Fakultə:İTİF

Qrup:653.18

Tələbə:Qafarov Aydın

Fənn: Proqramlaşdırmanın əsasları

Mövzu: Xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həlli metodları

Elmi rəhbər: Bayramov İmran Yolçu

l

- Müasir texnikanın bir çox nəzəri və tətbiqi məsələləri xüsusi törəməli diferensial tənliklərlə ifadə olunur. Bu tənliklərin həlli üçün analitik şəkildə düsturlar almaq əksər hallarda mümkün olmur. Bununla əlaqədar olaraq xüsusi törəməli diferensial tənliklərin sərhəd məsələlərinin həlli üçün təqribi metodların istifadə oluması mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Ona görə də iki naməlum dəyişəni olan ikinci tərtib xüsusi törə mələri olan xətti tənliklər üçün sərhəd məsələlərinə baxaq.

(1.1) $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$; (1.2) $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=F$$

Puasson tənlikləri üçün Dirixle məsələsinin həllinə baxaq. Yəni (1.1) və (1.2) tənliklərini və aşağıdakı sərhəd şərtlərini ödəyən u(x,y) funksiyasını tapmaq lazımdır.

II

1) $u(0,u)=f_1(y),\ y\in[0,b]$; 2) $u(a,y)=f_2(y),\ y\in[0,b]$; 3) $u(x,0)=f_3(x),\ x\in[0,a]$; 4) $u(x,b)=f_4(x), x\in[0,a]$

- Burada f_1, f_2, f_3, f_4 verilmiş funksiyalardır. Hesab edirik ki, verilmiş oblastın daxilində u(x,y) funksiyası kəsilməz funksiyadır, yəni $f_1(0)=f_3(0),\ f_1(b)=f_4(0),\ f_2(0)=f_3(a), f_2(b)=f_4(a).$

x və y-ə uyğun olaraq h və l addımlarını götürək və $x_i=ih, i=0,1,2,...,n,\ y_j=jl,\ j=0,1,2,...,m,$ haradakı, $x_n=nh=a,\ y_m=ml=b$ torunu quraq. (1.1) və (1.2) tənliklərini sonlu fərqlərlə aproksimasiya etmək üçün aşağıdakı şəkildə göstərilən tor oblastı istifadə olunur. $u_{ij}=u(x_i,y_j)$ qəbul edək. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ və $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ xüsusi törəmələrinin torun daxili nöqtələrində aproksimasiyası aşağıdakı kimi olar:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{u_{i+1,j}-2u_{ij}+u_{i-1,j}}{h^2}+o(h^2),\quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{u_{i,j+1}-2u_{ij}+u_{i,j-1}}{l^2}+o(l^2)$$

III

- Bunları (14.1) və (14.2)-də nəzərə alaq:

$$\frac{u_{i+1,j}-2u_{ij}+u_{i-1,j}}{h^2}+\frac{u_{i,j+1}-2u_{ij}+u_{i,j-1}}{l^2}=0 \quad (1.3) \quad i=1,...,n-1, \quad j=1,...,m-1.$$

$$\frac{u_{i+1,j}-2u_{ij}+u_{i-1,j}}{h^2}+\frac{u_{i,j+1}-2u_{ij}+u_{i,j-1}}{l^2}=F \quad (1.4) \quad i=1,...,n-1, \quad j=1,...,m-1.$$

- Diferensial tənliklərin belə aproksimasiyası zamanı xəta $o(h^2+l^2)$ olur. (14.1) və (14.2) tənlikləri u(x,y)-in torun (x_i, y_i) nöqtələrindəki təqribi qiymətlərinə görə xətti cəbri tənliklər sisteminə çevrilir.

IV

- l=h olan halda bu sistem aşağıdakı kimi olar:

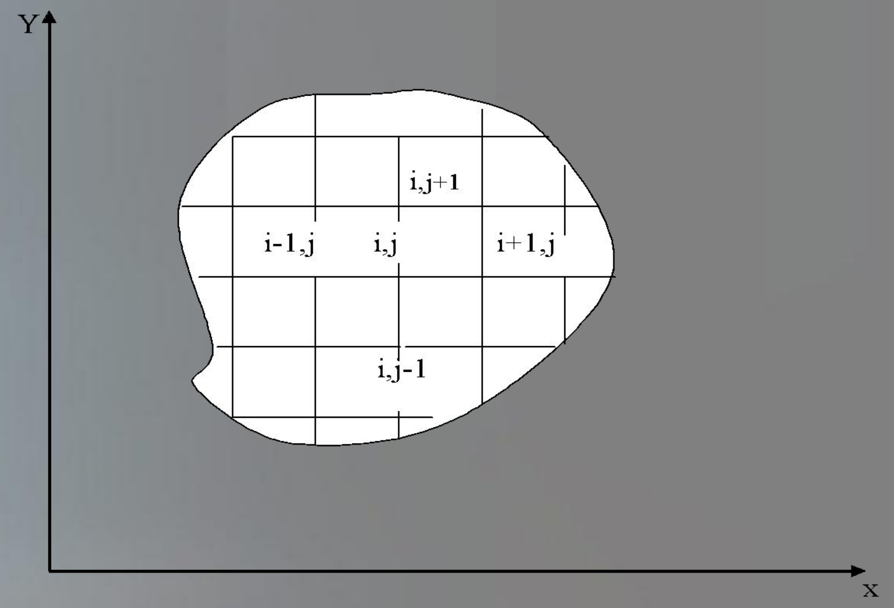
(1.5) $$u_{ij} = (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1})/4,$$

$$u_{i0} = f_3(x_i), u_{i,m} = f_4(x_i), \quad u_{0j} = f_1(y_i), \quad u_{nj} = f_2(y_i),$$

i=0,1,2,...,n-1, j=0,1,2,...,m-1.

- Beləliklə, verilmiş düzbucaqlı oblastda Laplas və Puasson tənlikləri üçün Dirixle məsələsinin həlli u(x,y) funksiyasının torun daxili nöqtələrində u_{ij} təqribi qiymətlərinin tapılmasına gəlir. u_{ij} -ları tapmaq üçün isə (1.5) tənliklər sistemini həll etmək lazımdır. Bu sistemi həll etmək üçün Qauss-Zeydel metodundan istifadə etmək daha əlverişlidir. Bu üsul aşağıdakı şəkildə iterasiyalar ardıcıllığının qurulmasına əsaslanır:

$$u_{ij}^{(s+1)} = \frac{1}{4}\left[u_{i-1,j}^{(s+1)} + u_{i+1}^{(s)} + u_{i,j+1}^{(s)} + u_{i,j-1}^{(s+1)}\right]$$



V

- Yuxarıdaki düsturda “s” – iterasiyaların nömrəsini göstərir. $s \to \infty$ şərtində $u_{ij}^{(s)}$ ardıcıllığı (1.5) sisteminin dəqiq həllinə yığılır. İterasiya prosesinin sonu kimi $\max \left| u_{ij}^{(s)} - u_{ij}^{(s+1)} \right| < \varepsilon$,

$1 \le i \le n-1, \quad 1 \le j \le m-1$ qəbul edilir. Baxılan məsələnin kompüterdə həlli üçün C++ proqramlaşdırma dilində proqram kodunu aşağıdakı kimi tərtib etmək olar:

1)

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <iomanip>
using namespace std;
double p(double x)
{
   return exp(x);
}
double q(double x)
{
   return x/2;
}
double f(double x)
{
   return x * x;
}
```

2)

```
double v[50];
double u[50];
double y[50];
double a,b,aa,bb,t,c,d,a0,a1,b0,b1,x,h,r1,r2;
int i,j,n;
int main()
{
cout << "a, b, h = ";
cin >> a,b,h;
cout << " serhed emsal = ";
cin >> a0,a1,c,b0,b1,d;
r1:=h*h;r2:=h/2;u[0]:=-a1/(a0*h-a1);
v[0]:=c*h/(a0*h-a1);
x:=a;n:=trunc((b-a)/h);
for (int i = 0; i <= n-1; ++i)
```

VI

- 3)

```
{
x:=x+h;t:=(2+p(x)*h)/(2*r1);
aa:=(2-p(x)*h)/(2*r1);bb:=-(2-q(x)*r1)/r1;
u[i]:=-t/(aa*u[i-1]+bb);
v[i]:=(f(x)-aa*v[i-1])/(aa*u[i-1]+bb);
}
v[n]:=(d*h+v[n-1]*b1)/(b0*h+b1-b1*u[n-1]);
y[n]:=v[n];
for (int i = n-1; i >=0; --i)
```

4)

```
{
y[i]:=v[i]+u[i]*y[i+1]; x:=a;
}
for (int i = 0; i <= n; ++i)
{
cout << fixed << setprecision(4) << x << "\t" << fixed <<
setprecision(4) << y[i] << endl;
x:=x+h;
}
}
```

Vaxtıvıza görə təşəkkürlər.