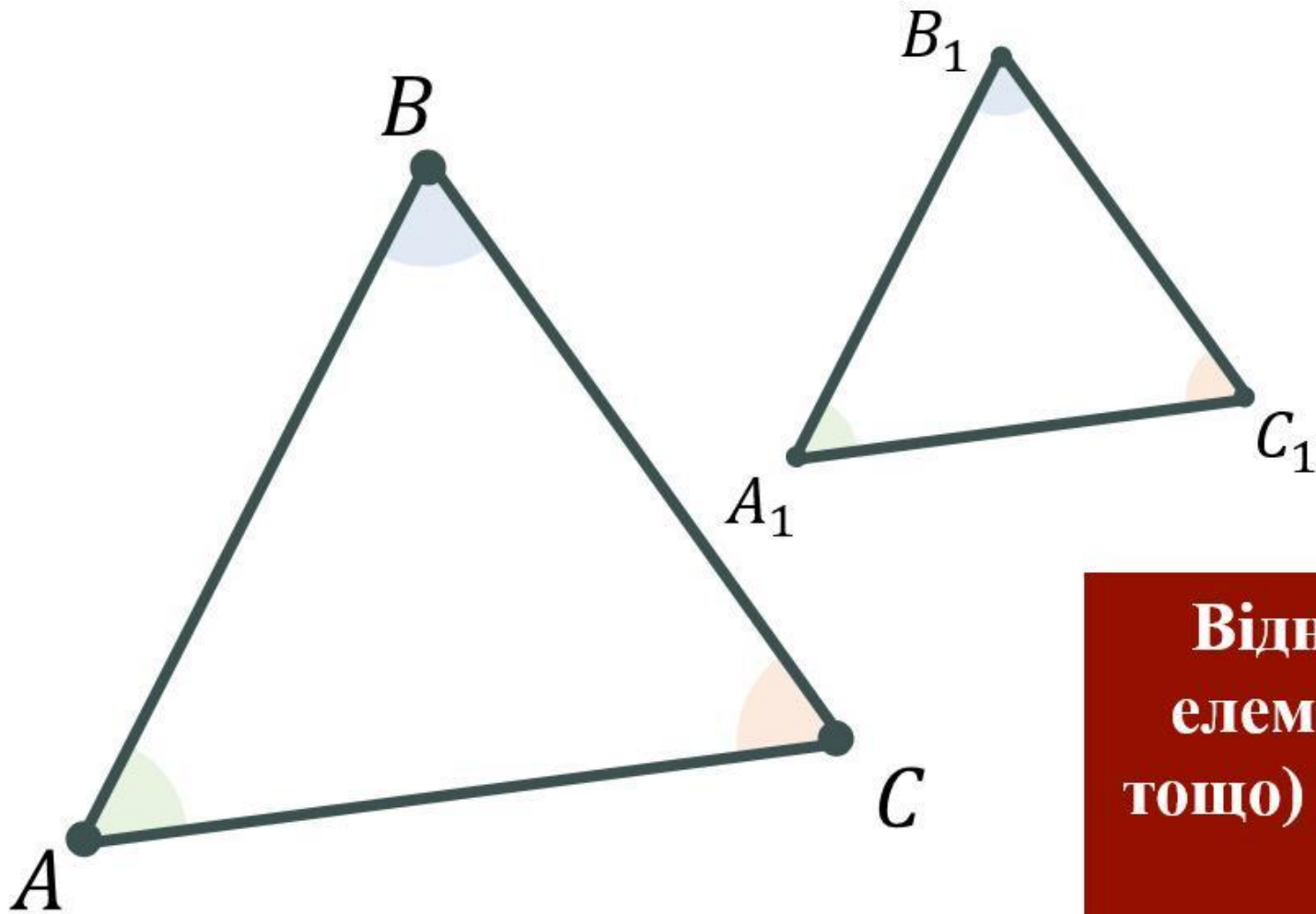
$$BC = kB_1 C_1$$

$$AC = kA_1 C_1$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{A_1 B_1 C_1}} = \frac{kA_1 B_1 + kB_1 C_1 + kA_1 C_1}{A_1 B_1 + B_1 C_1 + A_1 C_1} = \frac{kP_{A_1 B_1 C_1}}{P_{A_1 B_1 C_1}} = k$$

Доведено

Подібні трикутники



Відношення відповідних лінійних елементів (медіан, бісектрис, висот тощо) подібних трикутників дорівнює коефіцієнту подібності

Чи будуть відношення відповідних лінійних елементів (медіана, бісектриса, висота тощо) подібних трикутників також подібні?

Варто пам'ятати

Щоб скласти відношення відповідних сторін подібних трикутників:

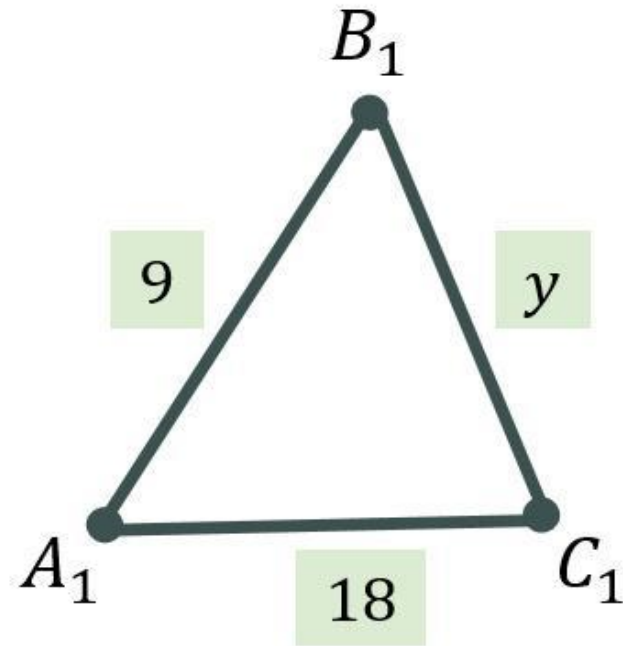
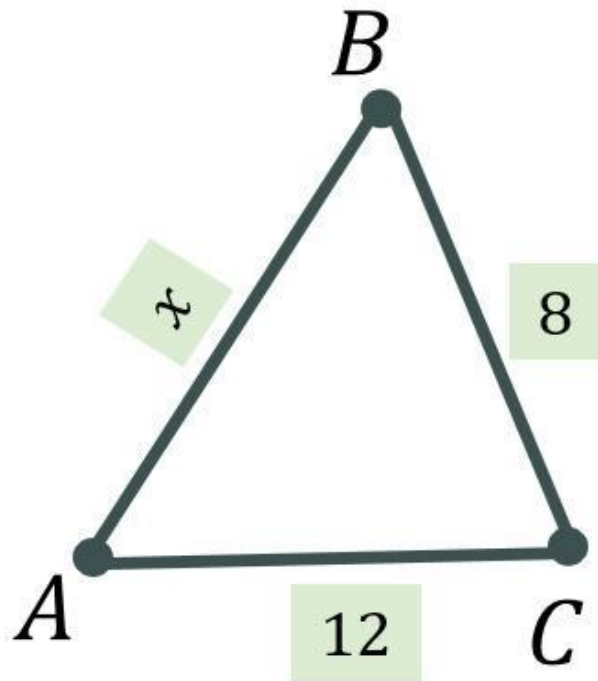
1) Визначте відповідно рівні кути трикутників

2) З'ясуйте, які їх сторони є відповідними

3) Запишіть рівність трьох дробів, у чисельниках яких – сторони одного з трикутників, а в знаменниках – відповідні сторони іншого

Розв'язуємо гуртом

№ 1

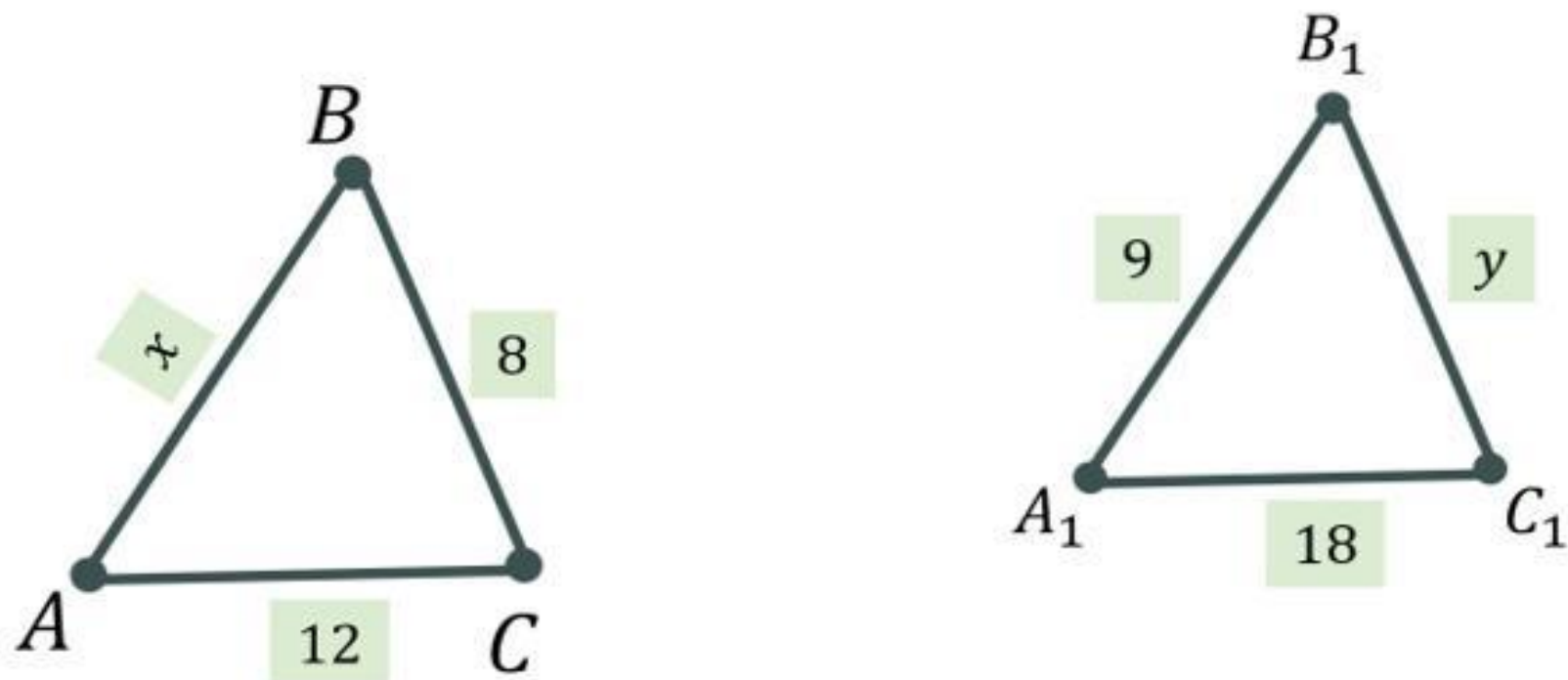


$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

За даними рисунка знайдіть x і y

№ 1

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. За даними рисунка знайдіть x і y .



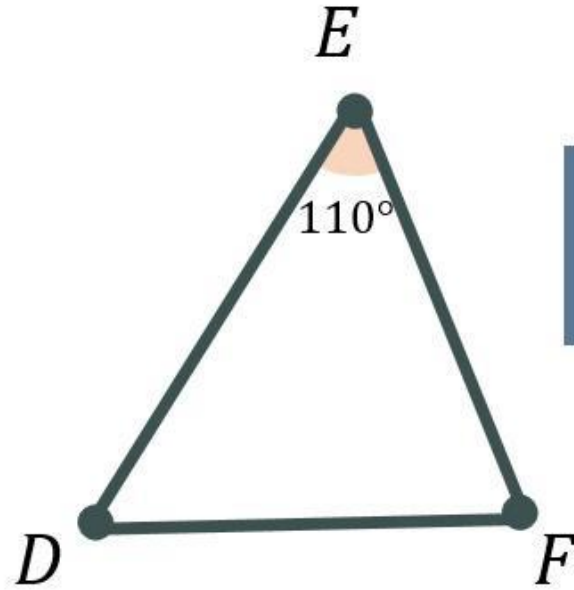
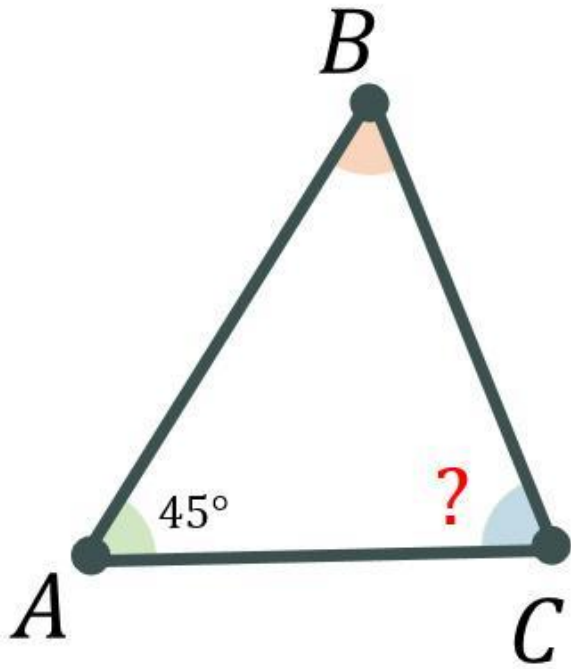
Розв'язок:

$$\frac{x}{9} = \frac{8}{y} = \frac{12}{18} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{9} = \frac{12}{18} \Rightarrow x = \frac{9 \cdot 12}{18} = 6 \\ \frac{8}{y} = \frac{12}{18} \Rightarrow y = \frac{8 \cdot 18}{12} = 12 \end{cases}$$

Відповідь: $x = 6, y = 12$

Розв'язуємо гуртом

№ 2



Відомо, що $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Знайти: кут C , якщо

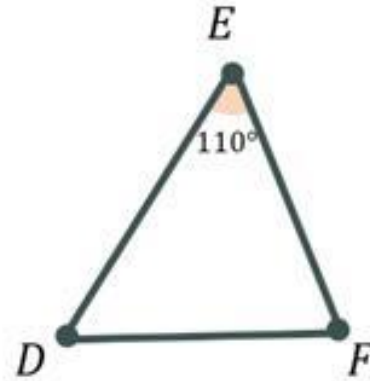
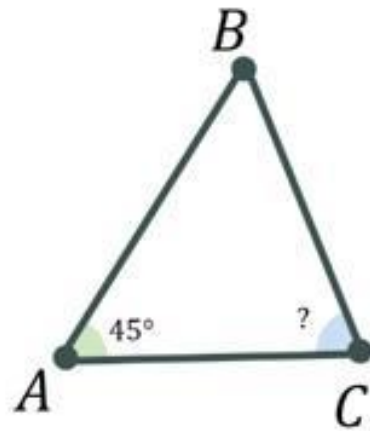
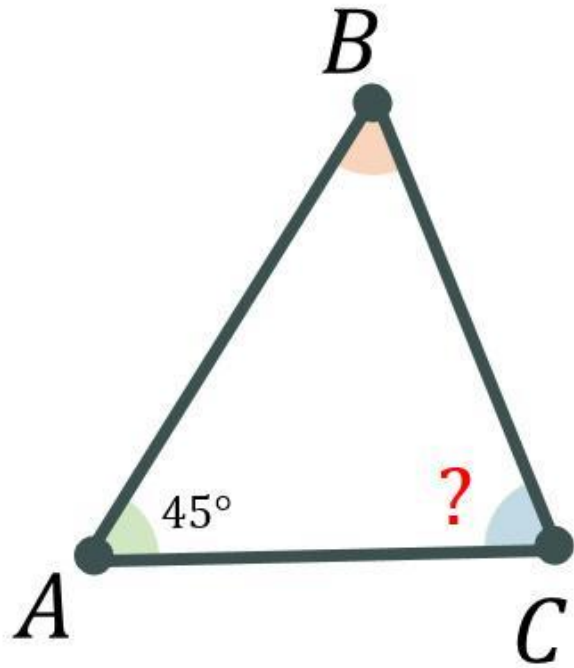
$$\angle A = 45^\circ, \angle E = 110^\circ.$$

Розв'язуємо гуртом

№ 2

№ 2

Відомо, що $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



a) кут C, якщо $\angle A = 45^\circ$, $\angle E = 110^\circ$;

Розв'язок:

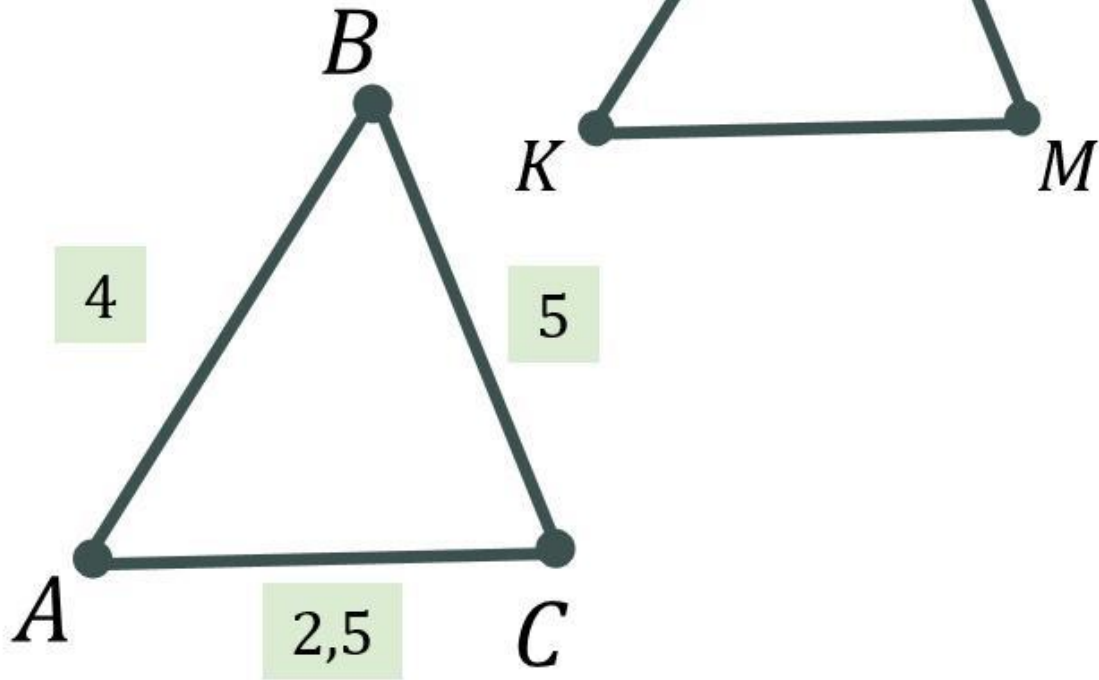
Так як $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, то:

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle D \\ \angle B = \angle E \\ \angle C = \angle F \end{array} \right| \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \angle D = 45^\circ \\ \angle B = 110^\circ \\ \angle C = 180^\circ - (110^\circ + 45^\circ) = 25^\circ \end{array} \right.$$

Відповідь: $\angle C = 25^\circ$

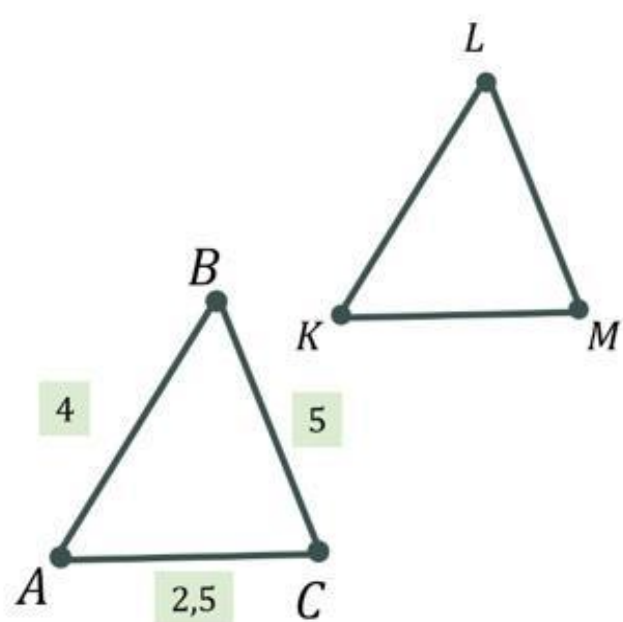
Розв'язуємо гуртом

№ 3



Сторони трикутника дорівнюють 2,5 см, 4 см і 5 см. Знайдіть сторони трикутника, подібного даному, якщо:

його периметр дорівнює 46 см.



а) його периметр дорівнює 46 см;

Дано:

$$\Delta ABC \sim \Delta KLM$$

$$AB = 4 \text{ см}$$

$$BC = 5 \text{ см}$$

$$AC = 2,5 \text{ см}$$

$$P_{\Delta KLM} = 46 \text{ см}$$

Знайти:

$$KL - ?$$

$$KM - ?$$

$$LM - ?$$

Розв'язок:

Так як $\Delta ABC \sim \Delta KLM$, то:

$$\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta KLM}} = k \text{ і } \frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM} = \frac{AC}{KM} = k$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = 4 + 5 + 2,5 = 11,5 \text{ см} \\ P_{\Delta KLM} = 46 \text{ см} \end{array} \right| \Rightarrow k = \frac{11,5}{46}$$

Отже:

$$\frac{AB}{KL} = k \Rightarrow \frac{4}{KL} = \frac{11,5}{46} \Rightarrow KL = \frac{4 \cdot 46}{11,5} = 16 \text{ см}$$

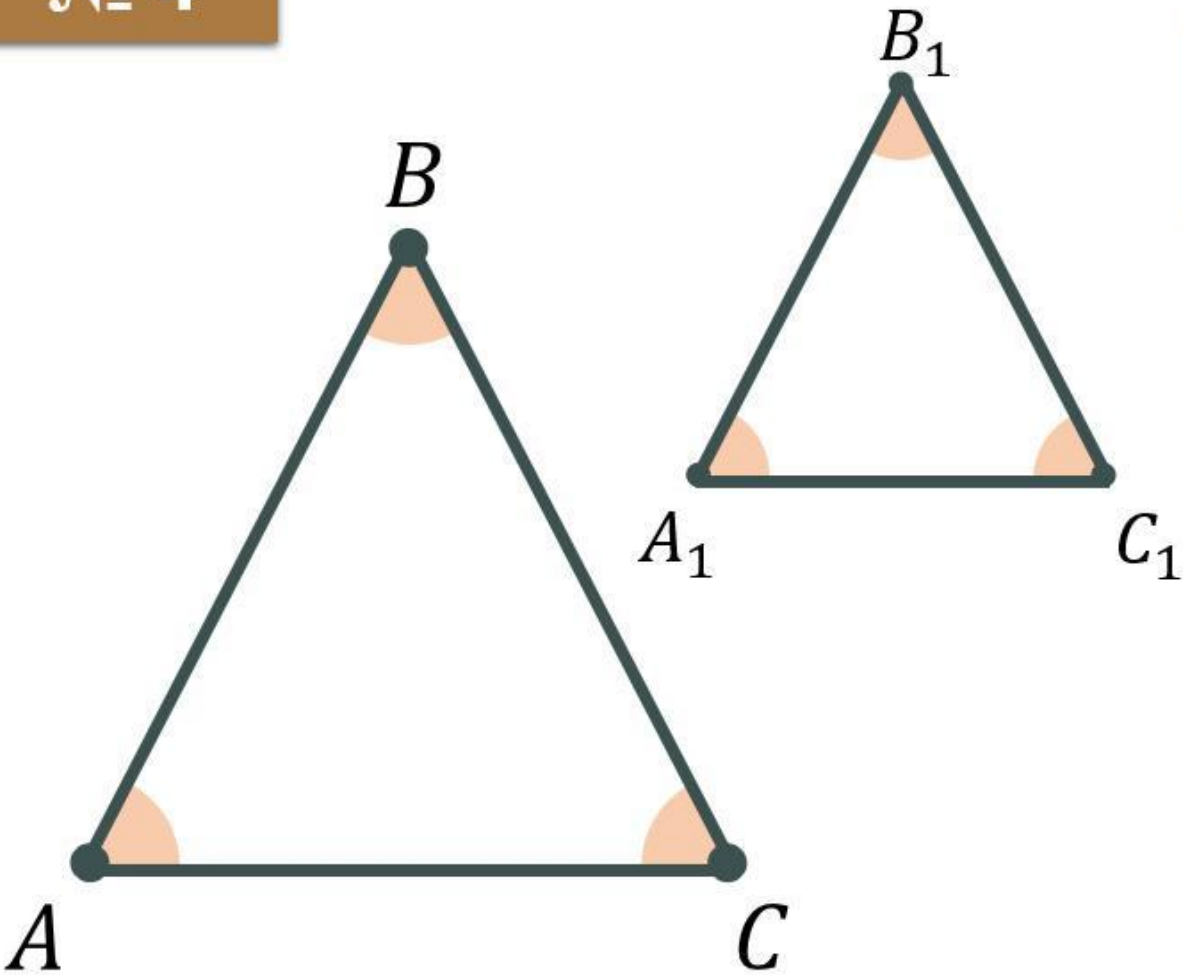
$$\frac{BC}{LM} = k \Rightarrow \frac{5}{LM} = \frac{11,5}{46} \Rightarrow LM = \frac{5 \cdot 46}{11,5} = 20 \text{ см}$$

$$\frac{AC}{KM} = k \Rightarrow \frac{2,5}{KM} = \frac{11,5}{46} \Rightarrow KM = \frac{2,5 \cdot 46}{11,5} = 10 \text{ см}$$

Відповідь: 10 см, 16 см, 20 см

Розв'язуємо гуртом

№ 4

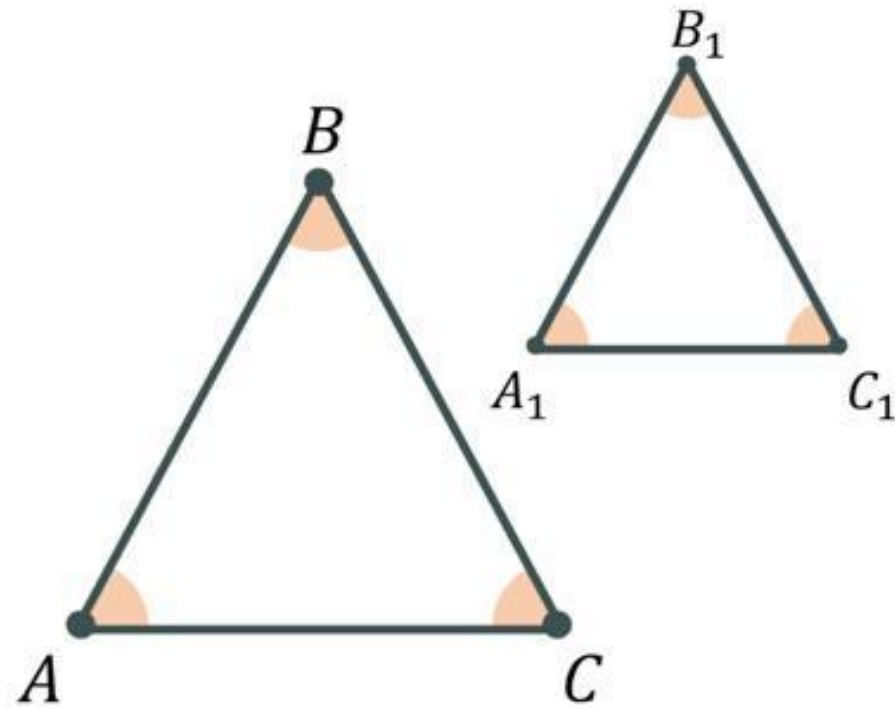


Доведіть за означенням, що будь-які два рівносторонні трикутники подібні

Що можемо сказати про кути рівностороннього трикутника?

№ 4

Доведіть за означенням, що будь-які два рівносторонні трикутники подібні.



Дано:

ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ – рівносторонні трикутники

Довести:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Доведення:

ΔABC і $\Delta A_1B_1C_1$ – рівносторонні $\Rightarrow \begin{cases} \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ \\ \angle A_1 = \angle B_1 = \angle C_1 = 60^\circ \end{cases}$

Так як всі кути цих трикутників рівні, то вони подібні за означенням.

Доведено.

Підсумки

Як називаються сторони подібних трикутників, що лежать проти рівних кутів?

Чому дорівнює відношення периметрів подібних трикутників?

Що потрібно зробити, щоб скласти відношення відповідних сторін подібних трикутників?

Чому дорівнює відношення відповідних лінійних елементів (медіан, бісектрис, висот тощо) подібних трикутників?

Домашнє завдання



Опрацювати п. 12 Виконати № 427, 431, 434.

Бажаю творчих успіхів!

*Ви повинні діяти і Ви повинні бути готовими до невдачі.
Якщо Ви боїтеся невдачі, Ви нічого не досягнете...*

Стів Джобс

21.01.2021