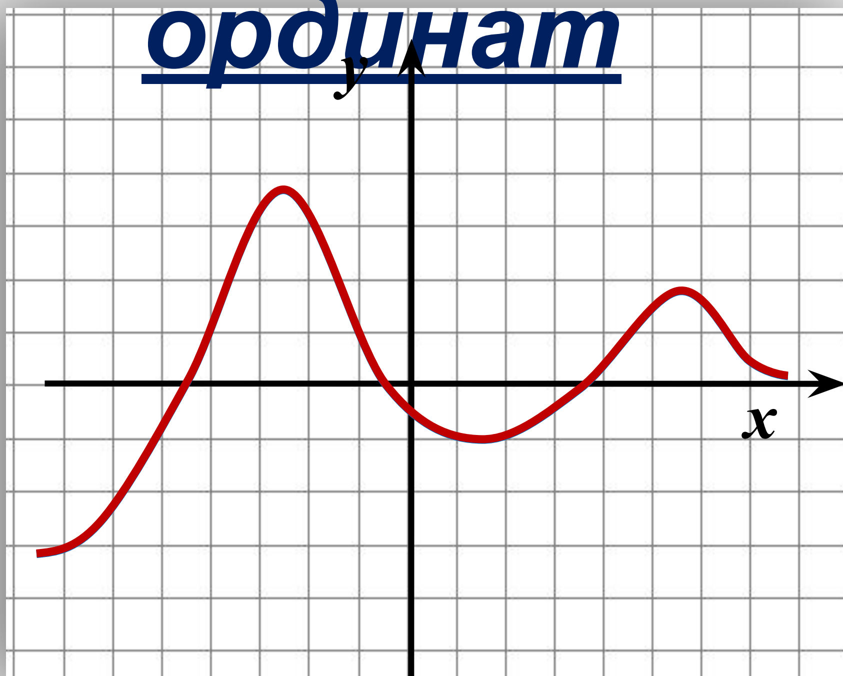
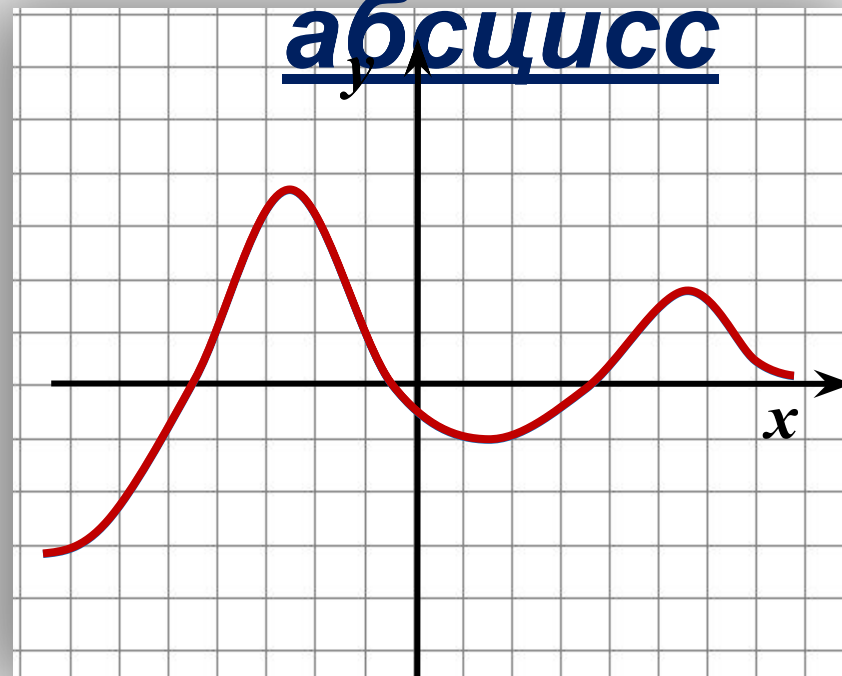
Построение графиков функций при помощи геометрических преобразований

Направления преобразований графиков

Преобразования вдоль оси <u>ординат</u>



Преобразования вдоль оси <u>абсцисс</u>



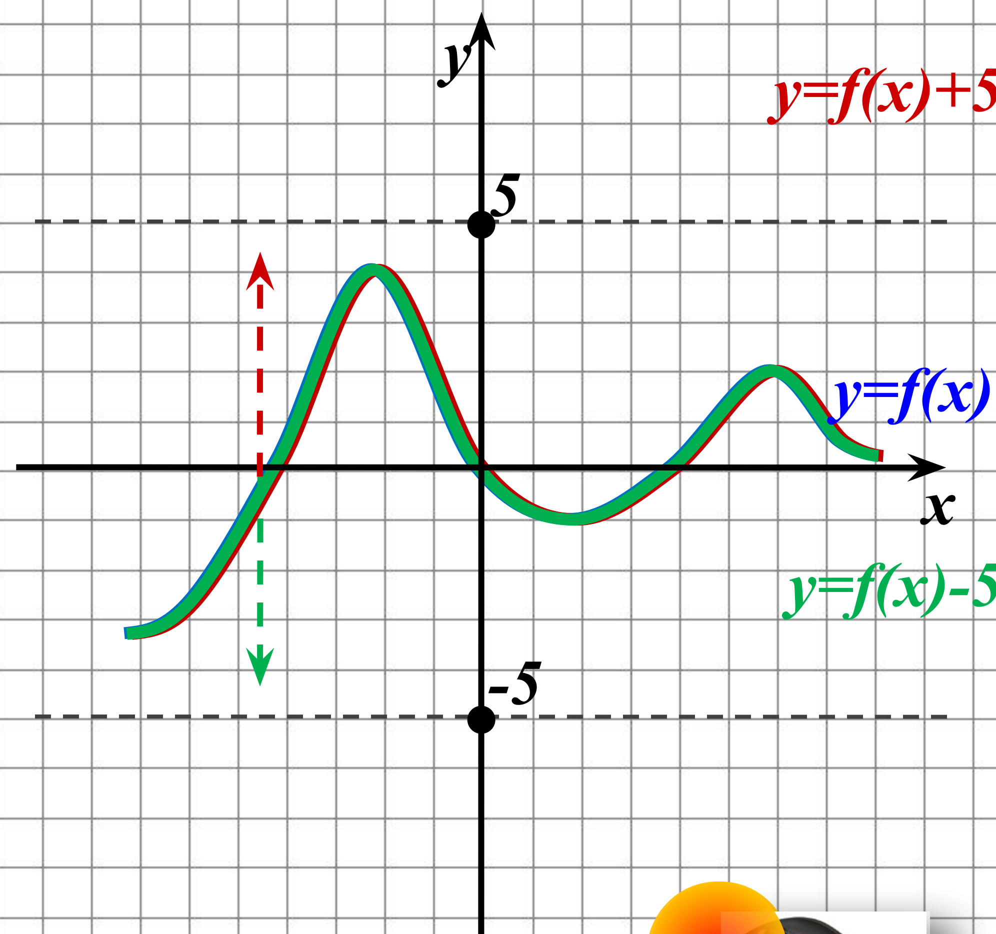
Преобразования вдоль оси ординат

$y=f(x)+в$

Преобразования графика функции **f(x)**

параллельный перенос на $|в|$ единиц;

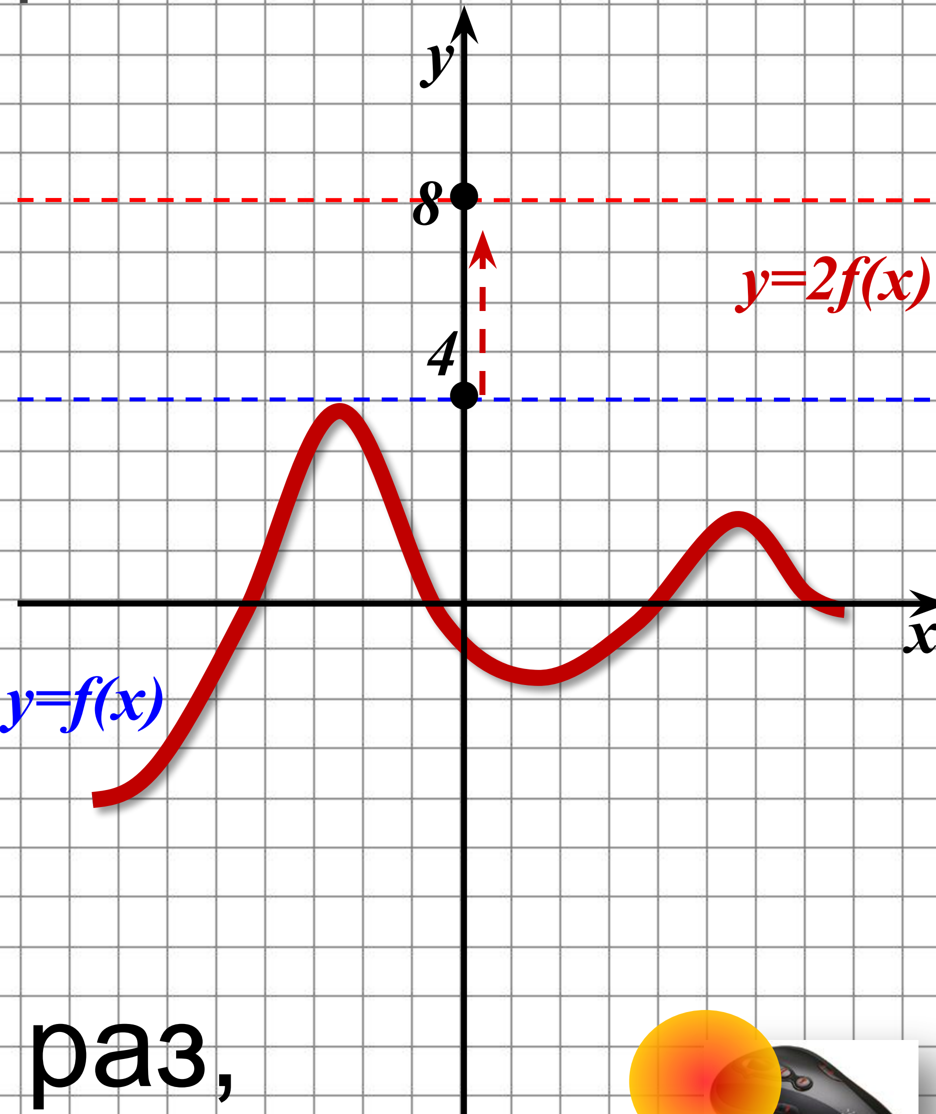
- **вверх**, если $в>0$
- **вниз**, если $в<0$



преобразования вдоль оси ординат

$y=f(x)$

преобразования графика функции **f(x)**



растяжение

вдоль оси y k раз,

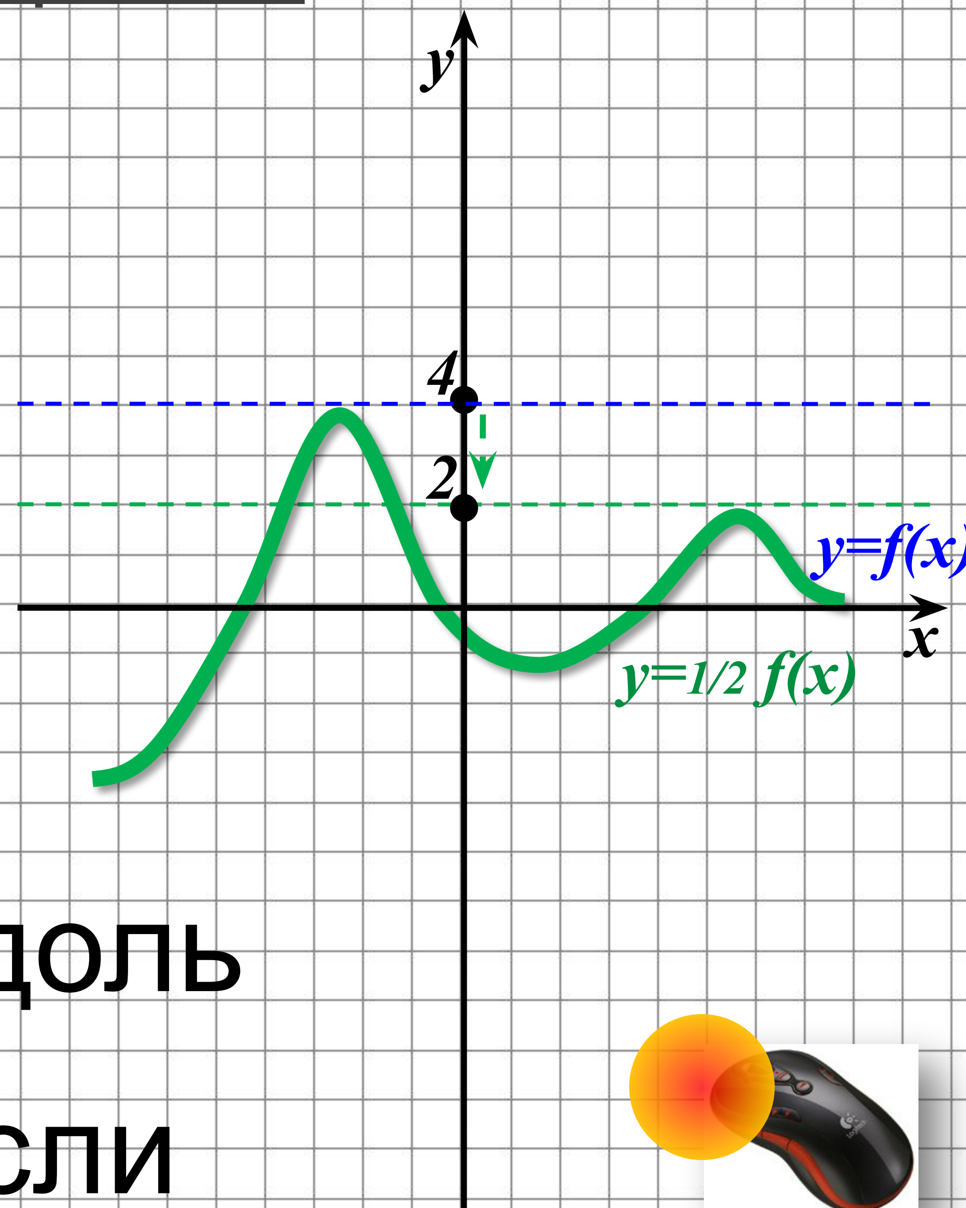
если $k>1$

преобразования вдоль оси ординат

$y = f(x)$

преобразования графика функции **f(x)**

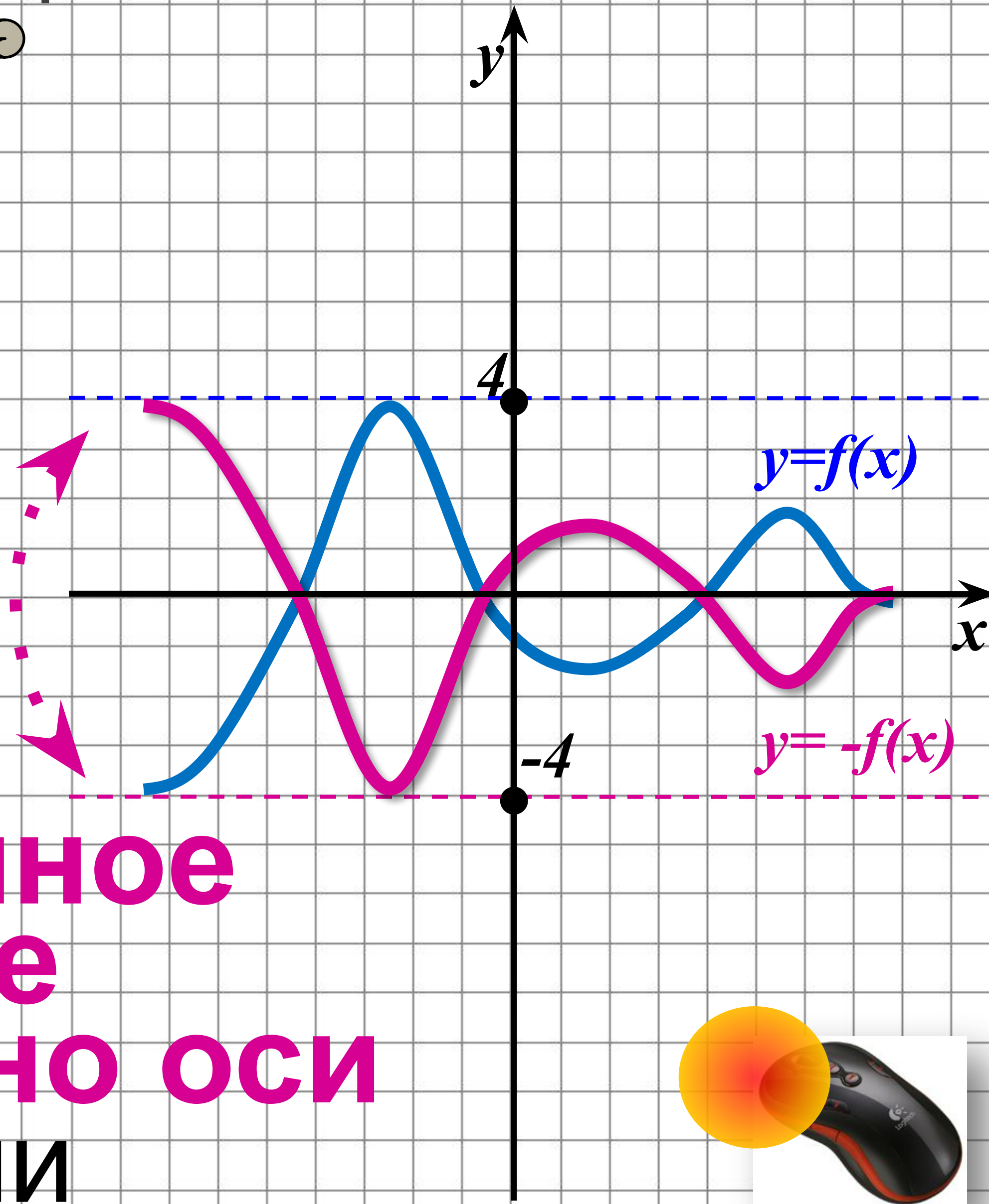
- **сжатие** вдоль оси у
  в k раз, если $0<k<1$



преобразования вдоль оси ординат

$y = -f(x)$

преобразования графика функции **f(x)**



- **симметричное отображение относительно оси абсцисс**, если $k = -1$

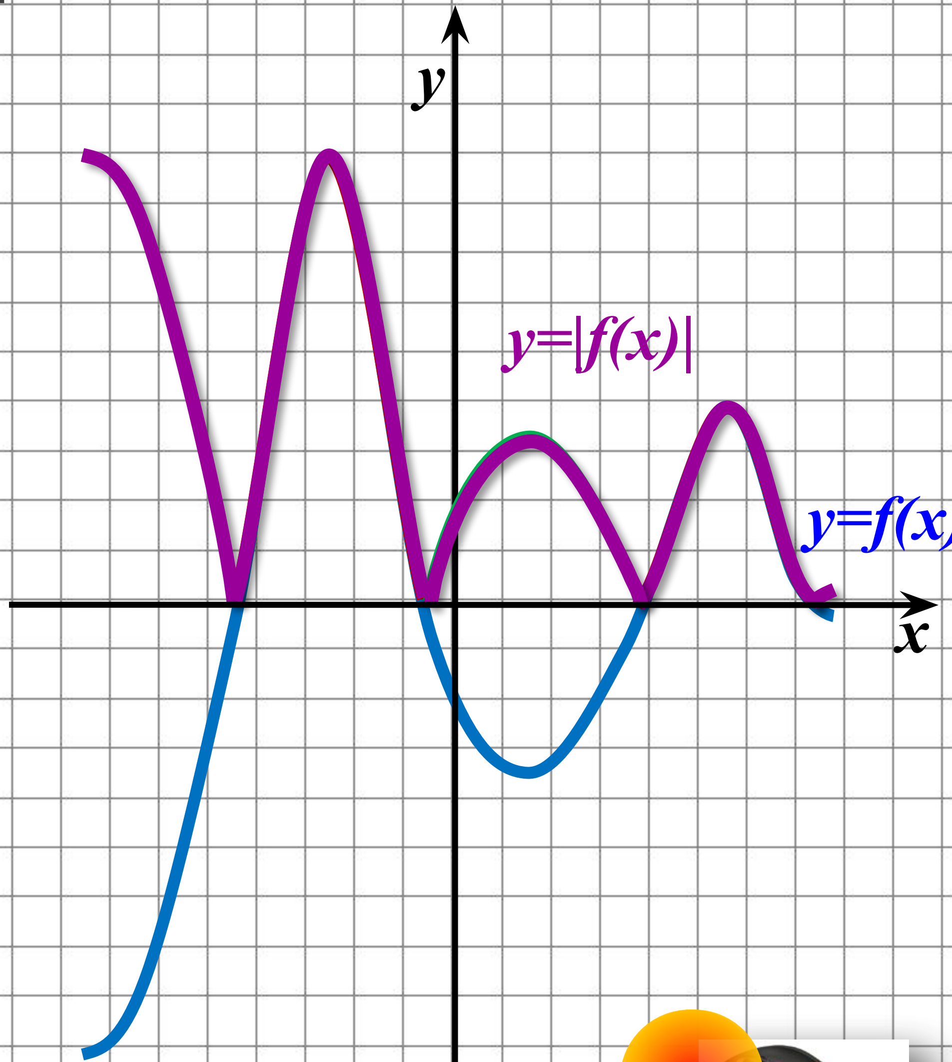
преобразования вдоль оси ординат

$y = |f(x)|$

преобразования графика функции **f(x)**

1) **сохранение** частей, которые лежат над осью x

2) **симметричное отображение** частей, которые лежат ниже оси

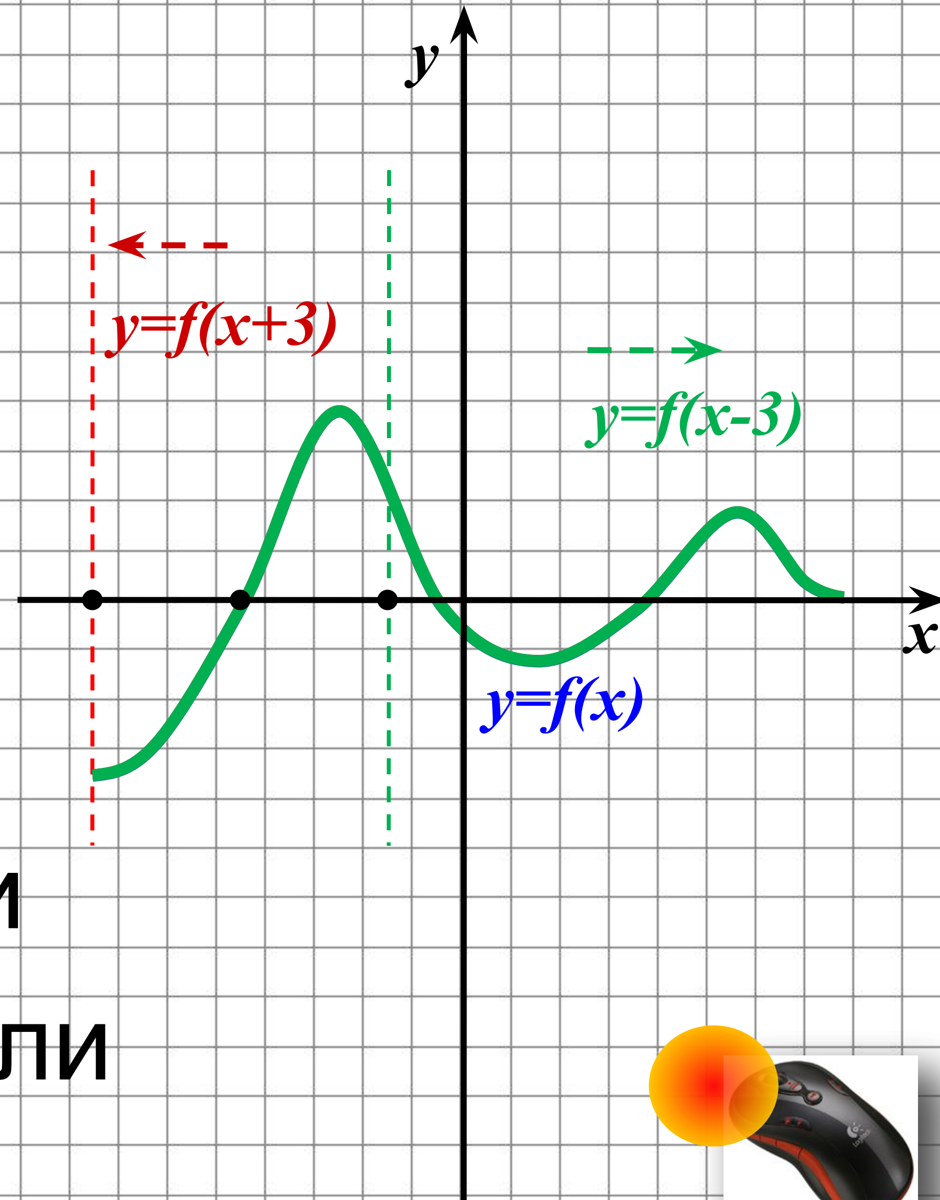


преобразования вдоль оси абсцис

$y=f(x+a)$

преобразования графика функции $f(x)$ паралельный перенос на $|a|$ единиц:

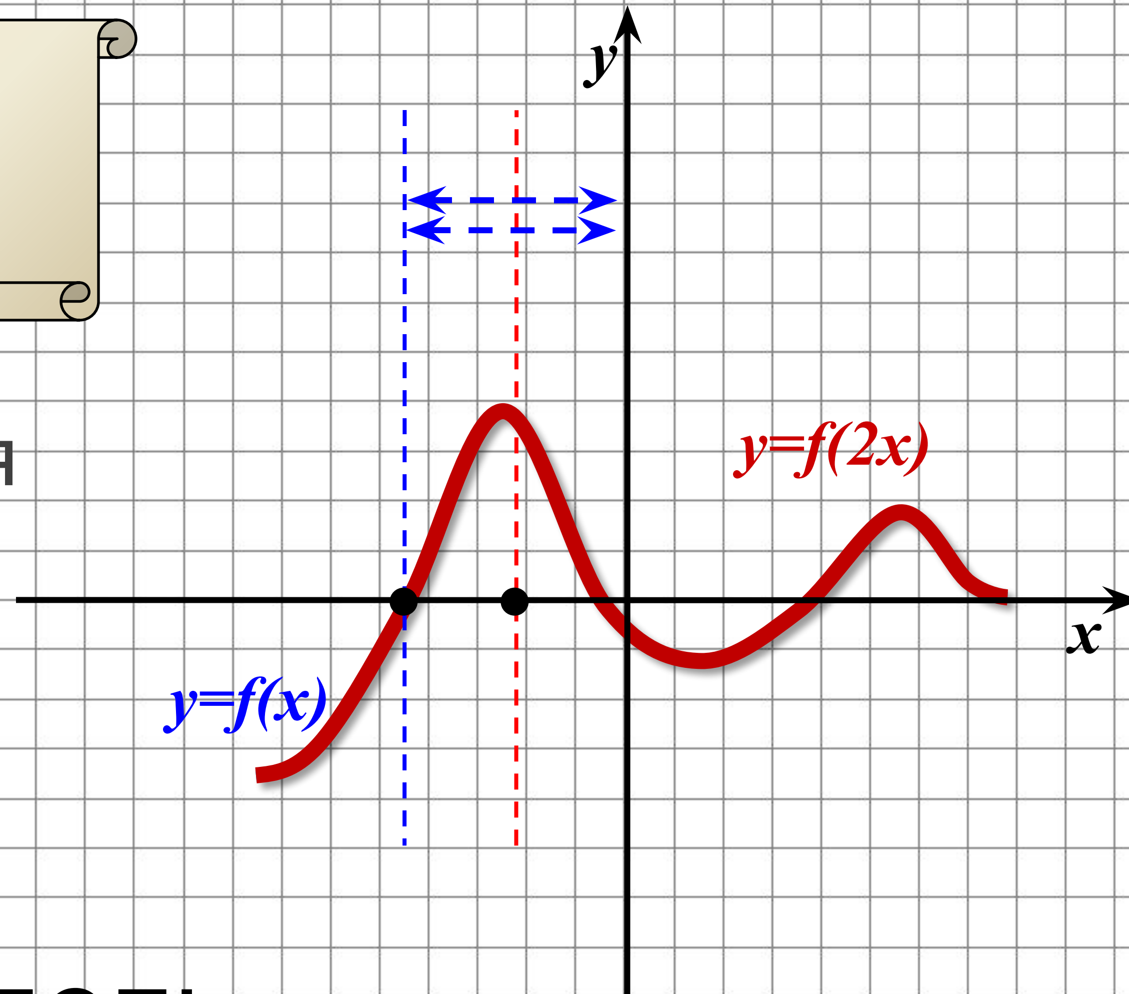
- **влево**, если $a>0$
- **вправо**, если $a<0$



преобразования вдоль оси абсцис

$y=f(kx)$

преобразования графика функции f(x)

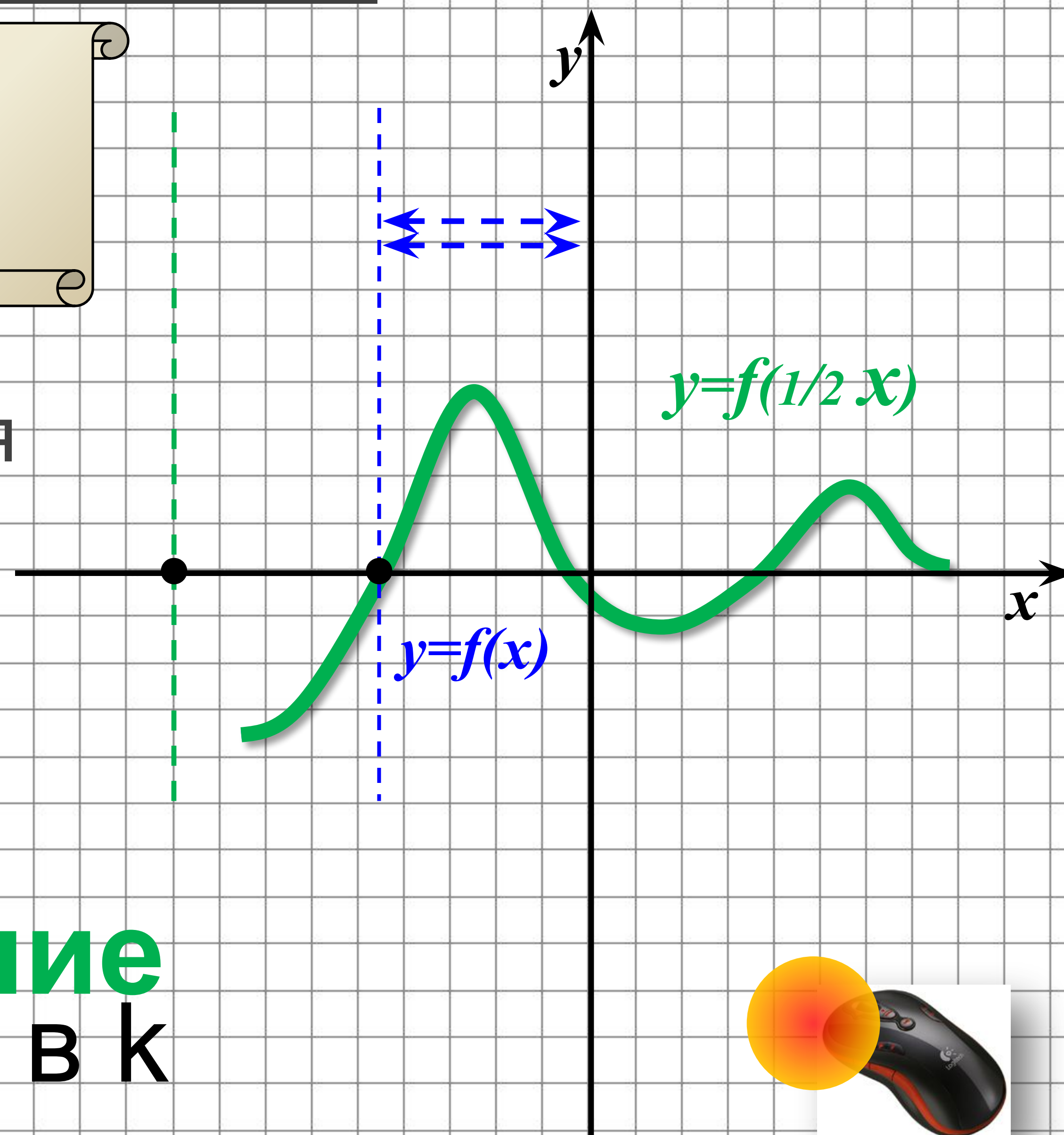


- **сжатие** вдоль оХ в k раз, если $k>1$

преобразования вдоль оси абсцис

$y=f(kx)$

преобразования графика функции **f(x)**

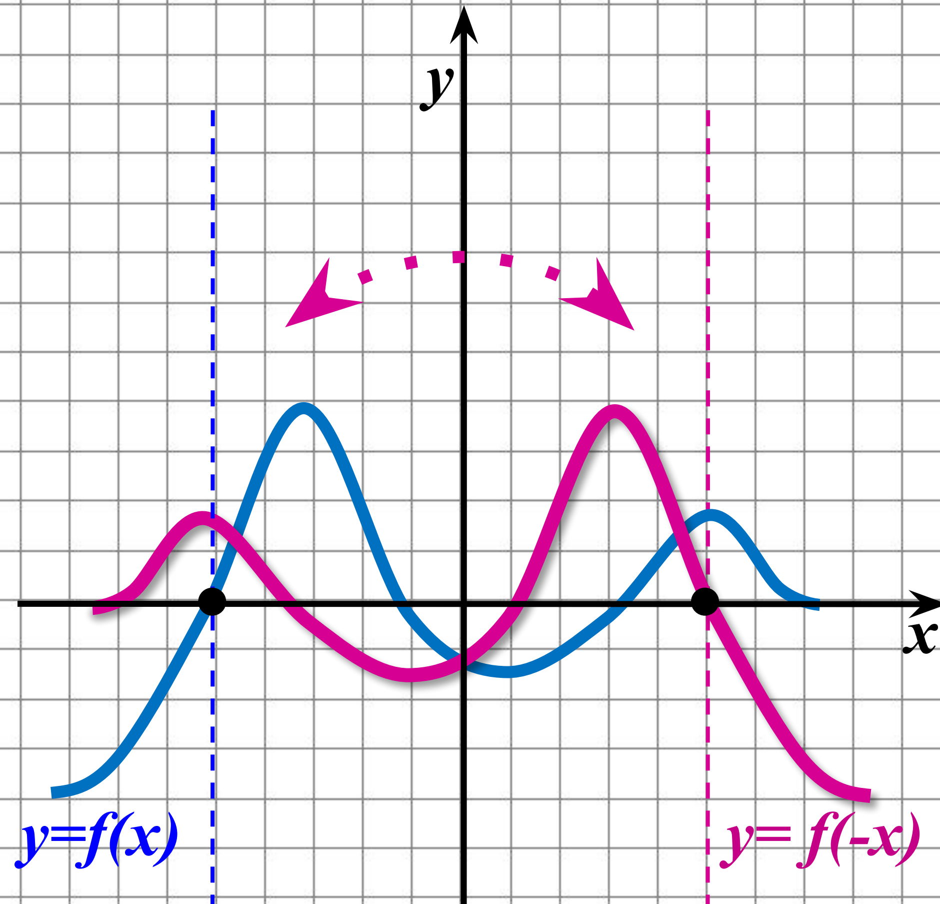


- **растяжение** вдоль оси x в k раз, если $0<k<1$

преобразования вдоль оси абсцис

y=f(-x)

преобразования графика функции **f(x)**



- **симметричное отображение относительно оси ординат, если $k=-1$**

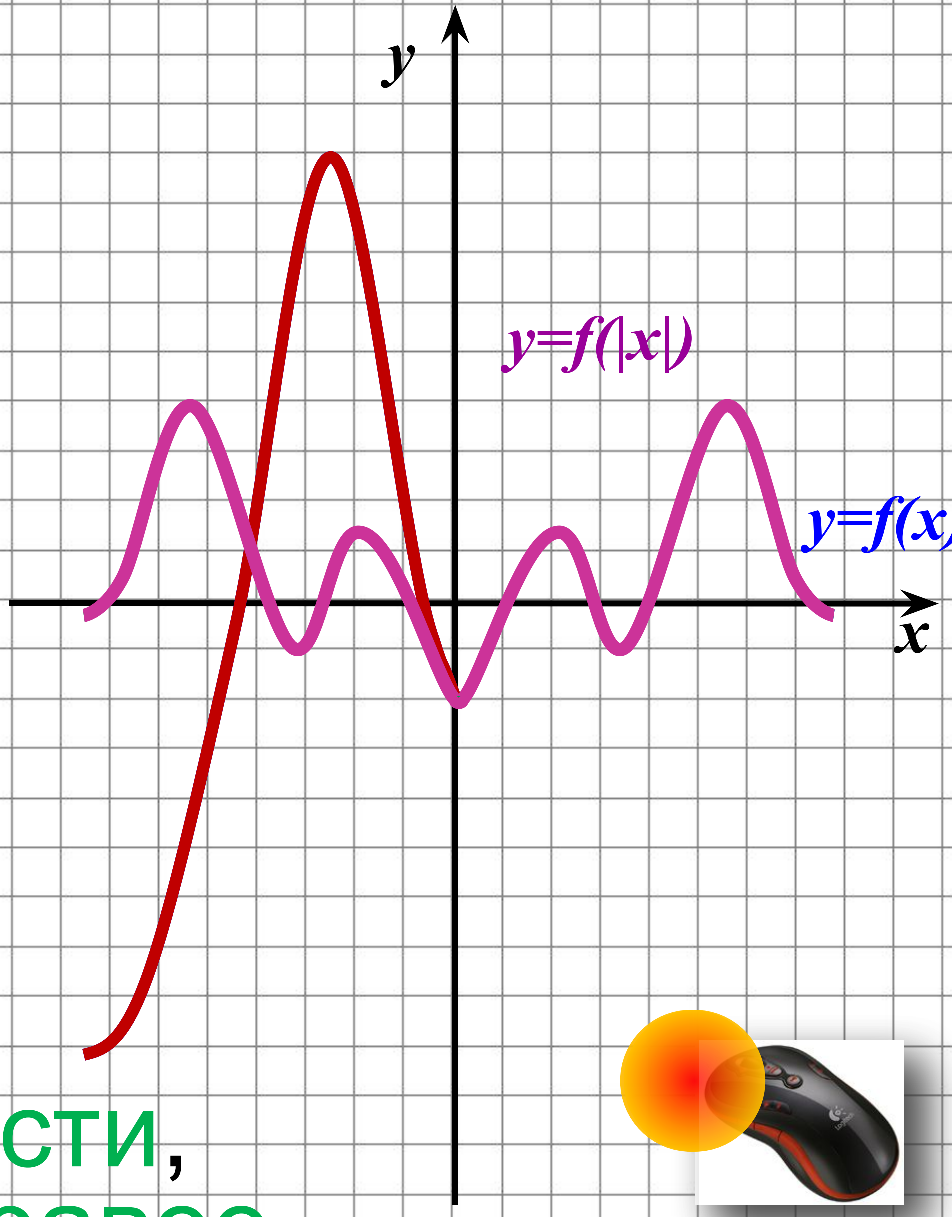
преобразования вдоль оси абсцисс

$y=f(|x|)$

преобразования графика функции f(x)

1) отбрасывание части, которая лежит левее оси у

2) сохранение и симметричное отображение части, которая лежит правее



Примеры построения графиков функций при помощи геометрических преобразований

Пример 1

При помощи геометрических преобразований графика функции $y=x^2$ построй график функции

$$y=-2(x-3)^2+7$$

1 шаг

параллельный перенос на 3 единицы вправо

2 шаг

симметричное отображение относительно оХ

3 шаг

растяжение в 2 раза вдоль оY

4 шаг

параллельный перенос на 7 единиц вверх

Пример 1 $y=-2(x-3)^2+7$

$y=x^2$

1 шаг: $y=(x-3)^2$

параллельный перенос вправо на 3 единицы

2 шаг: $y=-(x-3)^2$

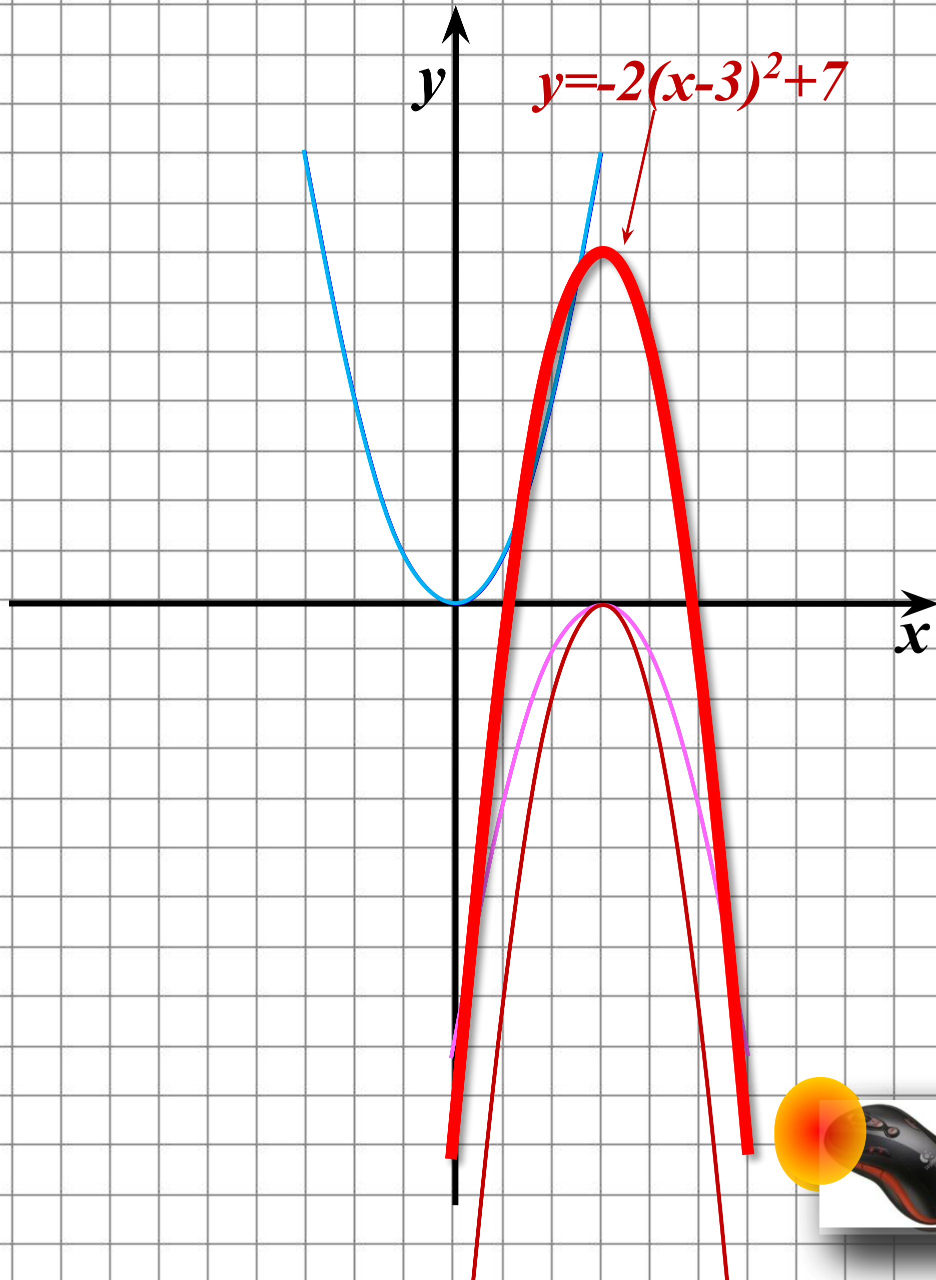
симметричное отображение относительно oX

3 шаг: $y=-2(x-3)^2$

растяжение в 2 раза вдоль oY

4 шаг: $y=-2(x-3)^2+7$

параллельный перенос вверх на 7 единиц



Пример 2

При помощи геометрических преобразований графика функции $y=x^2$ пост... кции

$$y=|x^2-6x+4|$$

Выделим полний квадрат из квадратного трехчлена:

$$|x^2-6x+4|=|(x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2)-3^2+4|=|(x-3)^2-5|$$

Следовательно необходимо построить график функции

$$y=|(x-3)^2-5|$$

Пример 2 **Построение $y = |(x-3)^2-5|$**

$y=x^2$

1 шаг: $y=(x-3)^2$

параллельный перенос вправо на 3 единицы

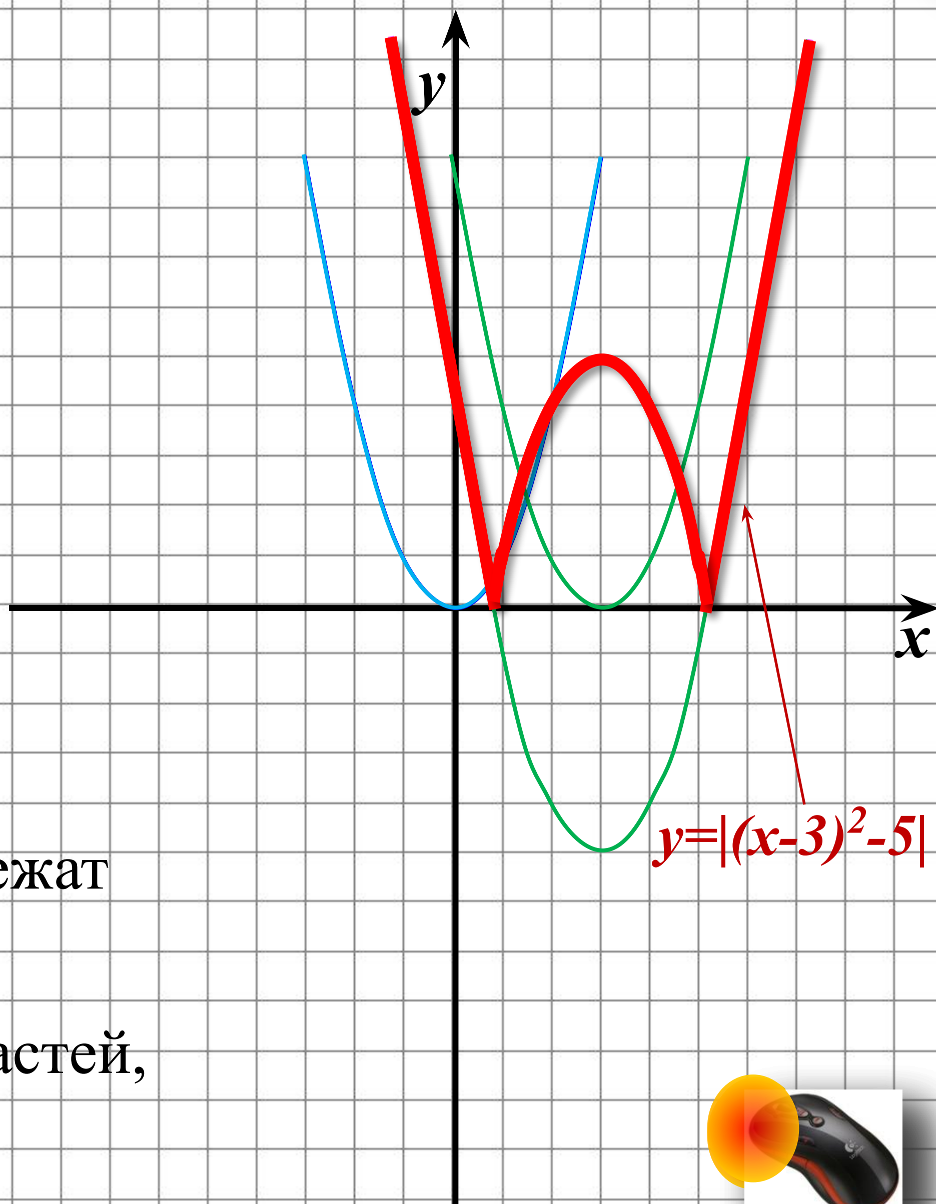
2 шаг: $y=(x-3)^2-5$

параллельный перенос вниз на 5 единиц

3 шаг: $y=|(x-3)^2-5|$

- сохранение частей, которые лежат над осью oX ;

- симметричное отображение частей, которые лежат ниже оси oX



Пример 3

При помощи геометрических преобразований графика функции **y=√x** пост... ии

| |

1 шаг

параллельный перенос на **1** единицу влево

2 шаг

растяжение в **3** раза вдоль оY

3 шаг

параллельный перенос на **4** единицы вниз

4 шаг

1) отбрасывание части, которая лежит левее оY
2) сохранение и симметричное отображение части, которая

Пример 3 Построение $y = 3\sqrt{|x|+1} - 4$

$$y = \sqrt{x}$$

1 шаг: $y = \sqrt{x+1}$

параллельный перенос влево на 1 единицу

2 шаг: $y = 3\sqrt{x+1}$

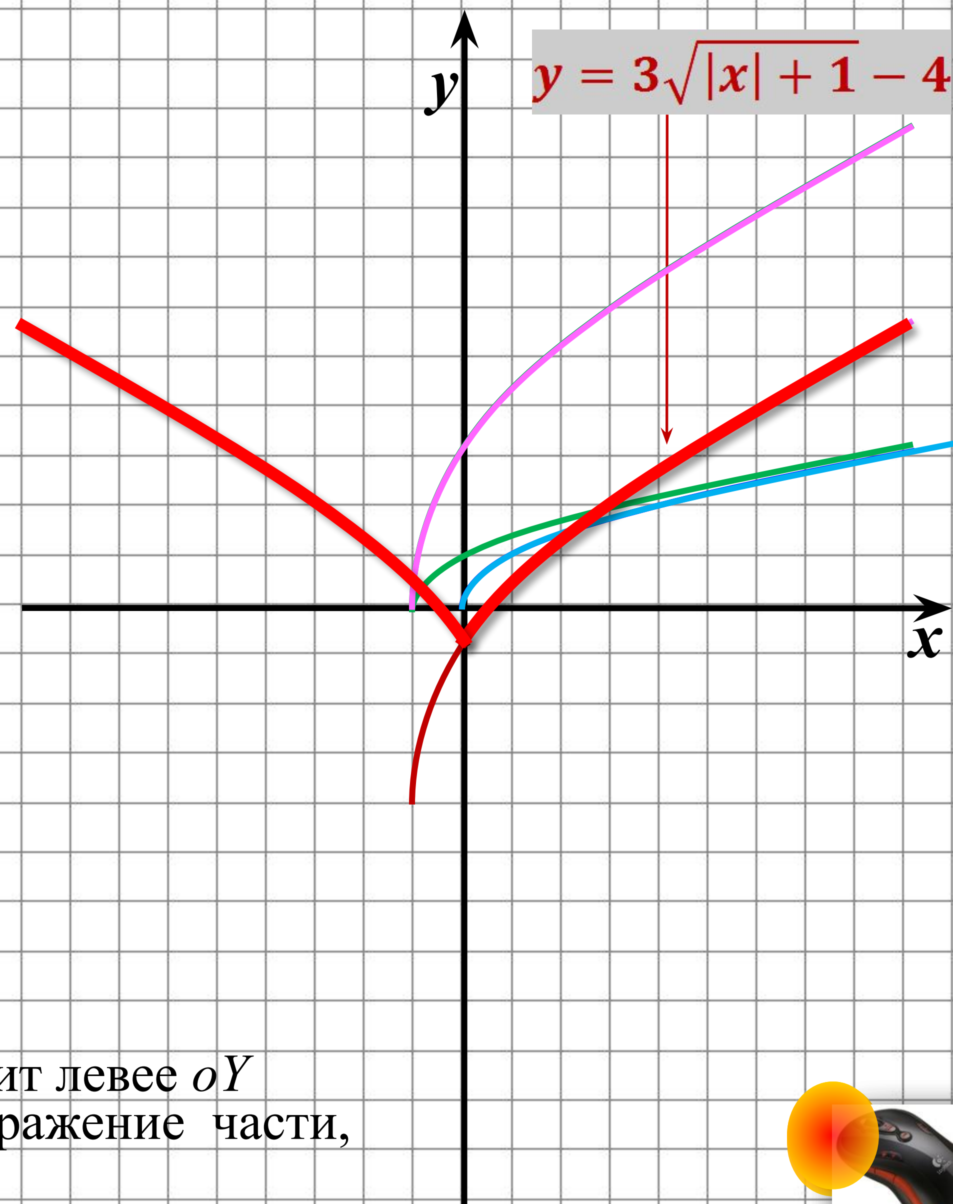
растяжение в 3 раза вдоль oY

3 шаг: $y = 3\sqrt{x+1} - 4$

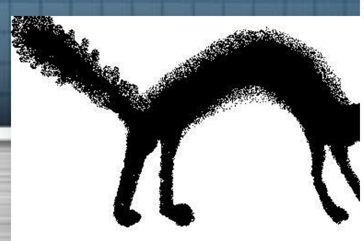
параллельный перенос вниз на 4 единицы

4 шаг: $y = 3\sqrt{|x|+1} - 4$

1) отбрасывание части, которая лежит левее oY
2) сохранение и симметричное отображение части, которая лежит правее oY



Отдельные случаи построения графиков при помощи геометрических преобразований



Сложение графиков

Постройте график функции

$y = |x+1| + |x-1|$

1 шаг: построим график функции

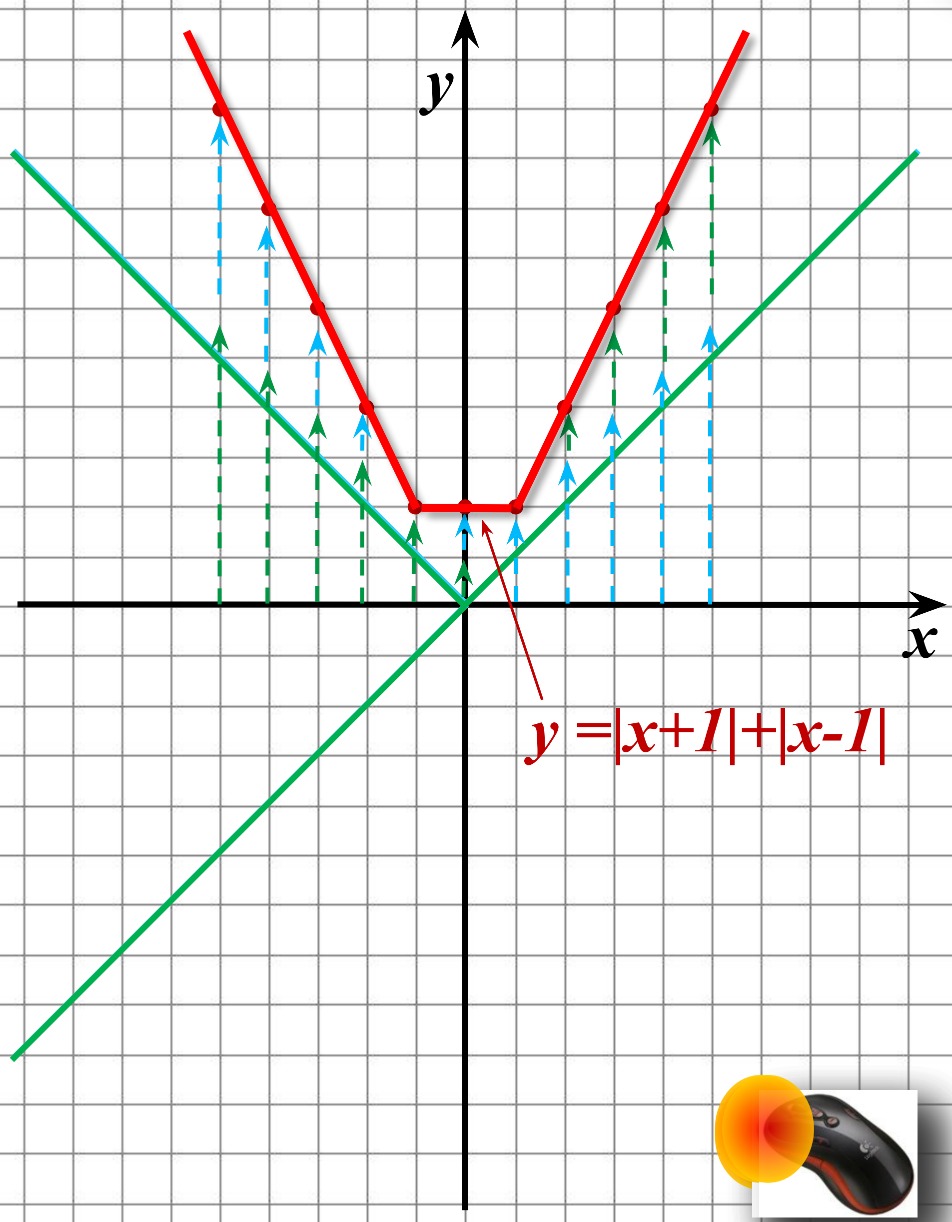
$y=|x+1|$

2 шаг: построим график функции

$y=|x-1|$

3 шаг: $y = |x+1| + |x-1|$

Ординату искомого графика получаем сложением ординат двух построенных графиков в той самой точке



Деление графиков

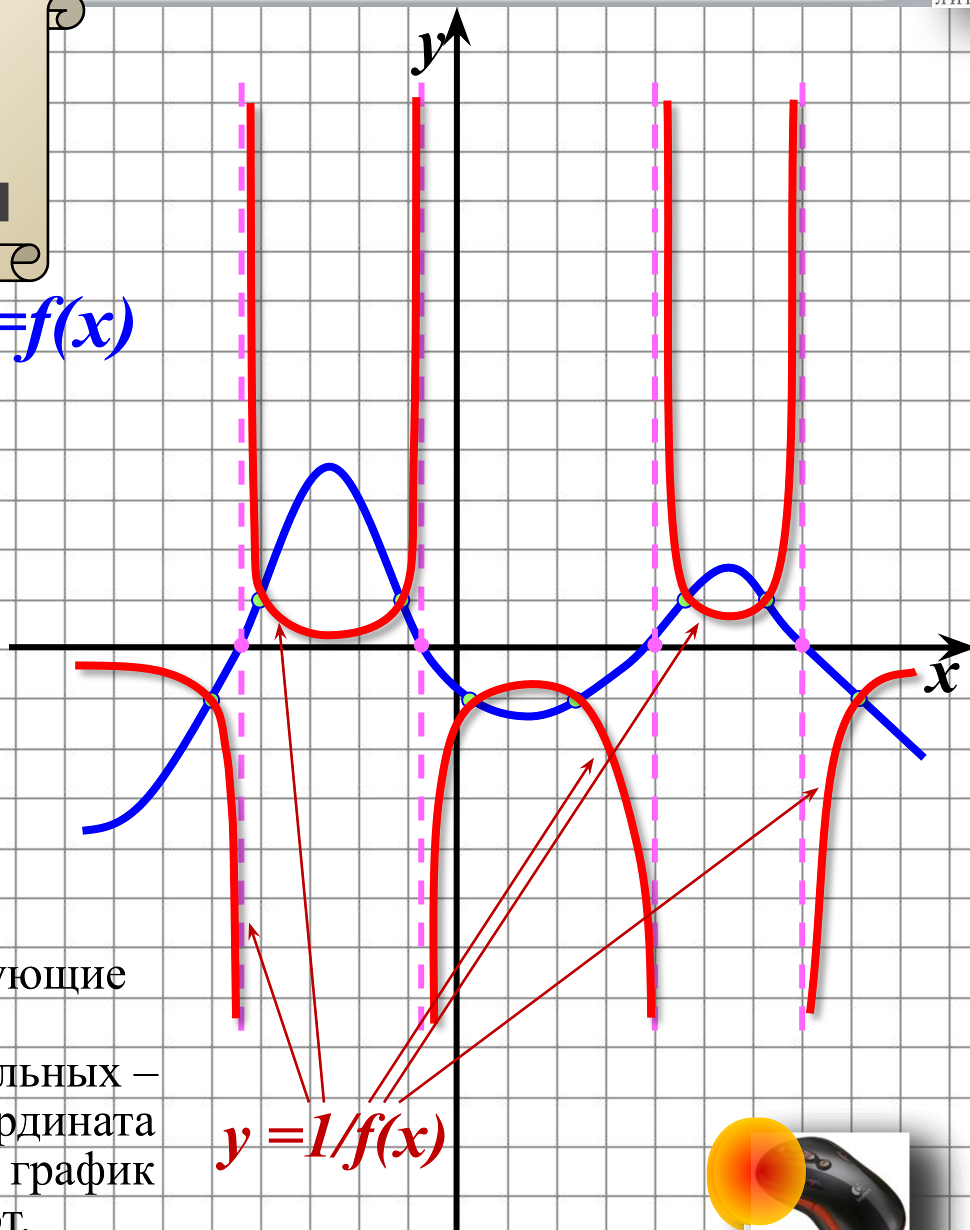
Постройте схематически график функции $y=1/f(x)$, если известен график функции $y=f(x)$

1 шаг: Предположим, график функции $y=f(x)$ имеет такой вид

2 шаг: Построим вертикальные асимптоты для графика $y=1/f(x)$. Они будут проходить через точки пересечения графика $y=f(x)$ и оси oX.

3 шаг: Точки графика $y=f(x)$ с ординатами $y=1$ и $y=-1$ будут общими для обоих графиков.

4 шаг: Для точек графика $y=f(x)$ с положительными ординатами соответствующие точки графика $y=1/f(x)$ будут иметь также положительные ординаты, а для отрицательных – отрицательные. Чем больше по модулю ордината точки графика $y=f(x)$, тем в большей мере график $y=1/f(x)$ приближается к оси oX и наоборот.



Сравнение методов сложения и деления графиков

построим методом сложения и методом деления график функции и сравним результаты

$$y = \frac{x^2+1}{x}$$

Выполним преобразования выражения

для **сложения** графиков

$$y = \frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x}$$

$$y = y_1 + y_2$$

для **деления** графиков

$$y = \frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{\frac{x}{x^2+1}}$$

$$y = 1/y_3$$

Сложение графиков

построим график

$$y = x + \frac{1}{x}$$

1 шаг: построим график функции

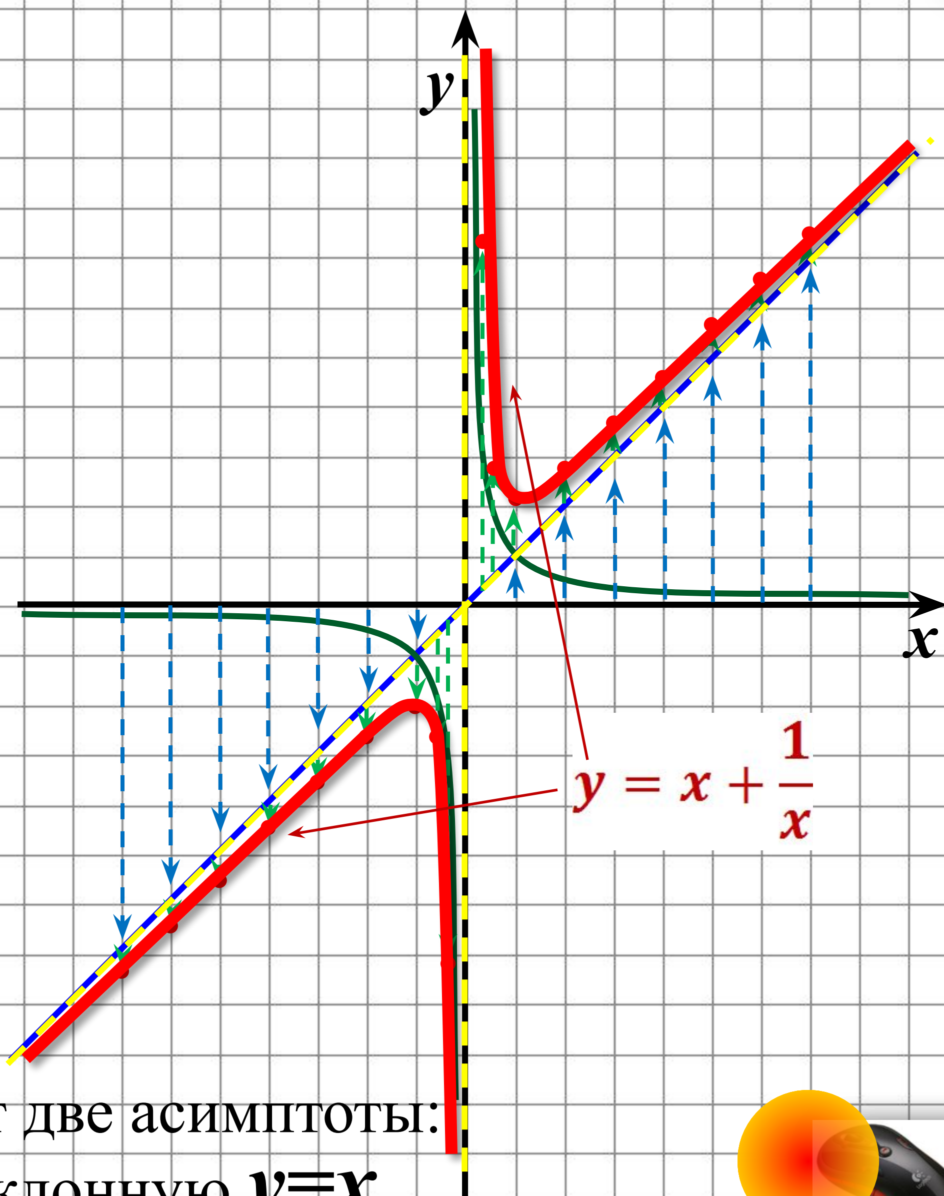
$$y=x$$

2 шаг: построим график функции

$$y=1/x$$

3 шаг: $y = x + \frac{1}{x}$

Ординату искомого графика получим сложением ординат построенных графиков в той самой точке



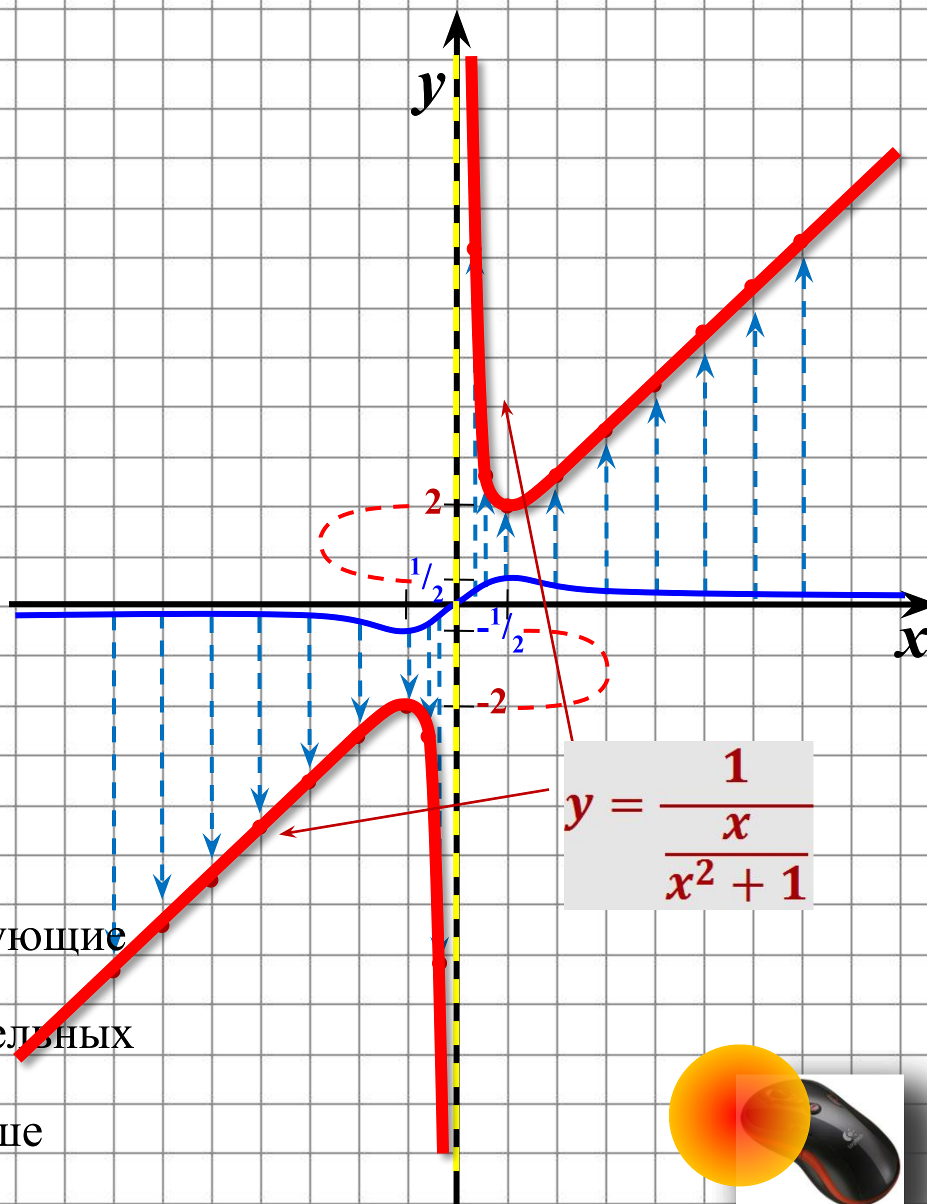
Построенный график имеет две асимптоты:

- вертикальную $x=0$; - наклонную $y=x$.

АВИА строительный ЛИЦЕЙ

построим график

$$y = \frac{1}{\dfrac{x}{x^2+1}}$$



1 шаг: Предположим, нам известен график функции $y_3 = \frac{x}{x^2+1}$

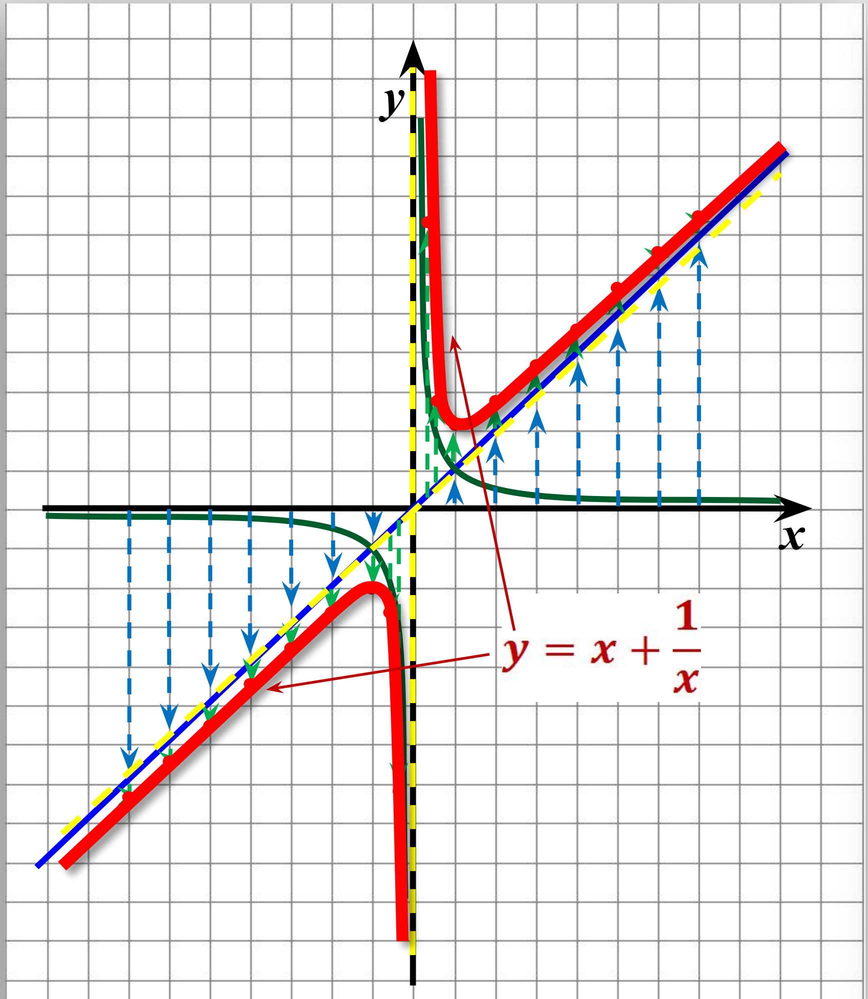
2 шаг: построим вертикальную асимптоту для графика $y=1/y_3$. Она будет проходить через точку пересечения графика $y_3=f(x)$ с осью oX.

3 шаг: график $y_3=f(x)$ не имеет точек с ординатами $y=1$ и $y=-1$. Следовательно, общие точки графиков функций $y_3=f(x)$ и $y=1/y_3$ отсутствуют.

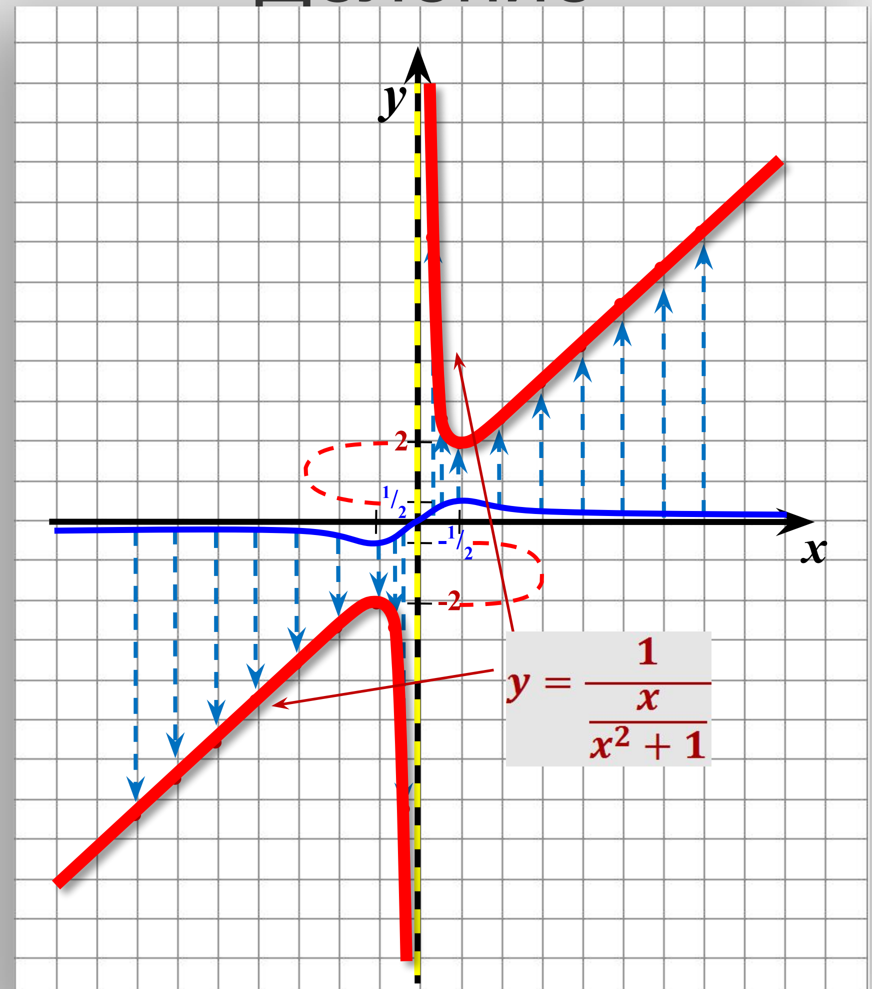
4 шаг: Для точек графика $y_3=f(x)$ с положительными ординатами соответствующие точки графика $y=1/y_3$ будут иметь также положительные ординаты, а для отрицательных – отрицательные. Чем больше по модулю ордината точки графика $y_3=f(x)$, тем больше график $y=1/y_3$ приближается к оси oX и наоборот

Сравнение результатов

Сложение



Деление



1)Графики идентичны, но график, который построен сложением, точно определяет еще и наклонную асимптоту. 2)Суммировать ординаты легче, чем оценивать пропорции их изменения.

Вывод: Для построения графика выбираем тот способ, который обеспечивает более информативный результат и является более удобным в применении.

Успехов в изучении математики!

Список использованных информационных ресурсов

1) Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Шноль Э.Э. Функции и графики (основные приемы) 7-е изд., стереотипное.—М.: МЦНМО, 2006. - 120 с.
2) Гурский И. П.Функции и построение графиков. Пособие для учителей. Изд. 3-е, испр. и доп. М., «Просвещение», 1968. - 215 с.
3) Дороднов А. М., Острецов И. Н., Петросов В. А., Приходов В. Ю., Сафонов И. Б.. Графики функций. Учеб. пособие для поступающих в вузы. М., «Высш. школа», 1972, - 104 с.
4) Ершов Л. В., Райхмист Р. Б. Построение графиков функций: Кн. для учителя М.: Просвещение, 1984, - 80 с.