

Свойства логарифмов



Вычислите:

$$\log_4 16$$

$$\log_3 81$$

$$\log_3 \frac{1}{3}$$

$$\log_2 8$$

$$\log_5 125$$

$$\log_{0,5} \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{9} \right)$$

Вычислите:

$$\log_5 \frac{1}{25}$$

$$\log_3 \sqrt[5]{3}$$

$$\log_{0,3} 0,09$$

$$\log_e e$$

$$\log_{10} 0,001$$

$$\log_\pi \pi$$

Определение

$$\log_a b = x, \quad \begin{array}{l} a > 0, \\ a \neq 1, \\ b > 0 \end{array}$$

$$a^x = b$$

- Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r , p -
любые действительные числа.

$$a^{\log_a b} = b$$

$$a^{\log_a c} = c$$

$$a^{\log_a b} \cdot a^{\log_a c} = b \cdot c$$

$$a^{\log_a b + \log_a c} = b \cdot c$$

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r , p -
любые действительные числа.

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

Пример $\log_4 8 + \log_4 2 =$

$$\log_4(8 \cdot 2) = \log_4 16 = 2$$

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r , p -
любые действительные числа.

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

Пример $\log_5 75 - \log_5 3 =$

$$\log_5 \frac{75}{3} = \log_5 25 = 2$$

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r , p — любые действительные числа.

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

Пример $\log_{13} \sqrt[5]{169} = \log_{13} 169^{\frac{1}{5}} =$
 $\frac{1}{5} \log_{13} 169 = \frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}$

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r , p -
любые действительные числа.

$$\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b, \quad p \neq 0$$

Пример $\log_{\sqrt{3}} 27 = \log_{3^{\frac{1}{2}}} 27 =$
 $2 \log_3 27 = 2 \cdot 3 = 6$

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$, r , p -
любые действительные числа.

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b$$

Упражнение № 1.

Вычислить

1) $7 \cdot 10^{\log_{10} 3}$.

2) $6 \cdot 8^{\log_8 5}$.

3) $\frac{42}{2^{\log_2 3}}$.

4) $\frac{54}{7^{\log_7 6}}$.

5) $6^{\log_{36} 16}$.

6) $3^{\log_9 4}$.

7) $\log_{\frac{1}{10}} \sqrt{10}$.

8) $\log_{\frac{1}{23}} \sqrt{23}$.

13) $\frac{\log_5 \sqrt[4]{14}}{\log_5 14}$.

14) $\frac{\log_5 \sqrt[3]{26}}{\log_5 26}$.

9) $\log_{11} 12,1 + \log_{11} 10$.

11) $\log_3 5,4 + \log_3 5$.

10) $\log_5 6,25 + \log_5 4$.

12) $\log_8 112 - \log_8 1,75$.