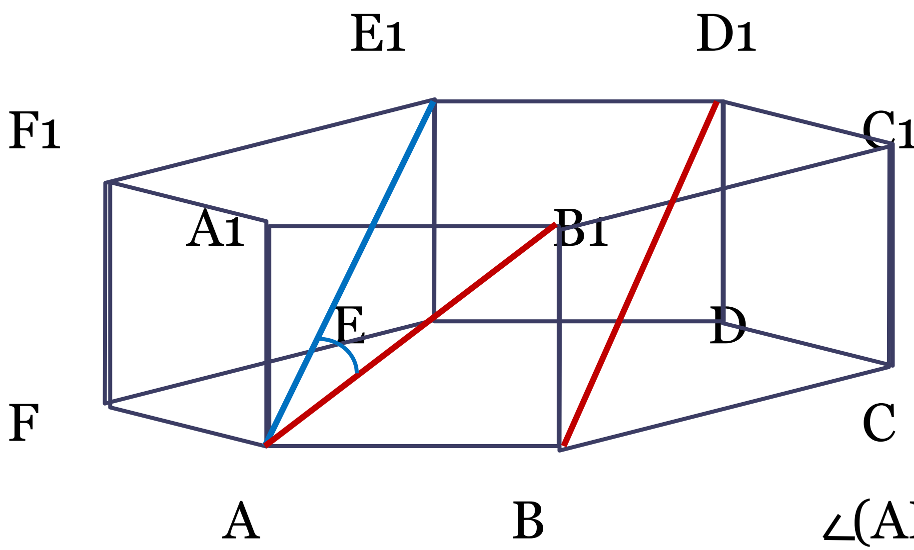
Нахождение угла между скрещивающимися прямыми.

Решение задач уровня С.

Аргументы.

1). Определение скрещивающихся прямых.
2). Определение угла между скрещивающимися прямыми.
3). Признак скрещивающихся прямых.
4). Теорема Пифагора.
5). Свойство высоты равнобедренного треугольника, проведенной к основанию.
6). Определение правильной призмы.
7). Определение синуса острого угла прямоугольного треугольника.
8). Определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника.
9). Определение правильного многоугольника.
10). Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника.
11). Свойство окружности, описанной около правильного шестиугольника.

Задача. Все ребра правильной призмы $ABCDEF_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равны по 1. Найти косинус угла между прямыми AB_1 и BD_1.

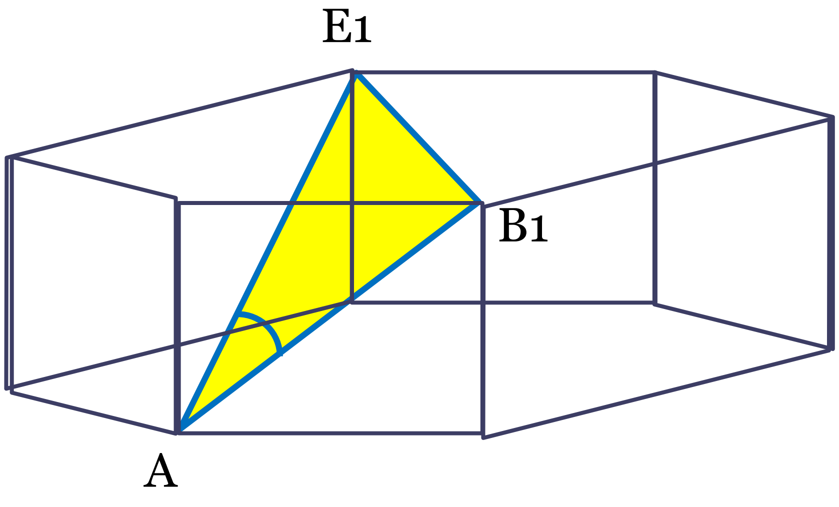


1). AB_1 и BD_1- *скрещивающиеся* прямые.

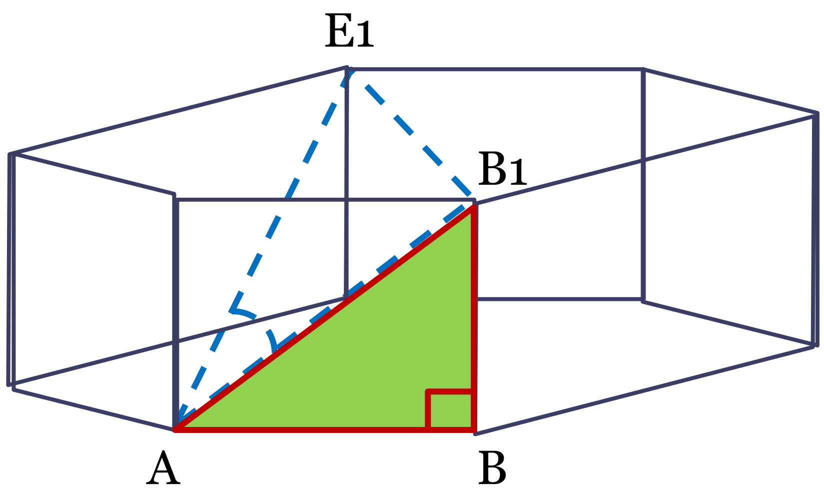
$\angle(AB_1, BD_1) = \angle(AB_1, AE_1)$,

т.к. $AE_1 \parallel BD_1$.

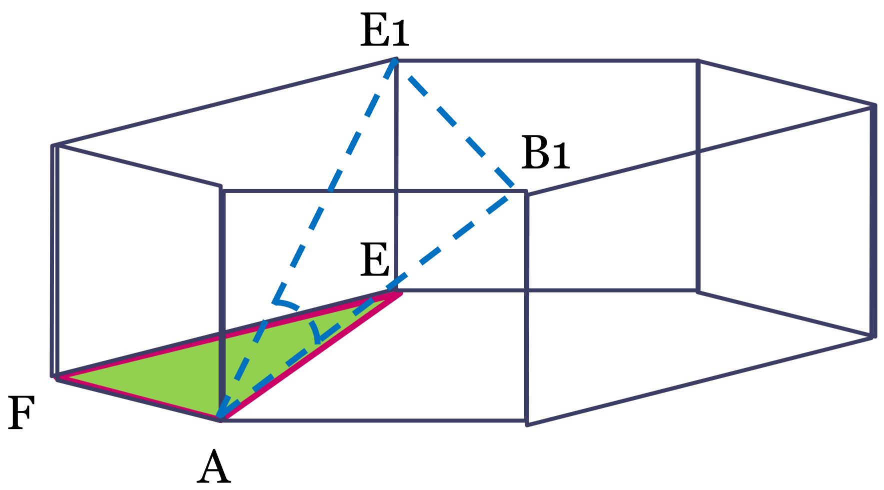
Найдем косинус $\angle B_1AE_1$.



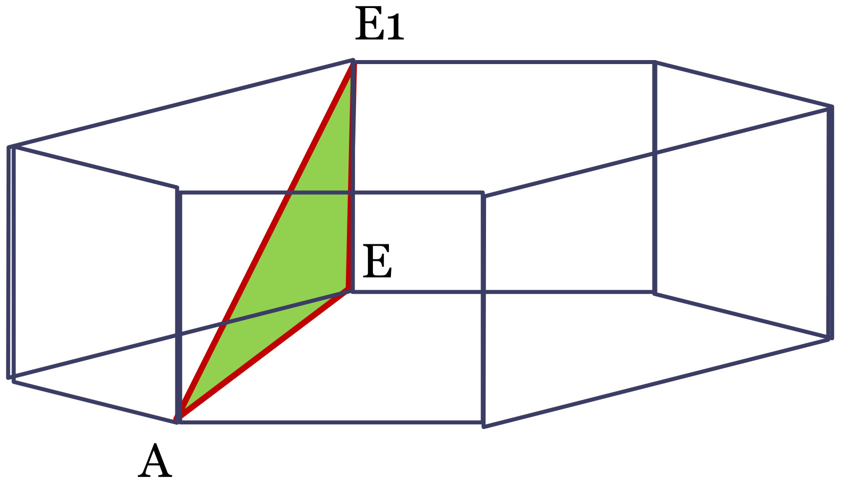
Δ ABB_1-прямоугольный: $AB_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$



Δ AFE - равнобедренный: $AE = 2 \cdot \sin 60^{\circ} = \sqrt{3}$

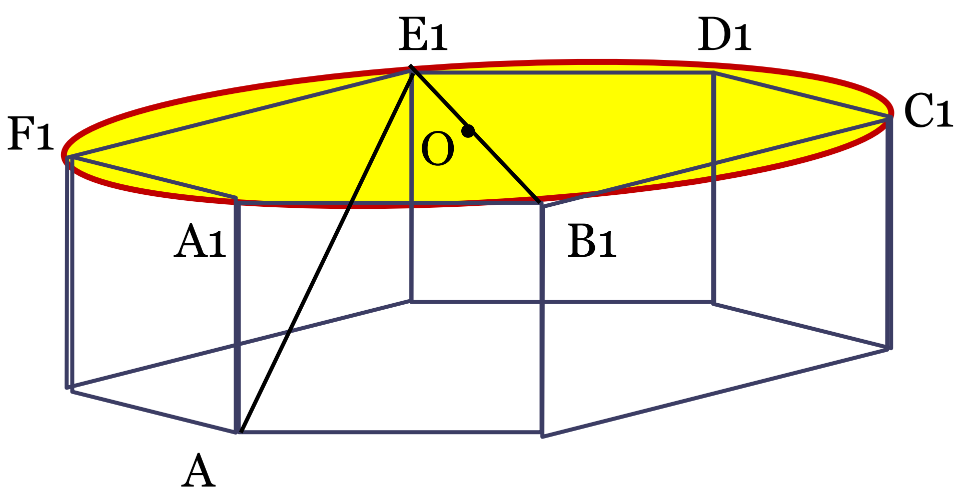


Δ AEE_1- прямоугольный: $AE_1 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$



$B_1E_1 = B_1O_1 + O_1E_1 = 2$, O- центр описанной окружности около правильного шестиугольника $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$.

$B_1E_1 = AE_1 = 2$.



$$\cos \angle B_1AE_1 = \frac{\frac{AB_1}{2}}{AE_1} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

<u>Ответ:</u> $\frac{\sqrt{2}}{4}$