ИЭиТС, 13.03.02, 1 курс

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ЛЕКЦИЯ №2

Цели и задачи дисциплины «ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА»

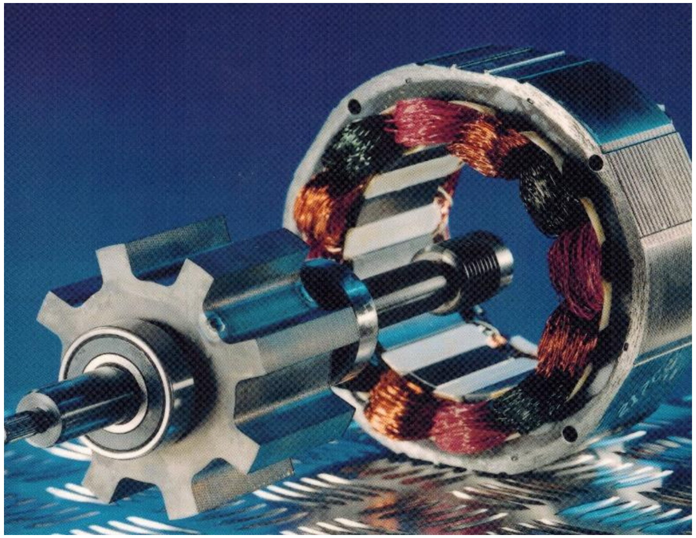
Цель дисциплины – освоение методов анализа и расчета электрических и магнитных цепей, получение общего представления о теории электромагнитного поля.

Задача дисциплины – изучение магнитного поля и его проявлений в различных технических устройствах, усвоение современных методов анализа и расчета электрических цепей, электрических и магнитных полей, знание которых необходимо для успешной профессиональной деятельности.

Курс лекций: ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Сергей Юльевич Грачев

доц., к.т.н., кафедра «Электротехника и электроэнергетика», ИЭиТС



Структура курса

- Однофазные электрические цепи
- Трехфазные электрические цепи
- Машины постоянного тока
- Трансформаторы
- Асинхронные двигатели

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать: устройство, принцип действия, области применения основных электротехнических устройств и электроизмерительных приборов;
уметь: использовать инструкции, описания, технические паспорта о работе устройств и установок;
владеть: методикой расчета простейших электрических цепей.

Виды учебной работы: лекции и лабораторные работы

Изучение дисциплины заканчивается зачетом и экзаменом.

Комплексный метод расчета

Расчет токов и напряжений в цепях синусоидального тока с помощью методов, основанных на законах Кирхгофа, Ома, Фарадея, Джоуля—Ленца, значительно сложнее из-за необходимости выполнения сложных действий с тригонометрическими функциями. Трудности расчета облегчает применение комплексного метода, основанного на замене операций с синусоидальными функциями операциями с комплексными числами.

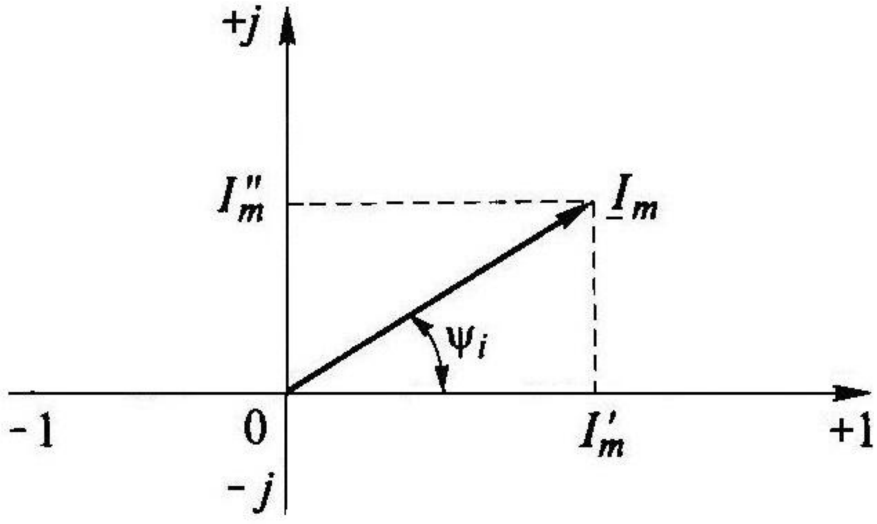
Представление комплексных чисел

а) в алгебраической форме $\underline{A}=A'+jA''$

б) в тригонометрической форме $\underline{A}=A(\cos\alpha+j\sin\alpha)$

в) в показательной форме $\underline{A}=Ae^{j\alpha}$

г) вектором на комплексной плоскости



Складывать и вычитать комплексные числа

$A = A' + jA''$ и $B = B' + jB$

удобнее в алгебраической форме

$A \pm B = (A' + jA') \pm (B' + jB') = (A' \pm A') + j(B' \pm B').$

Умножать и делить комплексные числа легче в полярной форме.

Если , а, то , .

Идеальные элементы цепи переменного тока. Схемы замещения реальных элементов

В реальных пассивных элементах электрической цепи (резисторах, конденсаторах и катушках индуктивности) при синусоидальных токах происходят сложные процессы, связанные с накоплением и перераспределением электрической и магнитной энергии и преобразованием их в тепловую энергию. Поэтому их эквивалентные схемы включают в себя идеальные резистивные, емкостные и индуктивные элементы.

Идеальный резистивный элемент — элемент схемы, в котором происходит необратимое преобразование электрической энергии в работу, теплоту или другой вид энергии. Идеальный резистивный элемент в цепи переменного тока изображается так же, как в цепи постоянного тока, — прямоугольником.

Реальные резистивные элементы — резисторы — изготовляются из различных материалов и имеют разные конструкции. В зависимости от конструкции создаются электрические и магнитные поля, в которых запасается энергия, т.е. резистор имеет дополнительно свойства индуктивного и емкостного элементов. На промышленной частоте эти составляющие малы, и ими можно пренебречь, полагая резистор идеальным. На рис. 2.1 показаны схемы замещения резистора на различных частотах. Рабочим параметром реального резистора является сопротивление, а паразитными параметрами — емкость и индуктивность.

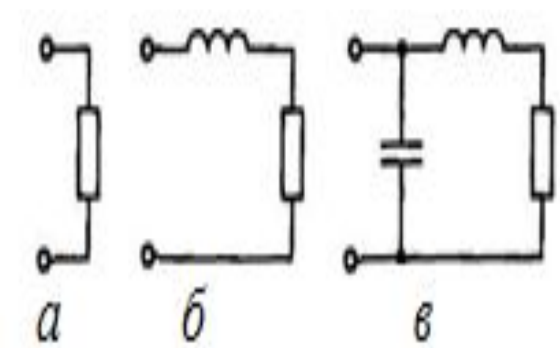


Рис. 2.1. Схемы замещения резистора на низких (*а*), средних (*б*) и высоких (*в*) частотах

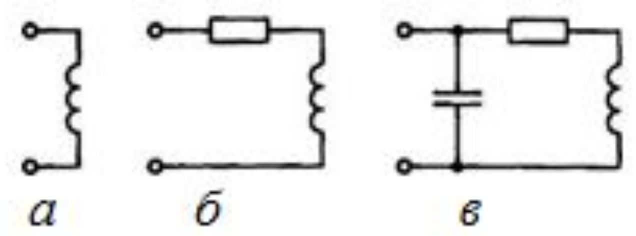
Идеальный индуктивный элемент **—** элемент схемы, в котором запасается энергия магнитного поля. Идеальный индуктивный элемент в цепи переменного тока обозначается буквой ***L.*** Этой же буквой обозначается величина, численно равная отношению потокосцепления Ψ индуктивного элемента к току i и называемая индуктивностью $L = \Psi / i$.

Индуктивность является параметром идеального индуктивного элемента. Единицей индуктивности является генри (Гн). Отношение амплитуд или действующих значений напряжения и тока называется индуктивным сопротивлением и обозначается X_L ($X_L = U_{Lm}/I_m = U_L/I$).

При известных индуктивности L и угловой частоте ω индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$. Величина B_L, обратная X_L, называется индуктивной проводимостью. Синусоидальный ток в индуктивном элементе отстает от напряжения на угол $\pi/2$ (или 90°). Если напряжение $u_L(t) = U_{Lm}\sin\omega t$, то ток $i(t) = I_m\sin(\omega t - 90°)$. В комплексной форме $\underline{U}_{Lm} = j\omega L\underline{I}_m$, или $\underline{U} = j\omega L\underline{I}$.

Идеальный индуктивный элемент близок по свойствам к проволочной катушке, навитой из хорошо проводящей проволоки.

Рис. 2.2. Схемы замещения катушки индуктивности на низких (*а*), средних (*б*) и высоких (*в*) частотах



Схемы замещения реальной катушки могут быть различными в зависимости от области применения (рис. 2.2). Чаще всего учитывают потери энергии на нагревание, а на радиочастотах еще и паразитную емкость. Рабочим параметром катушки индуктивности является индуктивность, а паразитными параметрами — емкость и сопротивление.

Идеальный емкостной элемент — элемент, в котором запасается энергия электрического поля. Идеальный емкостной элемент в цепи переменного тока обозначается буквой *C*. Этой же буквой обозначается величина, численно равная отношению заряда ***q*** емкостного элемента к напряжению и называемая емкостью $C=q/U_C$.

Емкость представляет собой параметр емкостного элемента. Единицей емкости является фарад (Ф).

Отношение амплитуд и действующих значений напряжения и тока называется емкостным сопротивлением и $X_C= U_{Cm}/I_m = U_C/I$. При известных емкости *C* и угловой частоте ω емкостное сопротивление $X_C = 1/\omega C$. Единицей емкостного сопротивления является ом (Ом). Величина B_C, обратная X_C, называется емкостной проводимостью $B_C= 1/X_C$. Синусоидальный ток опережает напряжение на идеальном емкостном элементе на 90°. Если напряжение $u_C(t) =U_{Cm}\sin\omega t$, то ток $i(t) = I_m\sin(\omega t + 90°)$. В комплексной форме или .

$$UCm = -j\frac{1}{\omega C}ICm$$

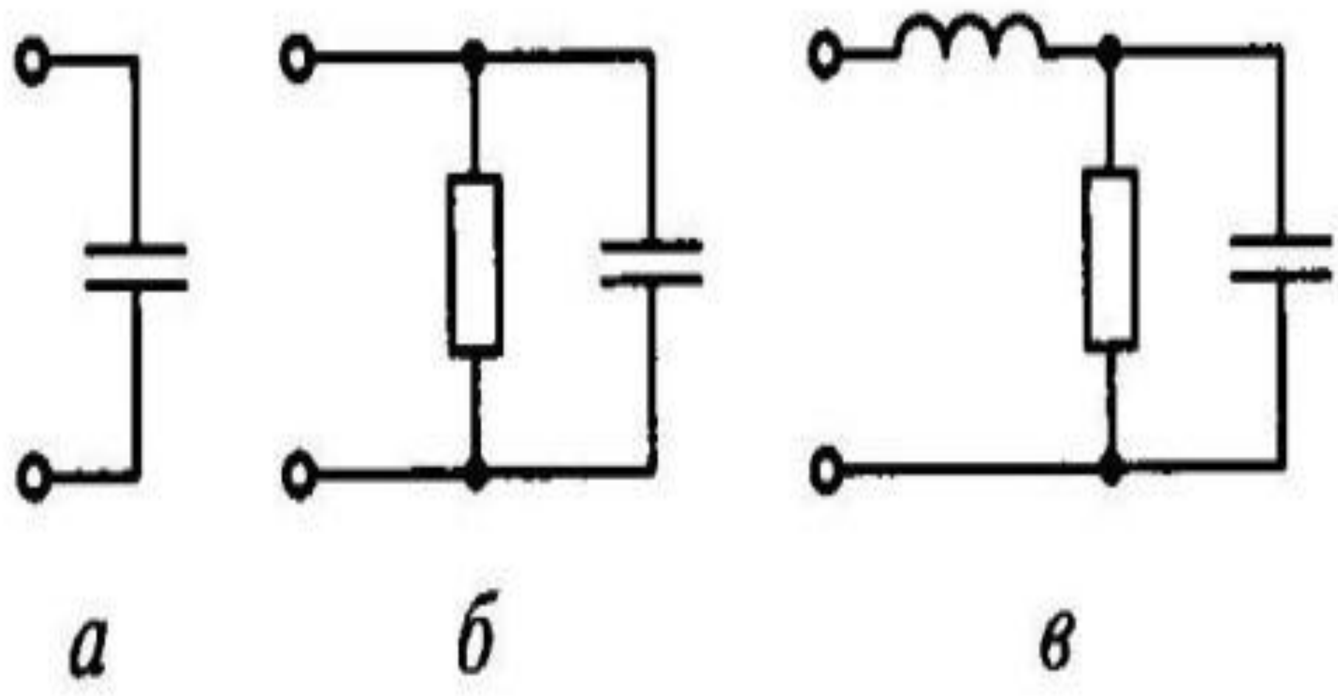


Рис. 2.3. Схемы замещения конденсатора на низких (*а*), средних (*б*) и высоких *(в)* частотах

Синусоидальный ток в *RL*-цепи

Пусть в последовательно соединенных элементах ***R*** и ***L*** (рис. 4.9) ток изменяется по синусоидальному закону: $I=I_m \sin\omega t$.

Требуется найти напряжение ***u(t),*** т.е. его амплитуду U_m и начальную фазу.

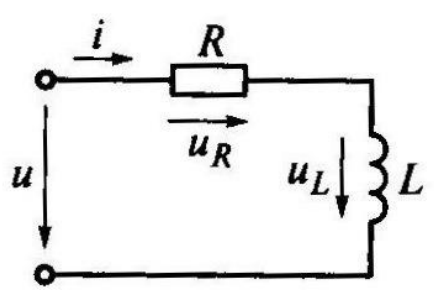
По второму закону Кирхгофа для рассматриваемой цепи $u= u_R+u_L$, где $u_R = Ri = =RI_m \sin\omega t$, $u_L=\omega LI_m \sin(\omega t +90°)$. С учетом этого получим $u(t)=U_m \sin(\omega t+ \varphi) =RI_m \sin(\omega t + 90°)$.

Определить искомые амплитуду и начальную фазу напряжения можно с помощью векторной диаграммы.

Понятия о токе, ЭДС и напряжении, предполагается, Вам известны из курса физики.

Векторная диаграмма — это совокупность векторов, изображающих на плоскости синусоидально изменяющиеся с одной и той же частотой величины. Каждый вектор вычерчивается на плоскости с учетом его начальной фазы, отсчитываемой от оси абсцисс.

Отложим из начала координат вектор тока (рис. 2.5, а). В том же направлении отложим вектор напряжения на резисторе, который совпадает по фазе с вектором тока. Из конца вектора напряжения на резисторе отложим вектор напряжения на катушке, который перпендикулярен вектору тока (т.е. составляет с вектором тока угол π/2), так как напряжение на катушке опережает протекающий ток на угол π/2 (90°). Сумма этих векторов равна вектору напряжения, приложенному ко входу цепи.
Из треугольника напряжений , откуда искомая амплитуда напряжения



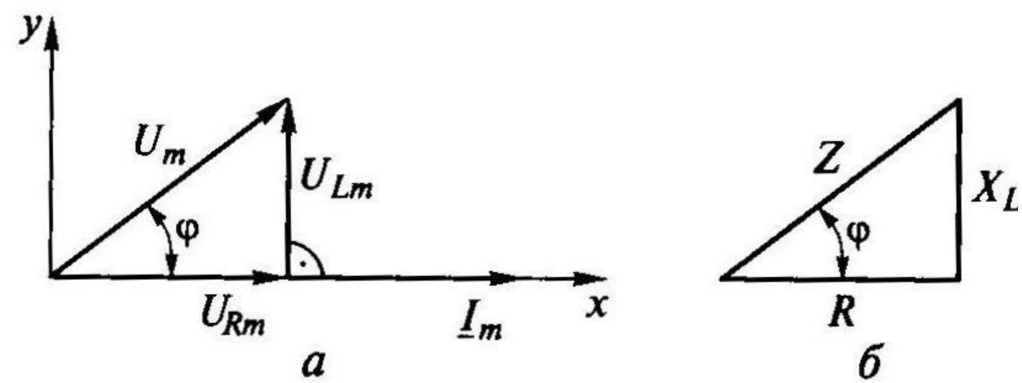


Рис. 2.4. Схема цепи с резистивным и индуктивным элементами

Рис. 2.5. Векторные диаграммы (*а*) и треугольник сопротивлений (*б*) *RL*-цепи

Синусоидальный ток *RC*-цепи

Пусть к параллельно соединенным элементам *R* и С подключен источник, питающий их напряжением $u = U_m \sin\omega t$ (рис. 2.6). Требуется найти ток $i(t)$, его амплитуду и сдвиг по фазе относительно $u(t)$.

По первому закону Кирхгофа $i = i_R + i_C$,

где $i_R = I_{Rm}\sin\omega t$; $i_C = I_{Cm}\sin(\omega t + \pi/2)$, а $I_{Rm} = U_m/R = GU_m$; $I_{Cm} = U_m/X_C = B_C U_m = \omega C U_m$.

С учетом этого $i(t) = GU_m \sin\omega t + \omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$.

Из треугольника токов (рис. 4.12, *а*) получим

$$I_m^2 = I_{Rm}^2 + I_{Cm}^2 = G^2 U_m^2 + B_C^2 U_m^2 = \left(G^2 + B_C^2\right) U_m^2 = Y^2 U_m^2$$

откуда искомая амплитуда тока:

$$I_m = YU_m = \sqrt{G^2 + B^2}\, U_m$$

где *Y*— полная проводимость *RC*-цепи,

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}$$

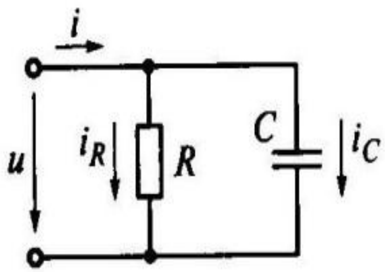


Рис. 2.6. Схема цепи с резистивным и емкостным элементами

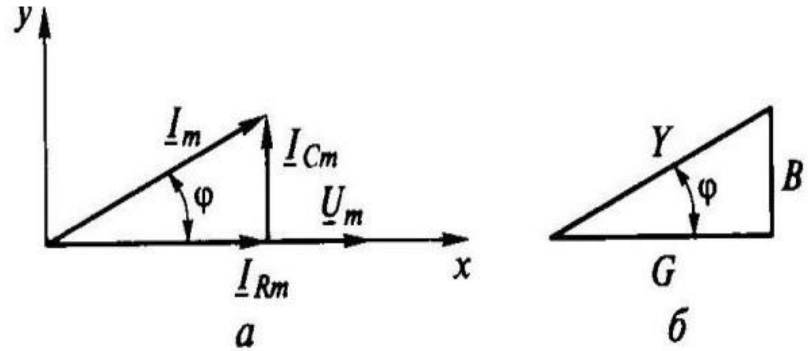


Рис. 2.7. Векторная диаграмма (*а*) и треугольник проводимостей (*б*) параллельной *RC*-цепи

Треугольнику токов соответствует треугольник проводимостей (рис. 2.7, *б*). Второй искомый параметр — сдвиг фаз — находим из простого тригонометрического соотношения для треугольника сопротивлений

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{B_{\mathrm{C}}}{R}\right)$$

Анализ процессов в цепи синусоидального тока при последовательном соединении элементов *R, L, C*

Для рассматриваемой цепи по второму закону Кирхгофа $u = u_R + u_L + u_C$. Из подразд. 4.4, 4.5 известно, что амплитуды напряжений на элементах связаны *с* током

Пусть к последовательно соединенным элементам *R, L* и *C* приложено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin\omega t$ (рис. 2.8). Необходимо найти ток $i(t)$, т.е. его амплитуду I_m и сдвиг по фазе относительно напряжения *u(t).*

$$u = uR + uL + uC = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt \qquad (2.1)$$

Полное решение дифференциального уравнения состоит из двух частей: частного, когда u=0

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = 0 \qquad (2.2)$$

И общего, описывающего установившийся процесс.
Запишем диффуравнение в комплексной форме:
(Ток в цепи существует во время переходного процесса, пока не израсходуются запас энергии)

$$\underline{U}_m e^{j\omega t} = R\underline{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L\underline{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C}\underline{I}_m e^{j\omega t} \qquad (2.3)$$

$$\underline{U}_m e^{j\omega t} = R\underline{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L\underline{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C}\underline{I}_m e^{j\omega t}$$

Вынося за скобки $\underline{I}_m\, e^{j\omega t}$, получим:

$$\underline{U}_m e^{j\omega t} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\underline{I}_m e^{j\omega t} = \underline{Z}\underline{I}_m e^{j\omega t}$$

Разделив обе части уравнения на $\sqrt{2}$, перейдем к комплексным действующим значениям

$$\underline{U} e^{j\omega t} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\underline{I} e^{j\omega t} = \underline{Z}\underline{I} e^{j\omega t} \qquad (2.4)$$

Из полученных уравнений следует

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{\underline{Z}} \quad \text{и} \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \qquad (2.5)$$

Эти выражения представляют собой закон Ома в комплексной форме. Коэффициент <u>Z</u> в этих выражениях наз. комплексным сопротивлением

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(j\omega L - \frac{1}{j\omega C} \right) = R + j\left(X_L - X_C \right) = R + jX$$

Из уравнения 2.5. следует

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{I}_m} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j\varphi} = Ze^{j\varphi} \qquad (2.6)$$

Как постоянный, так и синусоидальный токи используются для совершения какой-либо работы, в процессе которой электроэнергия преобразуется в другие виды энергии (тепловую, механическую и т. д.). Для количественной оценки синусоидального тока (ЭДС и напряжения), который в течение времени непрерывно периодически изменяется, используют значение постоянного тока, эквивалентное значению синусоидального тока по совершаемой работе.

Действующее значение синусоидального тока

При синусоидальном токе $i = I_m \sin(\omega t)$ количество теплоты $Q_{\sim}$, выделенное в резисторе R за время T (закон Джоуля-Ленца):

$$Q_{\sim} = \int_0^T i^2 R dt$$

А при постоянном токе: $Q_{-} = RI^2T$

Согласно определению:

$$Q_{\sim} = Q_{-}; \quad RI^2T = R\int_0^T i^2 dt$$

$$\int_0^T i^2 dt = I_m{}^2 \int_0^T \sin^2(\omega t)\, dt = I_m{}^2 \int_0^T \frac{dt}{2} - I_m{}^2 \int_0^T \frac{\cos(2\omega t)}{2} dt = \frac{I_m{}^2 T}{2}$$

Таким образом соотношение между максимальным и действующим значениями тока:

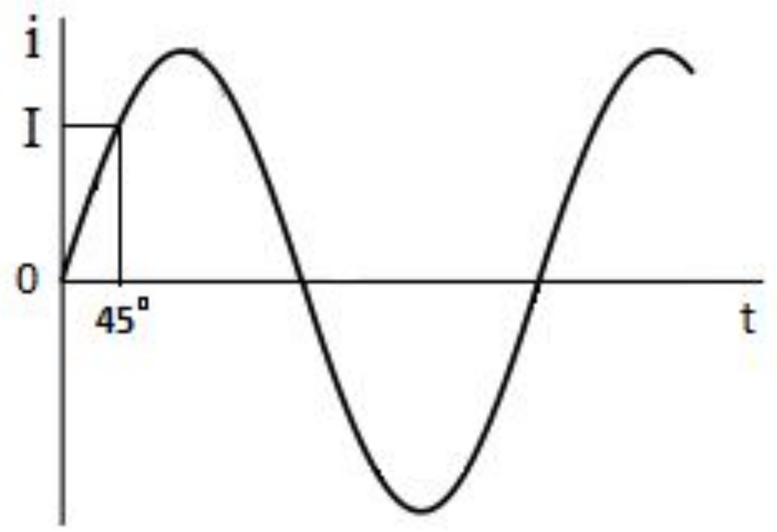
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot I_m$$

Аналогично для ЭДС и напряжения:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot E_m$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \cdot U_m$$

Известно, что: $\sin(45°) = \frac{1}{\sqrt{2}}$,
поэтому значение тока при угле 45° и есть действующее значение тока



Под средним значением синусоидальной величины понимается ее среднеарифметическое значение. Но…

Среднее значение синусоидального тока

$$I_{ср}\frac{T}{2}=\int_0^{T/2} idt$$

$$\int_0^{T/2} idt = I_m{}^2\int_0^{T/2}\sin(\omega t)\,dt=\frac{I_m T}{\pi}$$

Имеем:

$$I_{ср}=\frac{2}{\pi}I_m=0{,}637\cdot I_m$$

Аналогично для ЭДС и напряжения:

$$U_{ср}=\cdots$$
$$E_{ср}=\cdots$$

ЗАПОЛНИТЬ ДОМА!!!

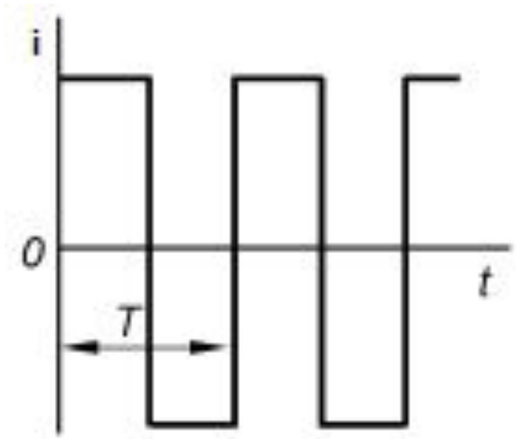
Коэффициент формы периодической кривой

Для синусоидальной кривой коэффициент формы:

$$K_ф = \frac{I}{I_{ср}} = \frac{I_m \cdot \pi}{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot I_m} \cong 1{,}11$$

Коэффициент характеризует «пиковость» кривой.
Чем больше $K_ф$ отличается от 1,
тем более «пиковый» характер носит кривая.

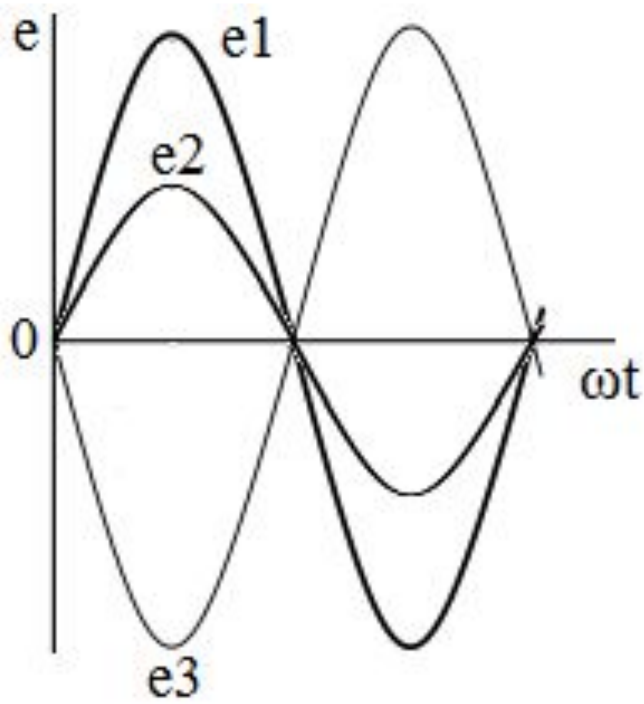
Для периодической кривой, имеющей прямоугольную форму: ?



$I = I_m = I_{ср}$ $\qquad K_ф = 1$

Домашнее задание: для какой кривой $K_ф$=1,21?

1.3. ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТАХ



…совпадают по фазе (e1 и e2)

…находятся в противофазе (e1 и e3, e2 и e3)

В общем случае синусоидальные величины могут не проходить через нулевые значения при t=0, тогда их записывают так:

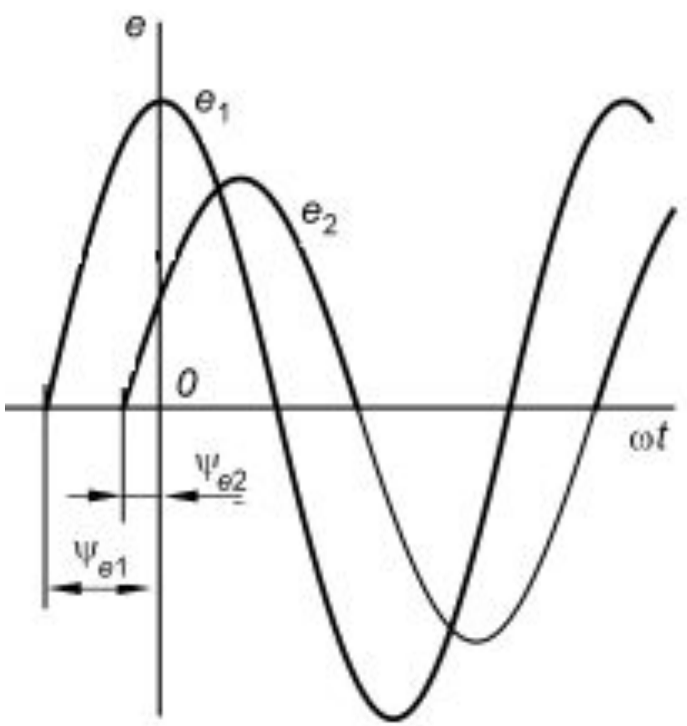
$$i=I_m \sin(\omega t \pm \psi_i)$$
$$e=E_m \sin(\omega t \pm \psi_e)$$
$$u=U_m \sin(\omega t \pm \psi_u)$$

углы ψ_i, ψ_e, ψ_u – начальные фазы, т.е. фазы при t=0

Рассмотрим две ЭДС: $e_1=E_{m1}\sin(\omega t \pm \psi_{e1})$ и $e_2=E_{m2}\sin(\omega t \pm \psi_{e2})$

Разность $\psi_e= \psi_{e1}- \psi_{e2}$ называют разностью фаз или сдвигом по фазе. Если $\psi_{e1}> \psi_{e2}$, то говорят, что ЭДС e_1 опережает по фазе ЭДС e_2. Или ЭДС e_2 отстает по фазе от ЭДС e_1.

В прямоугольных координатах такие ЭДС будут обозначаться следующим образом:



ПРАВИЛО: Положительные начальные фазы откладывают левее оси ординат, отрицательные – правее.

Большое значение имеет сдвиг по фазе между напряжением и током. Допустим, напряжении равняется $u=U_m\sin(\omega t \pm \psi_u)$, а ток $i=I_m\sin(\omega t \pm \psi_i)$.

Сдвиг по фазе между напряжением и током обозначается φ:

$$\boldsymbol{\varphi = \psi_u - \psi_i}$$

если $\psi_u> \psi_i$, то φ – положительный

если $\psi_u< \psi_i$, то φ – отрицательный.

1.4. ВЕКТОРНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН

Для увеличения точности измерения и упрощения изображения синусоидальные величины представляют в виде векторов.

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

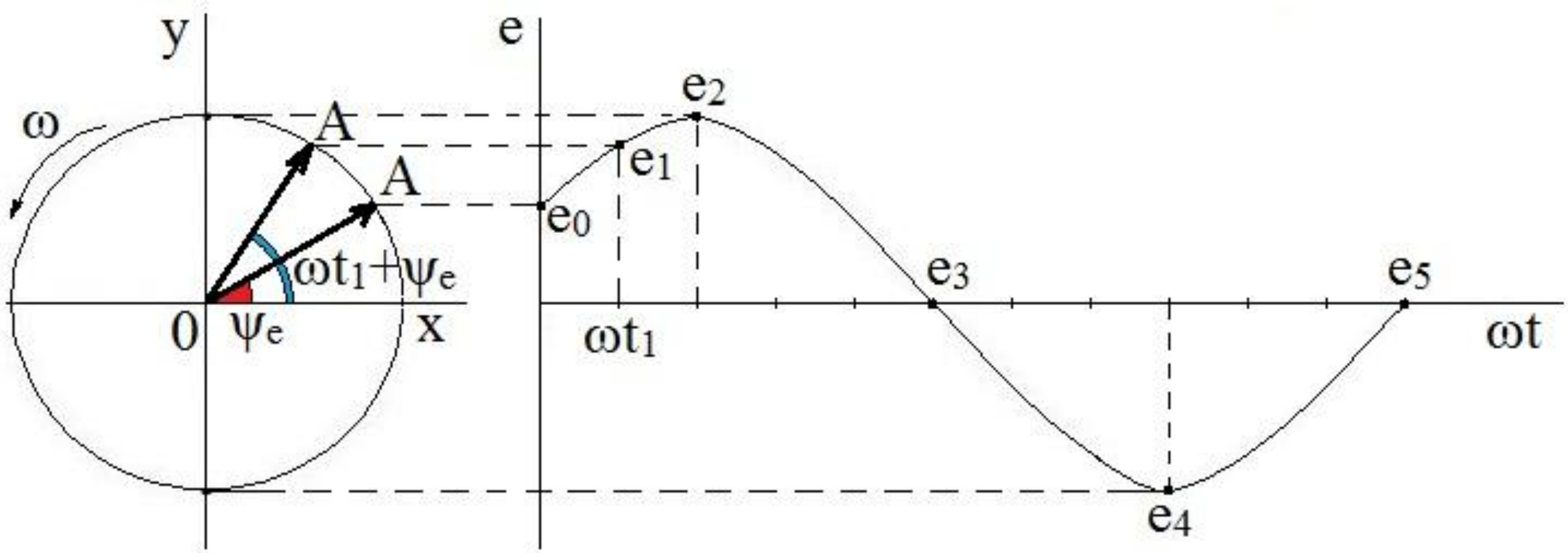
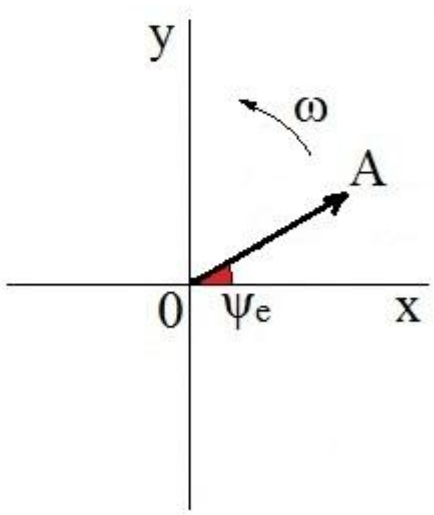


Рис.1 Рис.2



На рис.1 отложим вектор OA, длина которого равна амплитуде ЭДС, под углом ψ_e (около 30°) к оси OX.

На рис.2 будем откладывать угол ωt по оси абсцисс, а проекции вектора на ось OY – по оси ординат.

При t=0 проекция OA на ось OY равна

$$OA\cdot\sin(\psi_e) = E_m\cdot\sin(\psi_e)$$

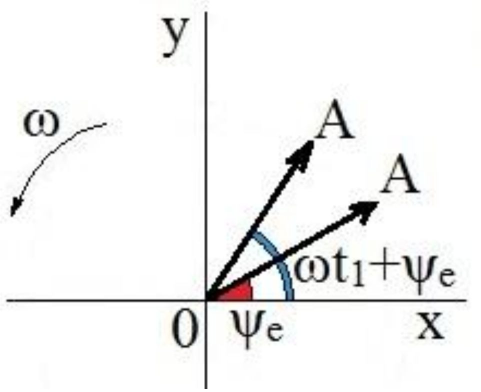
где $Em\cdot\sin(\psi_e)$ есть мгновенное значение при t=0, т.е. $\mathbf{e_0}$.

Зададимся масштабом: 2 клетки (1 см) = 30°.

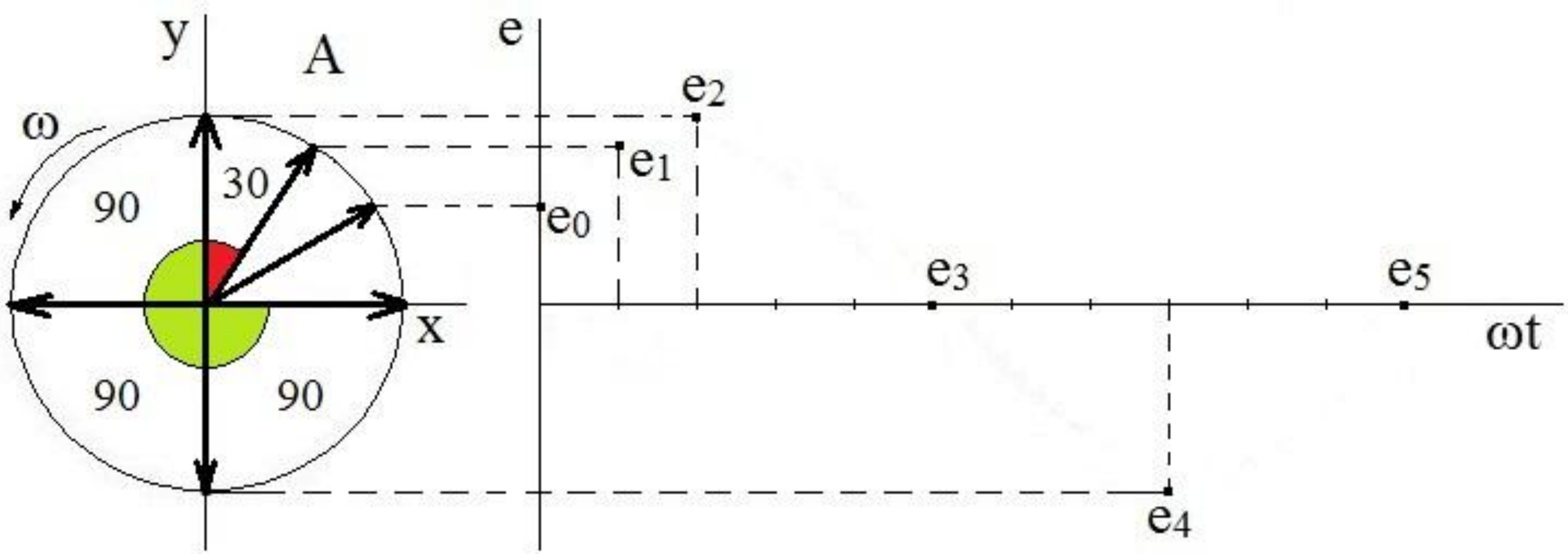
Будем вращать вектор OA с частотой ω в направлении против часовой стрелки. Пусть через время Δt вектор повернется на 30°.
Обозначим это время как t_1.
При t_1 проекция вектора OA на ось OY равна:

$$OA\cdot\sin(\omega t_1+\psi_e) = E_m\cdot\sin(\omega t_1+\psi_e) = e_1$$

где $\mathbf{e_1}$ – заданная ЭДС.

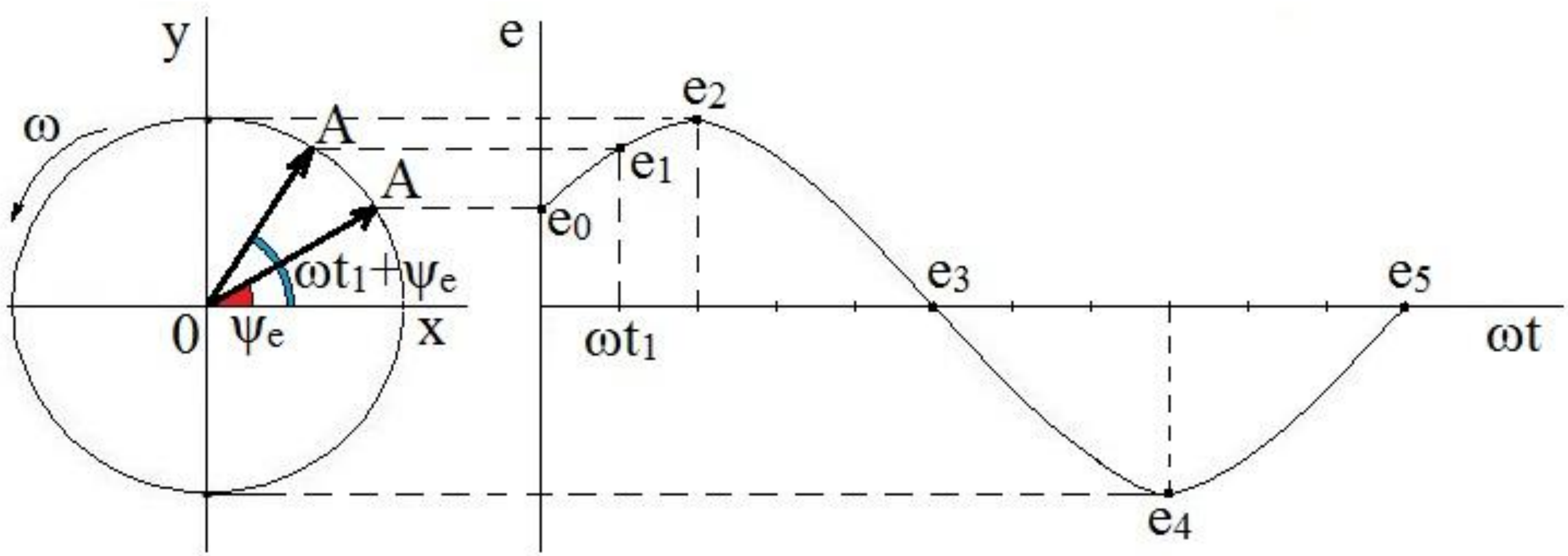


Повернем вектор OA ещё на 30° — проекция e_2
ещё на 90° — проекция e_3
ещё на 90° — проекция e_4
ещё на 90° — проекция e_5



e_2 и e_4 — когда вектор совпадает с осью OY,
проекция при этом равна длине вектора OA.
e_3 и e_5 — когда проекции вектора равны нулю.

Через полученные точки проводим кривую изменения проекции вращающегося вектора на ось OY.
Из построения видно, что эта кривая является **СИНУСОИДОЙ** и совпадает с изменением мгновенного значения заданной ЭДС.

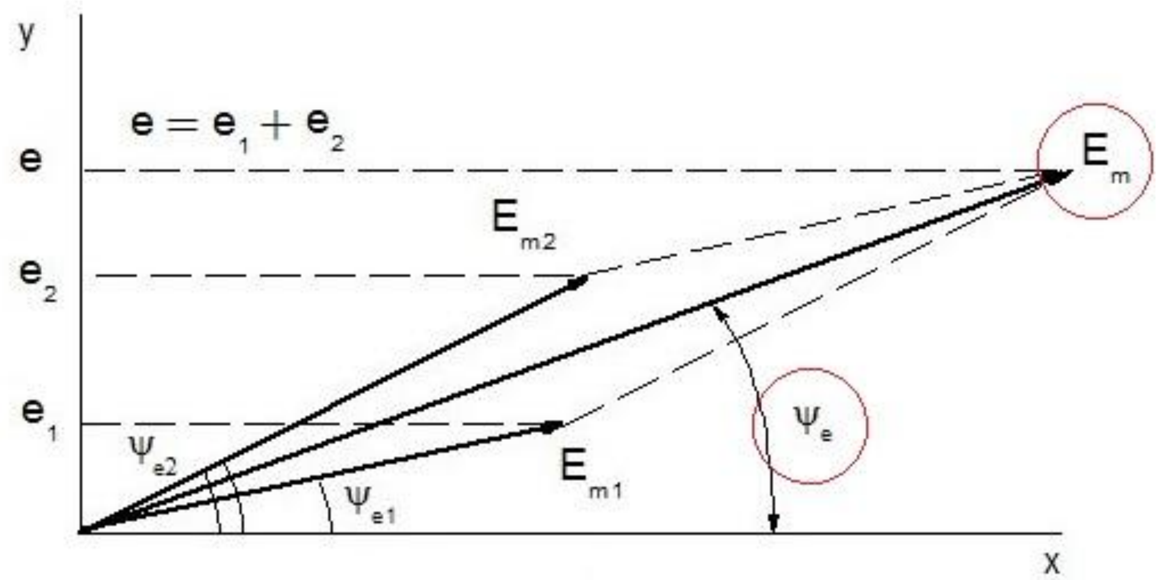


Следовательно, справедливо обратное: ***любую синусоидально изменяющуюся величину можно изобразить вращающимся вектором, длина которого равна амплитуде синусоидальной величины, а частота вращения – угловой частоте ω***.

Изображая синусоидальные величины вращающимися векторами, можно складывать их как векторы.

Домашнее задание:
ПОВТОРИТЬ ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ

Из механики известно, что сумма проекций векторов на какую-либо ось равна проекции суммарного вектора, поэтому векторы, изображающие синусоидальные величины, можно складывать геометрически.



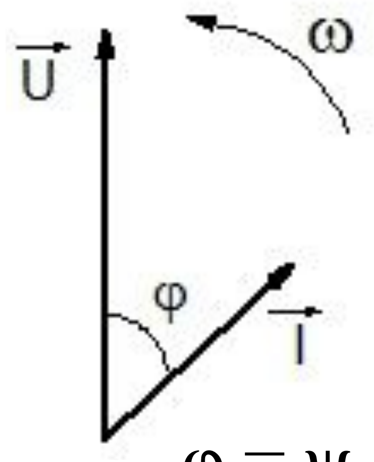
$$e = e_1 + e_2 = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e)$$

Путем сложения векторов определяется амплитуда и начальная фаза суммарного вектора

ВАЖНО: Векторами можно изображать действующие значения синусоидальных величин, но вращать эти вектора нельзя, т.к. их проекции на ось OY ничего не изображают.

Векторная диаграмма

ПРАВИЛО: При построении векторной диаграммы один из векторов принимают за начальный и проводят его в любом удобном направлении (по горизонтали или вертикали). Остальные векторы ориентируют относительно начального.



$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

ПРАВИЛО: Положительное вращение векторов принято против часовой стрелки, поэтому вектор I отстает от вектора U, угол между векторами ─ сдвиг фаз φ.

Выводы:

1. Любую синусоидальную величину можно изобразить вектором.

2. На векторной диаграмме можно изобразить векторы только тех синусоидальных величин, которые изменяются с одинаковой частотой.

3. Синусоидальные величины изображаются векторами. Это временн**ы**е векторы, а не пространственные.

Ф.И.О.
Номер группы
Дата
Подпись

1. Электрический ток
2. ЭДС
3. Напряжение