

# Аттестационная работа

Слушателей курсов повышения квалификации по программе:  
«Проектная и исследовательская деятельность как способ  
формирования метапредметных результатов обучения в  
условиях реализации ФГОС»

Андрейко Константина Олеговича, Андрейко Алексея  
Олеговича  
ГБОУ Гимназия №1542, ГБОУ Школа №1133  
г. Москва

**На тему:**

**Создание проекта «ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ БИЛЬЯРДОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ  
РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ»**

# Краткая характеристика ОУ

В соответствии с положениями ФГОС, в образовательных учреждениях реализуется не только классно-урочная, но и внеурочная деятельность. Эта деятельность направлена на решение следующих важных задач:

- адаптация детей к школьному обучению;
- оптимизация учебной нагрузки школьников;
- улучшение условий развития ребенка.

Данная работа выполняется обучающимися 16 -17 лет согласно ФГОС во внеурочное время.

# Цель: научить решать задачи повышенной СЛОЖНОСТИ

## Задачи:

- обучающие: научить основным приемам решения нестандартных задач, закрепить полученные знания и умения на практике;
- развивающие: развивать внимание, память;
- воспитательные: воспитывать интерес к предмету, в частности к решению сложных олимпиадных задач.

# Обоснование актуальности

В настоящее время актуальность проблемы преемственности между школой и вузом не вызывает сомнений. Действительно, учащиеся старшей школы, не говоря уже о представителях средней, испытывают определенные сложности при решении нестандартных задач.

По мнению многих специалистов в данной области выход заключается в проведении дополнительных курсов в рамках внеурочной деятельности, где более полно раскрывается объем изучаемого в классе материала. Часто такое расширение выходит за рамки обязательной программы, но более эффективным решением выше сформулированной проблемы было бы составление курса, минимально содержащего новый незнакомый материал. При таком подходе, во-первых, экономится время, которое может быть использовано для решения разного уровня задач, и, во-вторых, что более важно, учащимися осознается факт возможности решения сложных нестандартных задач, посредством лишь накопленных в школе знаний. Значимость этого факта сложно недооценить, так как он способствует не только появлению интереса к решению подобного рода задач, и к предмету в целом, но и повышению самооценки именно в области математической подготовленности и грамотности.

Разработанный нами курс, посвященный теории математических бильярдных, как раз так и решает все вышеописанные задачи. Кроме того, изучение теории бильярдных на данном уровне позволяет в дальнейшем решать более сложные олимпиадные задачи, например, задачи на переливание жидкостей, а после и на нахождения кратчайшего пути. И это, безусловно, способствует подготовке учащихся к участию в математических олимпиадах.

# Этапы реализации проекта

1. Организационно – подготовительный.
2. Рефлексивно – диагностический.
3. Практический.
4. Заключительный.

# Методические рекомендации

Для организации занятий нужен оформленный и оборудованный кабинет.

Кабинет необходимо оснастить ТСО.

В период создания проекта происходит усложнение материала. Проводятся мастер-классы. Педагог вместе с обучающимися выполняет практическую работу, последовательно комментируя все стадии ее выполнения, задавая наводящие и контрольные вопросы. По ходу выполнения работы вместе с учениками выявляются допущенные ошибки и различные пути их исправления.

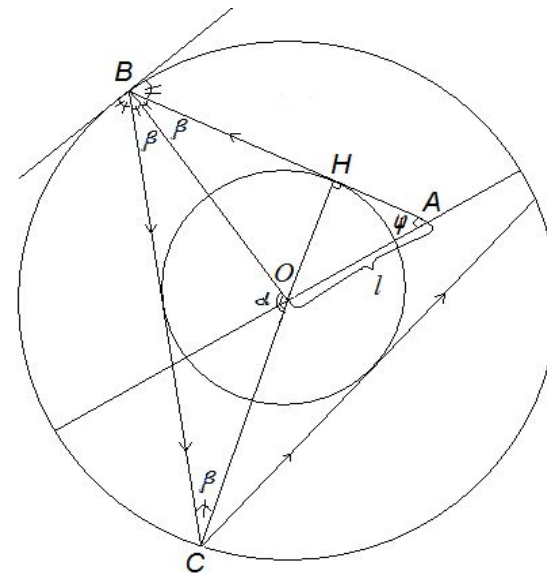
# «ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ БИЛЬЯРДОВ ПРИ РЕШЕНИИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ»

Решение задач повышенной сложности, опираясь на знания полученные при изучении школьной программы.

Например:

*Задача.*

Бильярдный шар находится на круглом столе радиуса  $R=l$  на расстоянии  $l$  от его центра. Установите характер бильярдной траектории (периодическая она или нет, какую область всюду плотно заметает), если шарик выпущен под углом  $\varphi$  к диаметру, на котором он находится.



**Решение.**

1. Применим теорему синусов к  $\triangle ABO$ :

$$\frac{OA}{\sin \beta} = \frac{OB}{\sin \varphi} \Rightarrow \frac{l}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin \varphi} \Rightarrow \beta = \arcsin(l \sin \varphi);$$

2. Найдем угол  $\alpha$  из  $\triangle BOC$ :

$OB=OC$  (т.к. это радиусы)  $\Rightarrow \triangle BOC$  - равнобедренный. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны  $\Rightarrow \angle OBC = \angle BCO = \beta \Rightarrow \alpha = \pi - 2\beta = 2(\frac{\pi}{2} - \beta)$   
 $= 2(\frac{\pi}{2} - \arcsin(l \sin \varphi)) = 2\arccos(l \sin \varphi)$

3. Из теоремы 1  $\Rightarrow$  что траектория будет периодической, если  $\frac{\alpha}{\pi}$  - рационально,

т.е. если  $\frac{1}{\pi} \arccos(l \sin \varphi)$  - рационально.

4. Из теоремы 1  $\Rightarrow$  что траектория всюду плотно заметает кольцо между бортом большой окружности и концентрической с ней окружностью, если  $\frac{1}{\pi} \arccos(l \sin \varphi)$  - иррационально.

5. Найдем радиус меньшей окружности. Из леммы 1  $\Rightarrow$  что все звенья траектории касаются меньшей окружности. Опустим перпендикуляр из точки  $Q$  на  $[AB]$ , получим отрезок  $[OH]$ , который и будет являться радиусом меньшей окружности. Из  $\triangle OAH \Rightarrow$

$$\frac{OH}{l} = \sin \varphi \Rightarrow OH = l \sin \varphi$$

**Ответ:** траектория периодична, если число  $\frac{1}{\pi} \arccos(l \sin \varphi)$  - рационально или всюду плотно заполняет кольцо с внутренним радиусом  $l \sin \varphi$ , если число - иррационально.



# Перспектива на будущее

Значимость нестандартных задач состоит в том, что они предъявляют настоящий «вызов» интеллекту и способствуют в наибольшей мере его развитию. Однако в большом потоке информации, которая обрушивается на учащихся, изложение материала должно быть кратким, четким и логически выстроенным, что весьма хорошо реализуется в случае с математическими бильярдами, придавая тем самым ценность выбранной теме.