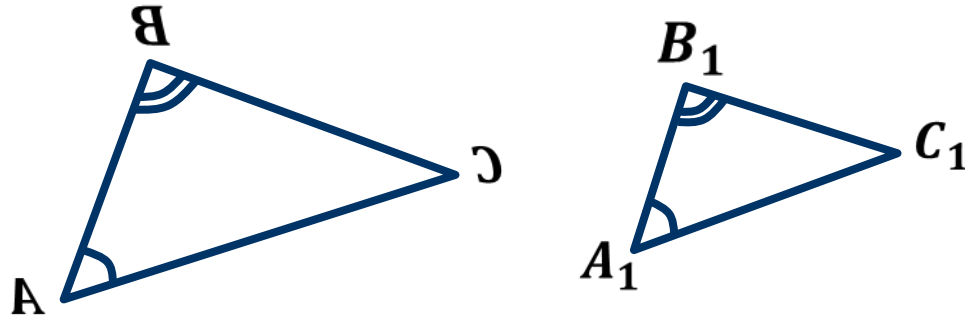


Второй признак подобия треугольников

Первый признак подобия треугольников

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.



$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

Теорема (2-й признак подобия треугольников). Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы между ними равны, то такие треугольники подобны.

Доказательство.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}, \quad \angle A = \angle A_1.$$

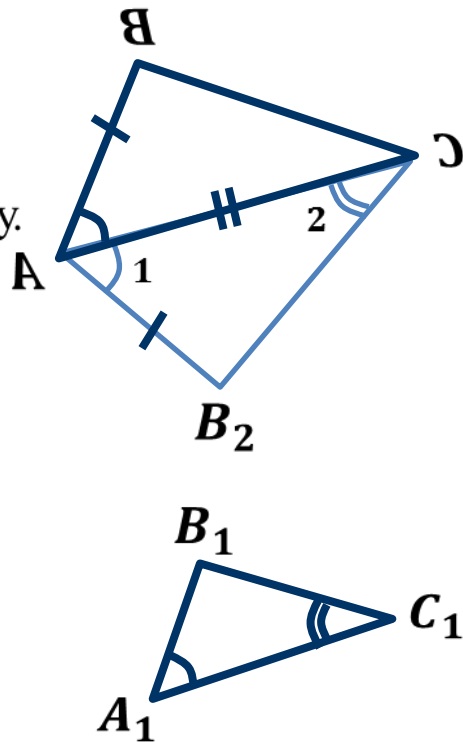
$\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle C_1$, тогда $\triangle AB_2C \sim \triangle A_1B_1C_1$ по 1-му признаку.

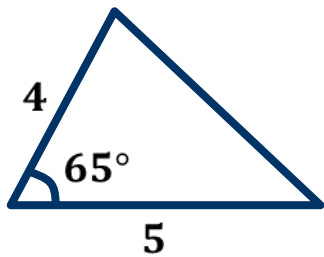
$$\frac{AB_2}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}. \quad \text{Тогда } AB = AB_2.$$

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle AB_2C$.

$AB = AB_2$, AC – общая, $\angle A = \angle 1$, значит, $\triangle ABC = \triangle AB_2C$.

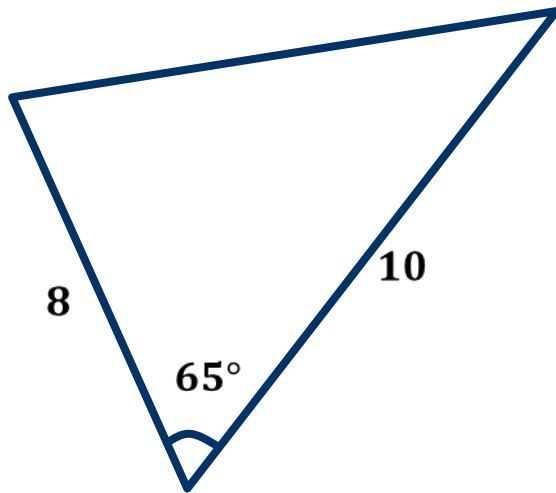
Следовательно, $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.



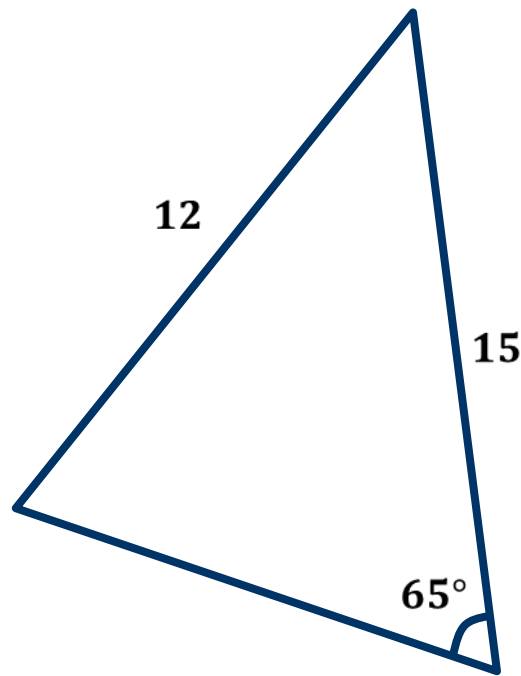


a)

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$



б)



в)

Задача. На одной из сторон $\angle A$ отложены отрезки AB и AC , равные соответственно 7 см и 22,5 см. На другой стороне этого же угла отложены отрезки AD и AM , соответственно равные 10,5 см и 15 см. Подобны ли треугольники ACD и AMB ?

Решение.

Рассмотрим $\triangle ACD$ и $\triangle AMB$.

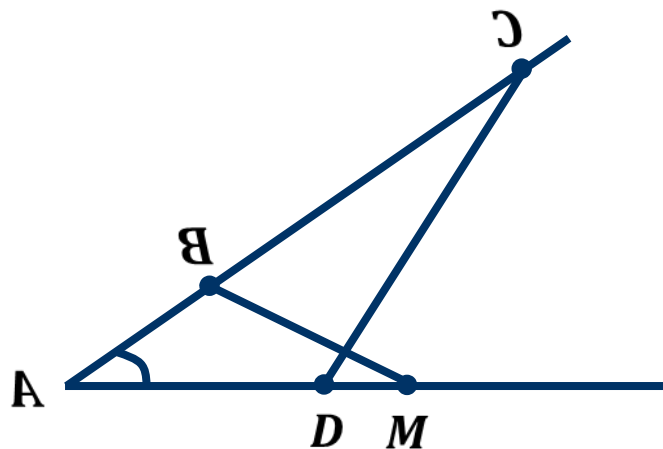
$\angle A$ – общий,

$$\frac{AC}{AM} = \frac{22,5}{15} = 1,5; \quad \frac{AD}{AB} = \frac{10,5}{7} = 1,5;$$

значит, $\frac{AC}{AM} = \frac{AD}{AB}$.

Следовательно, $\triangle ACD \sim \triangle AMB$ по 2-му признаку.

Ответ: треугольники подобны.



Задача. На рисунке $AO:OC = 1:3$, $BO = 5$ см, $OD = 15$ см, а $AB + CD = 24$ см. Найдите AB и CD .

Решение.

Рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle COD$.

$\angle AOB = \angle COD$ как вертикальные,

$$\frac{BO}{OD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}, \quad \frac{AO}{OC} = \frac{1}{3}, \quad \frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD}.$$

Получаем, что $\triangle AOB \sim \triangle COD$ по 2-му признаку, $k = \frac{1}{3}$.

$$\frac{AB}{CD} = \frac{1}{3}, \quad CD = 3AB,$$

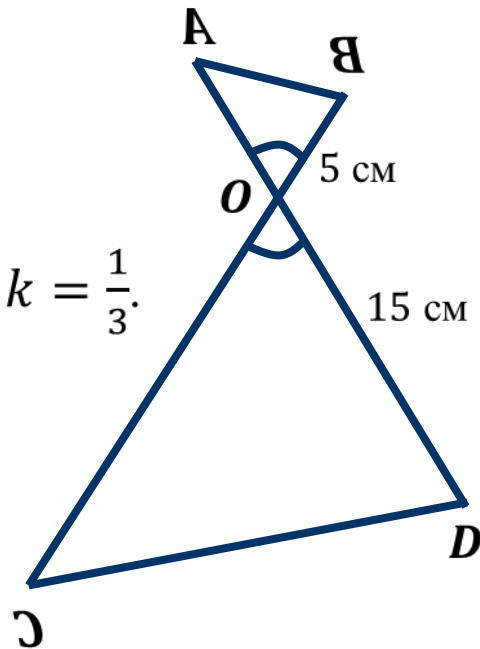
$$AB + 3AB = 24 \text{ см},$$

$$4AB = 24 \text{ см},$$

$$AB = 6 \text{ см},$$

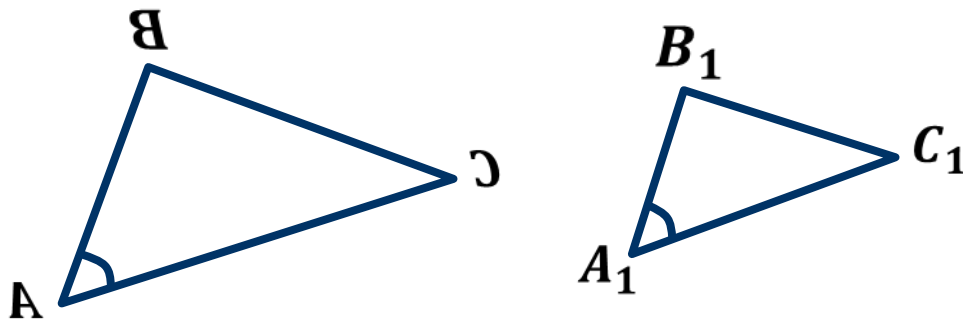
$$CD = 3 \cdot 6 = 18 \text{ (см)}.$$

Ответ: 6 см, 18 см.



Второй признак подобия треугольников

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы между ними равны, то такие треугольники подобны.



$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$$