

Нахождение угла между скрещивающимися прямыми.

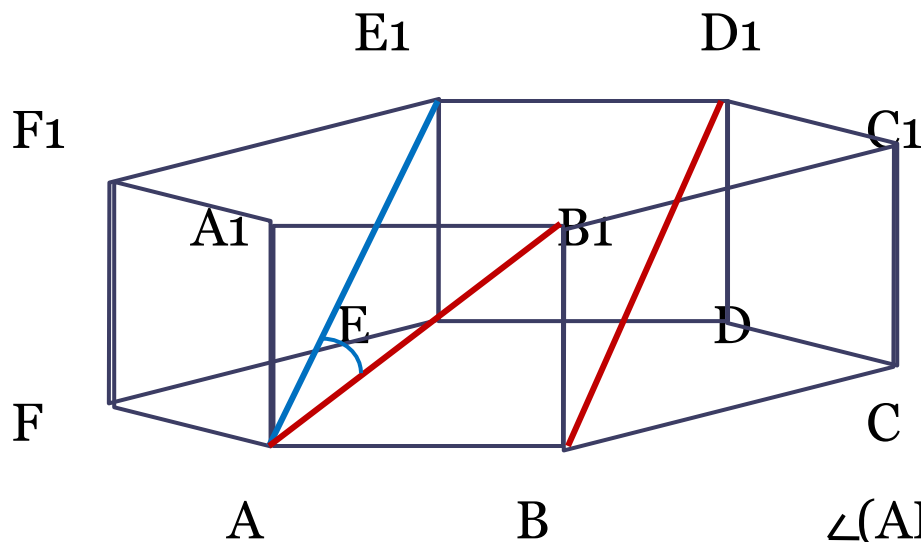
Решение задач уровня С.



Аргументы.

- 1). Определение скрещивающихся прямых.
- 2). Определение угла между скрещивающимися прямыми.
- 3). Признак скрещивающихся прямых.
- 4). Теорема Пифагора.
- 5). Свойство высоты равнобедренного треугольника, проведенной к основанию.
- 6). Определение правильной призмы.
- 7). Определение синуса острого угла прямоугольного треугольника.
- 8). Определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника.
- 9). Определение правильного многоугольника.
- 10). Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника.
- 11). Свойство окружности, описанной около правильного шестиугольника.

Задача. Все ребра правильной призмы $ABCDEF_1B_1C_1D_1E_1F_1$ равны по 1.
 Найти косинус угла между прямыми AB_1 и BD_1 .



1). AB_1 и BD_1 -

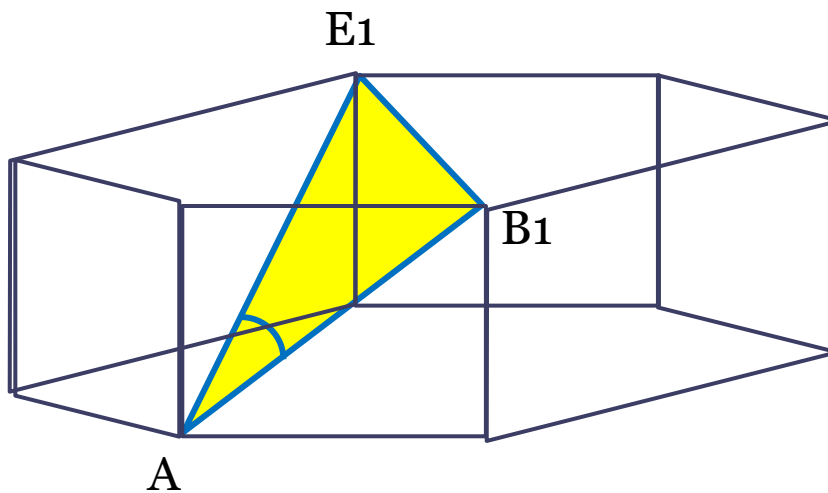
скрещивающиеся

прямые.

$$\angle(AB_1, BD_1) = \angle(AB_1, AE_1),$$

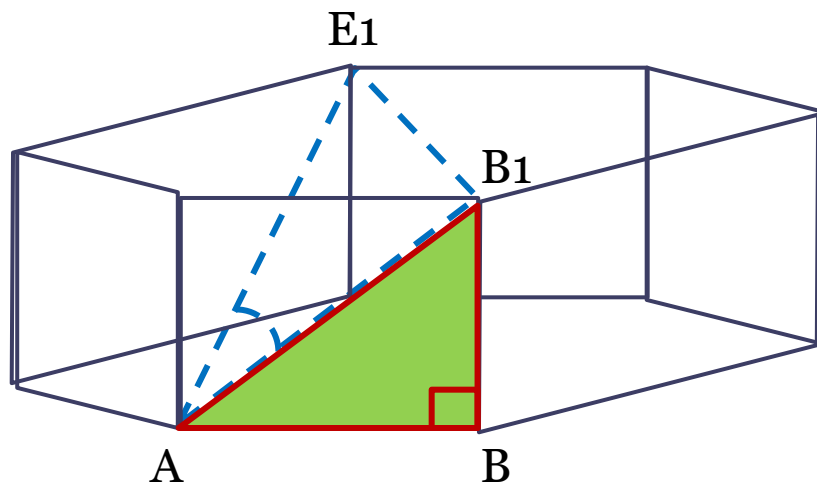
т.к. $AE_1 \parallel BD_1$.

Найдем косинус $\angle B_1AE_1$.

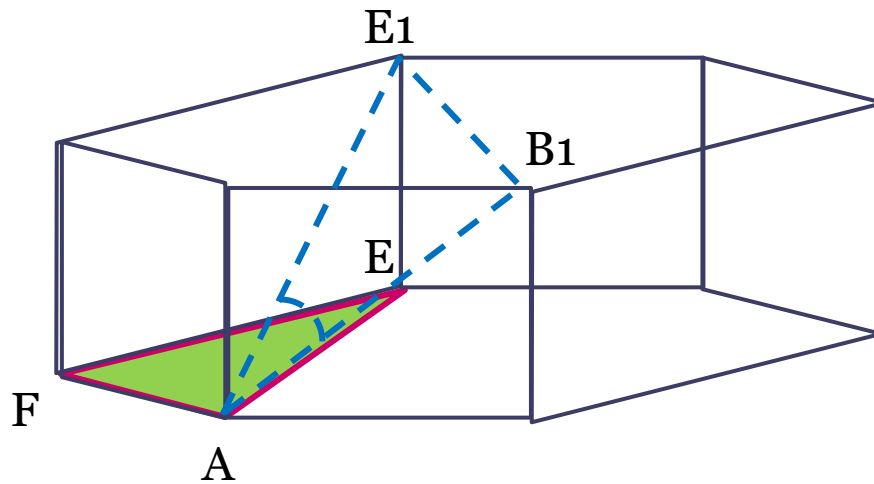


ΔABV_1 -прямоугольный:

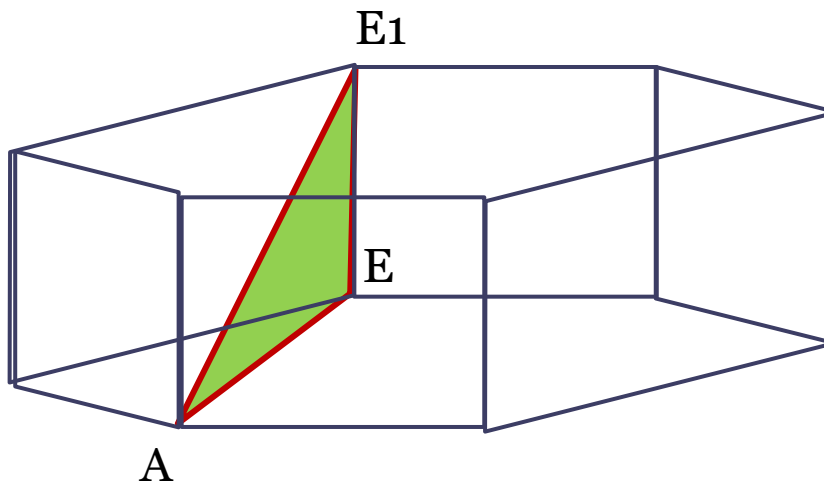
$$AB_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$



ΔAFE - равнобедренный: $AE = 2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}$

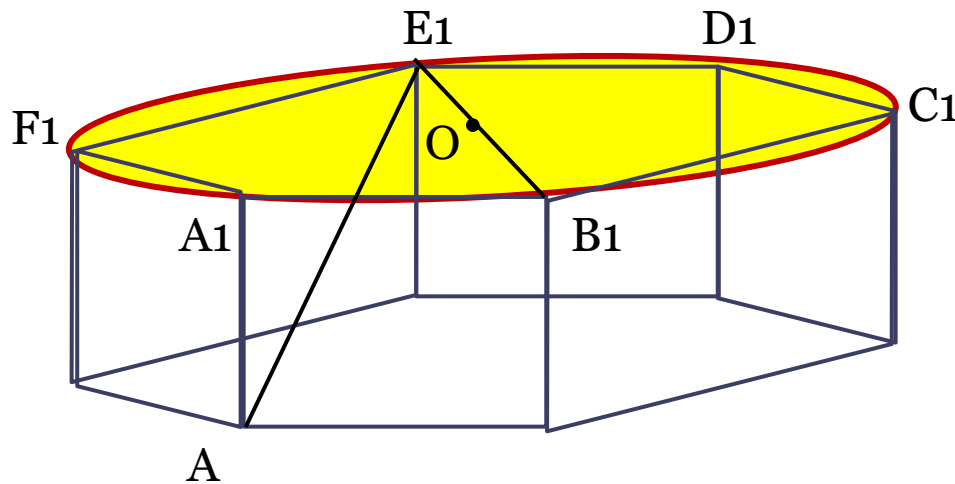


ΔAEE_1 - прямоугольный: $AE_1 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$



$B_1E_1 = B_1O_1 + O_1E_1 = 2$, O - центр описанной окружности
около правильного шестиугольника
 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$.

$$B_1E_1 = AE_1 = 2.$$



$$\cos \angle B_1AE_1 = \frac{AB_1}{AE_1} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{4}$

