

ПРОГРАММИРОВАНИЕ
ИЕ
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

№2 – таблицы истинности

№8 – комбинаторика

**№15 – делимость и
КОНЪЮНКЦИЯ**

№2 – таблицы истинности

Логическая функция F задаётся выражением $\neg a \vee (b \wedge \neg c)$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных a, b, c .

?	?	?	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

В ответе напишите буквы a, b, c в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

```
print('a b c')
for a in 0, 1:
    for b in 0, 1:
        for c in 0, 1:
            F = not(a) or (b and not(c))
            if F==0:
                print(a, b, c)
```

```
a b c
1 0 0
1 0 1
1 1 1
```

?	?	?	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Миша заполнял таблицу истинности функции $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных.

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$(\neg x * \neg y) + (y \equiv z) + \neg w$
0		0	1	0
	0		1	0
0	1	1		0

$$(\neg x * \neg y) + (y \equiv z) + \neg w$$

Все три части функции связаны дизъюнкцией,

Следовательно, функция будет = 0 только тогда, когда каждая часть = 0

```

print('x y z w')
for x in 0, 1:
    for y in 0, 1:
        for z in 0, 1:
            for w in 0, 1:
                F =(not(x) and not(y)) or (y==z) or not(w)
                if F==0:
                    print(x, y, z, w)

```

x	y	z	w
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1

z	y	x	w	$(\neg x * \neg y) + (y \equiv z) + \neg w$
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0
0	1	1	1	0

Логическая функция F задаётся выражением $x \vee (z \wedge \neg w) \vee (y \wedge \neg w) \vee (y \wedge \neg z)$. На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

?	?	?	?	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	1	0	1	0

```

print('x y z w')
for x in 0, 1:
    for y in 0, 1:
        for z in 0, 1:
            for w in 0, 1:
                F=x or (z and not(w)) or (y and not(w)) or (y and not(z))
                if F==0:
                    print(x, y, z, w)

```

```

x y z w
0 0 0 0
0 0 0 1
0 0 1 1
0 1 1 1

```

?	?	?	?	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	1	0	1	0

САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Логическая функция F задаётся выражением $x \wedge (y \wedge z \vee z \wedge w \vee y \wedge \neg w)$. На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

?	?	?	?	F
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2. Логическая функция F задаётся выражением $(x \vee y) \rightarrow (y \equiv z)$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий **неповторяющиеся строки**. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

?	?	?	F
		0	0
	0	0	0

Логическая функция F задаётся выражением $(x \equiv \neg y) \rightarrow ((x \wedge w) \equiv z)$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий **неповторяющиеся строки**. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

?	?	?	?	F
1	1			0
1	1		1	0
	1	1		0

Ответ

ы:

1- xzyw

2- ~~yxzw~~

№8 – комбинаторика

1. Вася составляет **4-буквенные слова**, в которых есть только буквы **Л, Е, Т, О**, причём буква **Е** используется в каждом слове **хотя бы 1 раз**. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем.

Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

```
1 n=0
2 s='лето'
3 for a in s:
4     for b in s:
5         for c in s:
6             for d in s:
7                 if (a+b+c+d).count('e')>=1:
8                     n+=1
9 print(n)
```

Ответ:

175

2. Олег составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Олег использует **4-буквенные слова**, в которых есть только буквы А, Б, В, Г, Д и Е, причём буква Г появляется **ровно 1 раз** и только на первом или последнем месте. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Олег?

Буква Г на первом месте	Буква Г на последнем месте
<pre>1 n=0 2 s='АБВГДЕ' 3 for a in 'Г': 4 for b in s: 5 for c in s: 6 for d in s: 7 if (a+b+c+d).count('Г')==1 : 8 n+=1 9 print(n) #125</pre>	<pre>1 n=0 2 s='АБВГДЕ' 3 for a in s: 4 for b in s: 5 for c in s: 6 for d in 'Г': 7 if (a+b+c+d).count('Г')==1 : 8 n+=1 9 print(n) #125</pre>

Ответ: 250=125+125

Вася составляет **4-буквенные слова**, в которых есть только буквы **Б, У, Ф, Е, Р**, причём буква **Р** используется в каждом слове **хотя бы 2 раза**. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

```
1 n=0
2 s='буфер'
3 for a in s:
4     for b in s:
5         for c in s:
6             for d in s:
7                 if (a+b+c+d).count('p')>=2: # буква 'p'
8                                                 # должна встречаться хотя бы два раза
9                     n+=1
10 print(n) # 113
```

Маша составляет 5-буквенные коды из букв В, У, А, Л, Ъ. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом буква Ъ не может стоять на первом месте и перед гласной. Сколько различных кодов может составить Маша?

```
1 n=0
2 s='вуаль'
3 for a in s[:4]: # s без 'ь'
4     for b in s:
5         for c in s:
6             for d in s:
7                 for e in s:
8                     st=a+b+c+d+e # полученный 5-буквенный код
9                     for x in s:
10                        if st.count(x)!=1:
11                            break
12                        else: # все символы встретились ровно один раз
13                            if st.count('ьу')==0 and st.count('ья')==0:
14                                n+=1
15 print(n) #60
```

Самостоятельно

1. Сколько четырёхбуквенных слов, начинающихся с согласной буквы и заканчивающихся гласной буквой, можно составить из букв К, В, А, Н, Т? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова не обязательно должны быть осмысленными словами русского языка.
2. Дима составляет 6-ти буквенные кодовые слова из букв А, К, Ц, Е, Н, Т. Каждая буква встречается ровно один раз, причем буквы А и К, а также буквы Н и Т должны стоять рядом. Сколько различных кодовых слов может составить Дима?
3. Дима составляет шестизначные числа, в которых есть только цифры 1, 2 и 3, причём цифра 1 используется в каждом числе не более 2 раз и стоит на первом или на втором месте. Каждая из других допустимых цифр может встречаться в числе любое количество раз или не встречаться совсем. Числом считается любая допустимая последовательность цифр. Сколько существует таких чисел, которые может написать Дима?

ОТВЕТЫ

№1- 100

№2 – 96

№3 -144

№15 – делимость и конъюнкция

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи).

Определите **наименьшее** натуральное число A , такое что выражение

$$(x \& 43 = 0) \vee ((x \& 50 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
for a in range (1,100):
    t = 1
    for x in range(1,100):
        t*=(x & 43 == 0) or ((x & 50 == 0) <= (x & a!= 0))
    if t==1:
        print(a)
```

Определите **наибольшее** натуральное число A , такое что выражение

$$(x \& A \neq 0) \rightarrow (((x \& 17 = 0) \wedge (x \& 5 = 0)) \rightarrow (x \& 3 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
for a in range(1,100):
    t = 1
    for x in range(1,100):
        t*=(x & a!=0) <= (((x & 17 == 0) and (x & 5 == 0)) <= (x & 3!=0))
    if t==1:
        print(a)
```

Определите **наибольшее** натуральное число A , такое что выражение

$$((X \& 28 = 0) \vee (X \& 22 = 0)) \rightarrow ((X \& 56 \neq 0) \rightarrow (X \& A = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
for a in range(1,100):
    t = 1
    for x in range(1,100):
        t*=((x & 28 == 0) or (x & 22 == 0)) <=((x & 56!= 0) <=(x & a == 0))
    if t==1:
        print(a)
```

4

16

20

Самостоятельно

1. Для какого наибольшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow ((x \& 17 = 0 \wedge x \& 5 = 0) \rightarrow x \& 3 \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

2. Определите наибольшее натуральное число A , такое что выражение

$$(((x \& 13 \neq 0) \vee (x \& 39 = 0)) \rightarrow (x \& 13 \neq 0)) \vee ((x \& A = 0) \wedge (x \& 13 = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1

3. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& A = 0) \wedge \neg(x \& 35 \neq 0 \rightarrow x \& 52 \neq 0)$$

тождественно **ложна** (то есть принимает значение 0)

ОТВЕТ

ы.

№1-23

№2- 47

№3 - 3

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого **наименьшего** натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
for a in range (1,100):
    t = 1
    for x in range(1,100):
        t*=(x%a==0) <= ((x%21==0)or(x%35==0))
    if t==1:
        print(a)
```

Ответ:

21

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого **наименьшего** натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном

```
for a in range (1,100):
    t = 1
    for x in range(1,100):
        t*=(x%a==0) <= ((x%21!=0)or(x%35==0))
    if t==1:
        print(a)
```

Ответ: 5

Самостоятельно

5. Для какого наибольшего натурального числа A формула $\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$ тождественно истинна?
6. Для какого наименьшего натурального числа A выражение $(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 18)$ тождественно истинно?
7. Для какого наибольшего натурального числа A формула $(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 15))$ тождественно истинна?
8. Для какого **наименьшего** натурального числа A формула $(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \text{ДЕЛ}(x, 15))$ тождественно истинна
9. Для какого **наименьшего** натурального числа A формула $(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 12)) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 42) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 12))$ тождественно истинна?

ОТВЕТЫ

5. 18

6. 18

7. 90

8. 15

9. 7