

**Демонстрационная  
презентация курса  
математика**

# МАТРИЦЫ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$m = n$$

$A$  – квадратная  
матрица

$$m \neq n$$

$A$  – прямоугольная  
матрица

# МАТРИЦЫ. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$a_{ik} = 0$   
нулевая  
матрица

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$a_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq k \\ 1 & \text{при } i = k \end{cases}$$

$E$  – единичная  
матрица

# МАТРИЦЫ. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

( $a_{ik} = 0$  для всех  $i \neq k$ )  
диагональная матрица

$$(a_{11} \quad a_{12} \quad \dots \quad a_{1n})$$

матрица – строка

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$$

матрица –  
столбец

# МАТРИЦЫ. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$(a_{ij} = a_{ji}, A = A^T)$$

симметрическая,  
самосопряженная матрица

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

транспонированная матрица

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

треугольная  
матрица

# ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ

$A, B$  одинаковой размерности

$$A + B = C$$

$$a_{ij} + b_{ij} = c_{ij}$$

$$A=B, \text{ если } a_{ij} = b_{ij}$$

# ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ

$$\lambda \cdot A = A \cdot \lambda = C$$

$$C = \lambda a_{ij} \quad (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$$

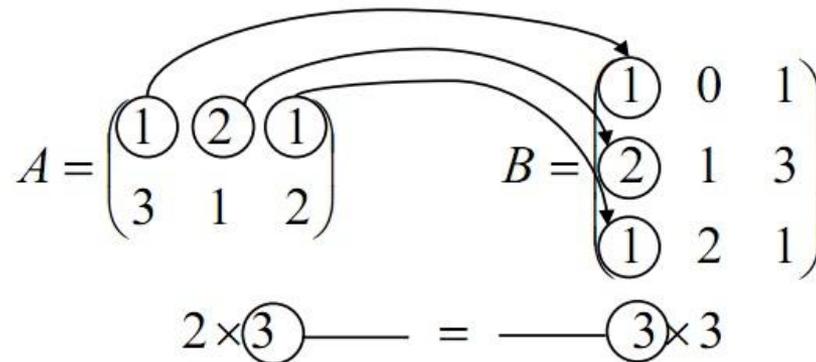
# ПРОИЗВЕДЕНИЕ МАТРИЦ

$$A_{mn}, B_{nk}$$

количество столбцов матрицы  $A$  = количеству строк матрицы  $B$

$$A_{mn} B_{nk} = C_{mk}$$

$$C_{ij} = \sum_{l=1}^m a_{il} \cdot b_{lj}$$



$$C_{11} = \sum_{l=1}^3 a_{1l} \cdot b_{l1}$$

# ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

$$\Delta = \det A \neq 0$$

$A$  – невырожденная  
(неособенная)

$$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

$$(A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E)$$

$A$  – обратная матрица



# СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

## Матричный метод

Пусть  $m = n$ .

Система (1) может быть записана в виде  $AX = B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Решение этой системы имеет вид  $X = A^{-1} \cdot B$  (если  $\Delta \neq 0$ ), где

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

( $A_{ij}$  – алгебраические дополнения соответствующих элементов определителя)

## ФОРМУЛЫ КРАМЕРА

Если  $\Delta = \det A \neq 0$ , то система (1) имеет единственное решение

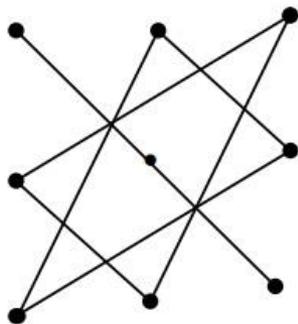
$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

где  $\Delta$  – определитель матрицы  $A$ , а  $\Delta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – определитель матрицы, полученной из матрицы системы заменой  $i$ -го столбца на столбец свободных членов.

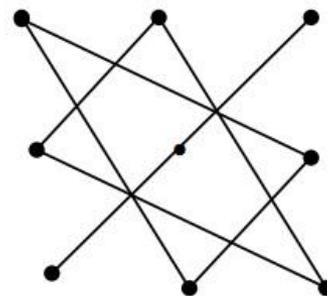
# ОПРЕДЕЛИТЕЛИ 2-го и 3-го ПОРЯДКА

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{21}a_{12}a_{33}$$



СО ЗНАКОМ «+»



СО ЗНАКОМ «-»

# ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Минором  $M_{ij}$  элемента  $a_{ij}$  определителя  $n$ -го порядка называется определитель  $(n-1)$ -го порядка, полученный из данного вычеркиванием  $i$ -ой строки и  $j$ -ого столбца.

Алгебраическим дополнением  $A_{ij}$  элемента  $a_{ij}$  определителя  $n$ -го порядка называется минор этого элемента, умноженный на  $(-1)^{i+j}$ , где  $(i+j)$  – сумма номеров строки и столбца, на пересечении которых расположен этот элемент:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

Определитель квадратной матрицы  $n$ -го порядка равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на алгебраические дополнения этих элементов

$$\Delta = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in}, \text{ где } i \text{ – номер строки (столбца).}$$

# ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. СВОЙСТВА

Определитель равен нулю если выполнено одно из условий:

- все элементы какой-либо строки (столбца) равны нулю;
- определитель имеет две одинаковые строки (столбца);
- все элементы одной строки (столбца) пропорциональны соответствующим элементам другой строки (столбца).