



ИЭиТС, 13.03.02, 1 курс
ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА
ЛЕКЦИЯ №2

Цели и задачи дисциплины «ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА»

Цель дисциплины – освоение методов анализа и расчета электрических и магнитных цепей, получение общего представления о теории электромагнитного поля.

Задача дисциплины – изучение магнитного поля и его проявлений в различных технических устройствах, усвоение современных методов анализа и расчета электрических цепей, электрических и магнитных полей, знание которых необходимо для успешной профессиональной деятельности.



Курс лекций: ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Сергей Юльевич Грачев

доц., к.т.н., кафедра «Электротехника и
электроэнергетика», ИЭиТС



Структура курса

- Однофазные электрические цепи
- Трехфазные электрические цепи
- Машины постоянного тока
- Трансформаторы
- Асинхронные двигатели

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать: устройство, принцип действия, области применения основных электротехнических устройств и электроизмерительных приборов;

уметь: использовать инструкции, описания, технические паспорта о работе устройств и установок;

владеть: методикой расчета простейших электрических цепей.

Виды учебной работы: лекции и лабораторные работы

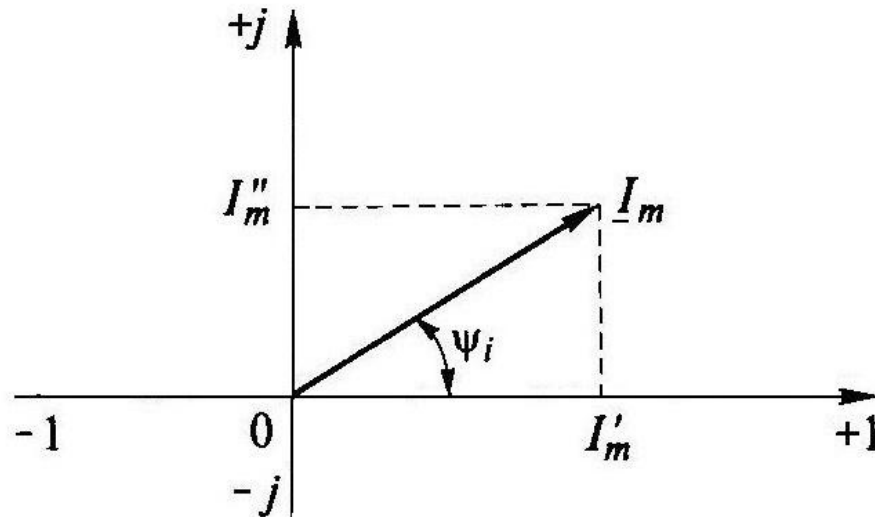
Изучение дисциплины заканчивается зачетом и экзаменом.

Комплексный метод расчета

Расчет токов и напряжений в цепях синусоидального тока с помощью методов, основанных на законах Кирхгофа, Ома, Фарадея, Джоуля—Ленца, значительно сложнее из-за необходимости выполнения сложных действий с тригонометрическими функциями. Трудности расчета облегчает применение комплексного метода, основанного на замене операций с синусоидальными функциями операциями с комплексными числами.

Представление комплексных чисел

- а) в алгебраической форме $\underline{A} = A' + jA''$
- б) в тригонометрической форме $\underline{A} = A(\cos\alpha + jsin\alpha)$
- в) в показательной форме $\underline{A} = Ae^{j\alpha}$
- г) вектором на комплексной плоскости



Складывать и вычитать комплексные числа

$$A = A' + jA'' \text{ и } B = B' + jB''$$

удобнее в алгебраической форме

$$A \pm B = (A' + jA'') \pm (B' + jB'') = (A' \pm B') + j(A'' \pm B'')$$

Умножать и делить комплексные числа
легче в полярной форме.

Если $A = a \angle \alpha$, то $B = b \angle \beta$.

Идеальные элементы цепи переменного тока. Схемы замещения реальных элементов

В реальных пассивных элементах электрической цепи (резисторах, конденсаторах и катушках индуктивности) при синусоидальных токах происходят сложные процессы, связанные с накоплением и перераспределением электрической и магнитной энергии и преобразованием их в тепловую энергию. Поэтому их эквивалентные схемы включают в себя идеальные резистивные, емкостные и индуктивные элементы.

Идеальный резистивный элемент — элемент схемы, в котором происходит необратимое преобразование электрической энергии в работу, теплоту или другой вид энергии. Идеальный резистивный элемент в цепи переменного тока изображается так же, как в цепи постоянного тока, — прямоугольником.

Реальные резистивные элементы — резисторы — изготавливаются из различных материалов и имеют разные конструкции. В зависимости от конструкции создаются электрические и магнитные поля, в которых запасается энергия, т.е. резистор имеет дополнительно свойства индуктивного и емкостного элементов. На промышленной частоте эти составляющие малы, и ими можно пренебречь, полагая резистор идеальным. На рис. 2.1 показаны схемы замещения резистора на различных частотах. Рабочим параметром реального резистора является сопротивление, а паразитными параметрами — емкость и индуктивность.

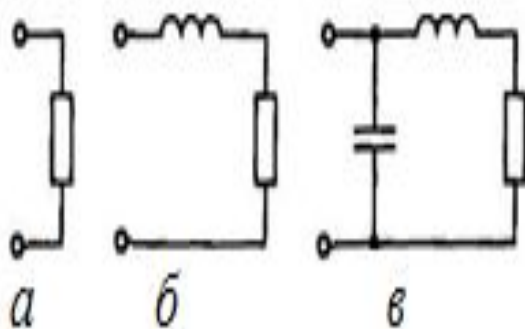


Рис. 2.1. Схемы замещения резистора на низких (а), средних (б) и высоких (в) частотах

Идеальный индуктивный элемент

— элемент схемы, в котором запасается энергия магнитного поля. Идеальный индуктивный элемент в цепи переменного тока обозначается буквой L . Этой же буквой обозначается величина, численно равная отношению потокосцепления Ψ индуктивного элемента к току i и называемая индуктивностью $L = \Psi/i$.

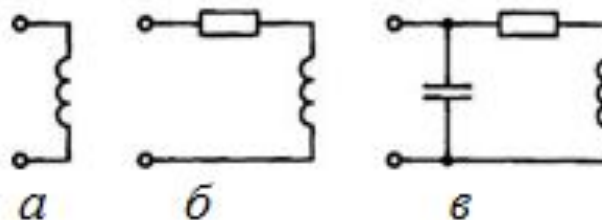
Индуктивность является параметром идеального индуктивного элемента. Единицей индуктивности является генри (Гн).

Отношение амплитуд или действующих значений напряжения и тока называется индуктивным сопротивлением и обозначается X_L ($X_L = U_{Lm} / I_m = U_L / I$).

При известных индуктивности L и угловой частоте ω индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$. Величина B_L , обратная X_L , называется индуктивной проводимостью. Синусоидальный ток в индуктивном элементе отстает от напряжения на угол $\pi/2$ (или 90°). Если напряжение $u_L(t) = U_{Lm} \sin \omega t$, то ток $i(t) = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$. В комплексной форме $\underline{U}_{Lm} = j\omega L \underline{I}_m$, или $\underline{U} = j\omega L \underline{I}$.

Идеальный индуктивный элемент близок по свойствам к проволочной катушке, навитой из хорошо проводящей проволоки.

Рис. 2.2. Схемы замещения катушки индуктивности на низких (а), средних (б) и высоких (в) частотах



Схемы замещения реальной катушки могут быть различными в зависимости от области применения (рис. 2.2). Чаще всего учитывают потери энергии на нагревание, а на радиочастотах еще и паразитную емкость. Рабочим параметром катушки индуктивности является индуктивность, а паразитными параметрами — емкость и сопротивление.

Идеальный емкостной элемент — элемент, в котором запасается энергия электрического поля. Идеальный емкостной элемент в цепи переменного тока обозначается буквой C . Этой же буквой обозначается величина, численно равная отношению заряда q емкостного элемента к напряжению и называемая емкостью $C=q/U_C$.

Емкость представляет собой параметр емкостного элемента. Единицей емкости является фарад (Ф).

Отношение амплитуд и действующих значений напряжения и тока называется емкостным сопротивлением и $X_C = U_{Cm}/I_m = U_C/I$. При известных емкости C и угловой частоте ω емкостное сопротивление $X_C = 1/\omega C$. Единицей емкостного сопротивления является ом (Ом).

Величина B_C , обратная X_C , называется емкостной проводимостью $B_C = 1/X_C$. Синусоидальный ток опережает напряжение на идеальном емкостном элементе на 90° . Если напряжение $u_C(t) = U_{Cm} \sin \omega t$, то ток $i(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$. В комплексной форме или .

$$U_{Cm} = -j \frac{1}{\omega C} I_{Cm}$$

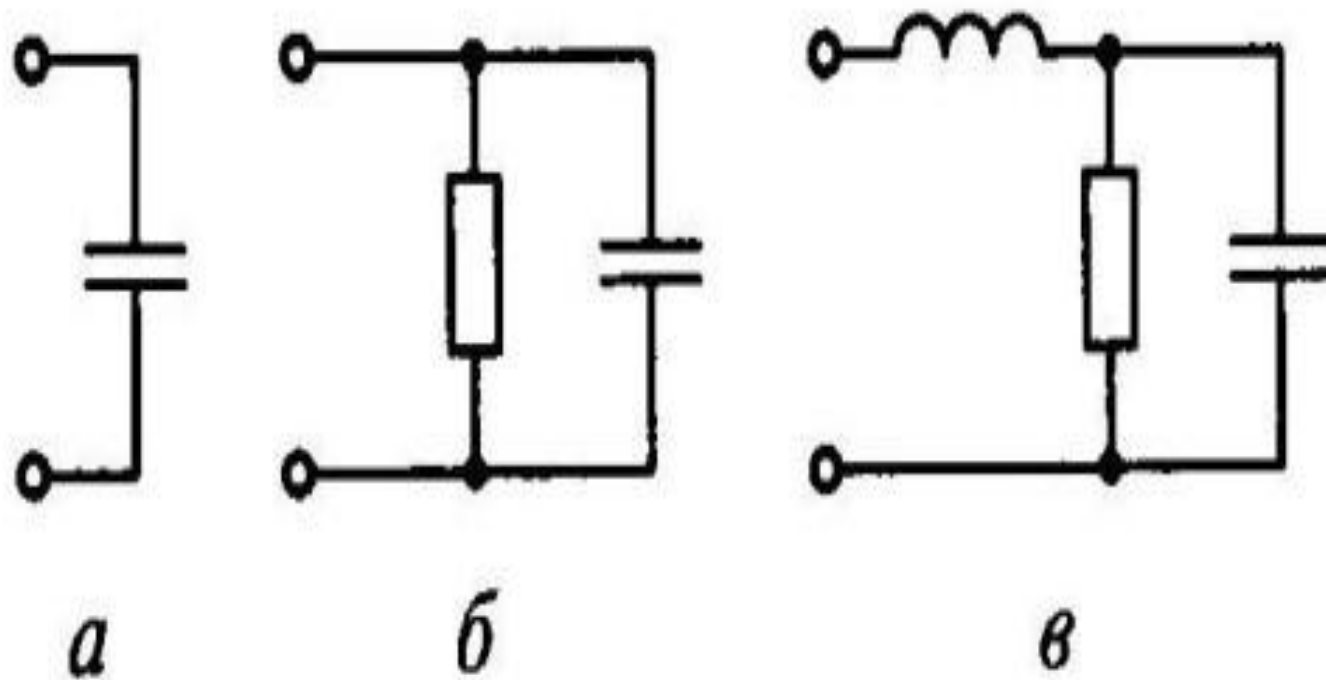


Рис. 2.3. Схемы замещения конденсатора на низких (*a*), средних (*б*) и высоких (*в*) частотах

Синусоидальный ток в RL -цепи

Пусть в последовательно соединенных элементах R и L (рис. 4.9) ток изменяется по синусоидальному закону: $i = I_m \sin \omega t$.

Требуется найти напряжение $u(t)$, т.е. его амплитуду U_m и начальную фазу.

По второму закону Кирхгофа для рассматриваемой цепи $u = u_R + u_L$, где $u_R = Ri = RI_m \sin \omega t$, $u_L = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$. С учетом этого получим $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi) = RI_m \sin(\omega t + 90^\circ)$.

Определить искомые амплитуду и начальную фазу напряжения можно с помощью векторной диаграммы.

Понятия о токе, ЭДС и напряжении, предполагается, Вам известны из курса физики.

Векторная диаграмма — это совокупность векторов, изображающих на плоскости синусоидально изменяющиеся с одной и той же частотой величины. Каждый вектор вычерчивается на плоскости с учетом его начальной фазы, отсчитываемой от оси абсцисс.

Отложим из начала координат вектор тока (рис. 2.5, а). В том же направлении отложим вектор напряжения на резисторе, который совпадает по фазе с вектором тока. Из конца вектора напряжения на резисторе отложим вектор напряжения на катушке, который перпендикулярен вектору тока (т.е. составляет с вектором тока угол $\pi/2$), так как напряжение на катушке опережает протекающий ток на угол $\pi/2$ (90°). Сумма этих векторов равна вектору напряжения, приложенному ко входу цепи.

Из треугольника напряжений , откуда искомая амплитуда напряжения

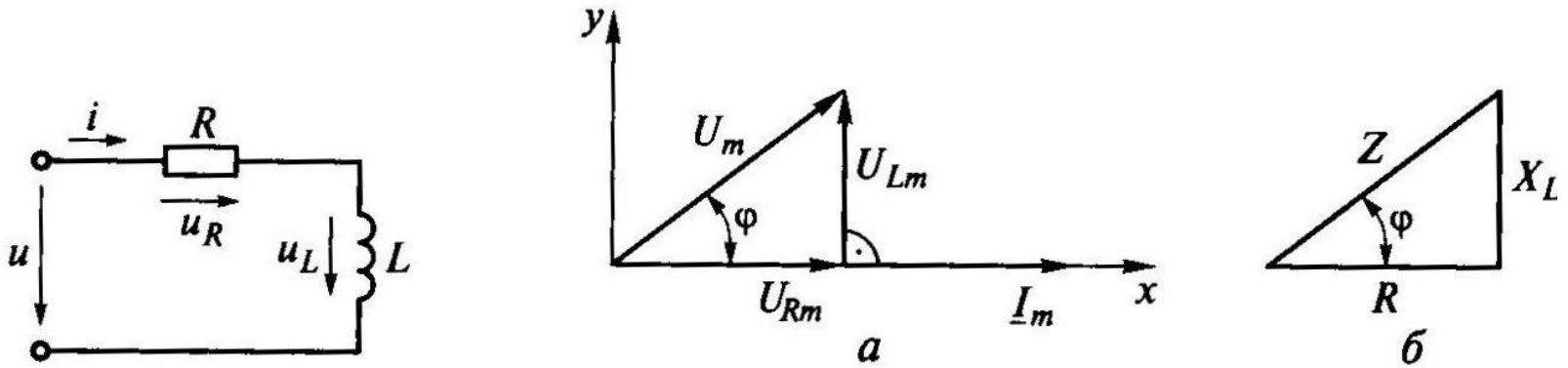


Рис. 2.4. Схема цепи с резистивным и индуктивным элементами

Рис. 2.5. Векторные диаграммы (а) и треугольник сопротивлений (б) RL -цепи

Синусоидальный ток RC -цепи

Пусть к параллельно соединенным элементам R и C подключен источник, питающий их напряжением $u = U_m \sin \omega t$ (рис. 2.6). Требуется найти ток $i(t)$, его амплитуду и сдвиг по фазе относительно $u(t)$.

По первому закону Кирхгофа $i = i_R + i_C$,

где $i_R = I_{Rm} \sin \omega t$; $i_C = I_{Cm} \sin(\omega t + \pi/2)$, а $I_{Rm} = U_m / R = G U_m$; $I_{Cm} = U_m / X_C = B_C U_m = \omega C U_m$.

С учетом этого $i(t) = G U_m \sin \omega t + \omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$.

Из треугольника токов (рис. 4.12, а) получим

$$I_m^2 = I_{Rm}^2 + I_{Cm}^2 = G^2 U_m^2 + B_C^2 U_m^2 = (G^2 + B_C^2) U_m^2 = Y^2 U_m^2$$

откуда искомая амплитуда тока:

$$I_m = Y U_m = \sqrt{G^2 + B_C^2} U_m$$

где Y — полная проводимость RC -цепи,

$$Y = \sqrt{G^2 + \omega^2 C^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}$$

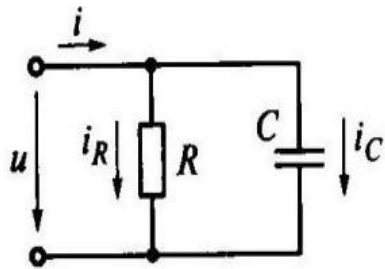


Рис. 2.6. Схема цепи с резистивным и емкостным элементами

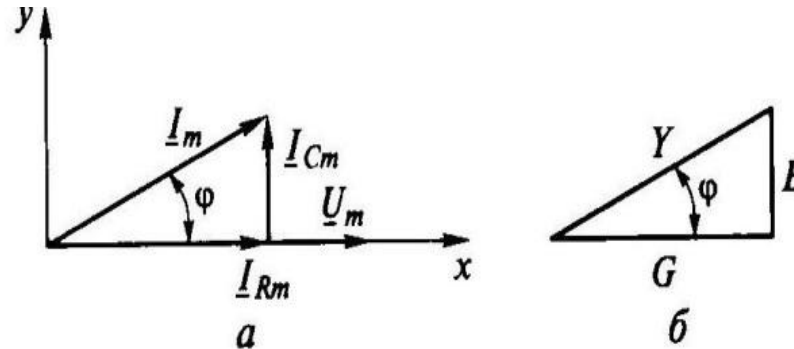


Рис. 2.7. Векторная диаграмма (а) и треугольник проводимостей (б) параллельной RC-цепи

Треугольнику токов соответствует треугольник проводимостей (рис. 2.7, б). Второй искомый параметр — сдвиг фаз — находим из простого тригонометрического соотношения для треугольника сопротивлений

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(-\frac{B_C}{R} \right)$$

Анализ процессов в цепи синусоидального тока при последовательном соединении элементов R, L, C

Для рассматриваемой цепи по второму закону Кирхгофа $u = u_R + u_L + u_C$. Из подразд. 4.4, 4.5 известно, что амплитуды напряжений на элементах связаны с током

Пусть к последовательно соединенным элементам R, L и C приложено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ (рис. 2.8). Необходимо найти ток $i(t)$, т.е. его амплитуду I_m и сдвиг по фазе относительно напряжения $u(t)$.

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt \quad (2.1)$$

Полное решение дифференциального уравнения состоит из двух частей: частного, когда $u=0$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = 0 \quad (2.2)$$

И общего, описывающего установившийся процесс.

Запишем дифференциальное уравнение в комплексной форме:
(Ток в цепи существует во время переходного процесса, пока не израсходуются запас энергии)

$$\underline{U}_m e^{j\omega t} = R \underline{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L \underline{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} \underline{I}_m e^{j\omega t} \quad (2.3)$$

$$\underline{U}_m e^{j\omega t} = R \underline{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L \underline{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} \underline{I}_m e^{j\omega t}$$

Вынося за скобки $\underline{I}_m e^{j\omega t}$, получим:

$$\underline{U}_m e^{j\omega t} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \underline{I}_m e^{j\omega t} = \underline{Z} \underline{I}_m e^{j\omega t}$$

Разделив обе части уравнения на $\underline{I}_m e^{j\omega t}$, перейдем к комплексным действующим значениям

$$\underline{U} e^{j\omega t} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \underline{I} e^{j\omega t} = \underline{Z} \underline{I} e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

Из полученных уравнений следует

$$\underline{I}_m = \frac{\underline{U}_m}{\underline{Z}} \quad \text{и} \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \quad (2.5)$$

Эти выражения представляют собой закон Ома в комплексной форме. Коэффициент \underline{Z} в этих выражениях наз. комплексным сопротивлением

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(j\omega L - \frac{1}{j\omega C}\right) = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

Из уравнения 2.5. следует

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{I}_m} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{U}}{I} e^{j\varphi} = \underline{Z} e^{j\varphi} \quad (2.6)$$

Как постоянный, так и синусоидальный токи используются для совершения какой-либо работы, в процессе которой электроэнергия преобразуется в другие виды энергии (тепловую, механическую и т. д.). Для количественной оценки синусоидального тока (ЭДС и напряжения), который в течение времени непрерывно периодически изменяется, используют значение постоянного тока, эквивалентное значению синусоидального тока по совершаемой работе.

Действующее значение синусоидального тока

При синусоидальном токе $i = I_m \sin(\omega t)$ количество теплоты Q_{\sim} , выделенное в резисторе R за время T (закон Джоуля-Ленца):

$$Q_{\sim} = \int_0^T i^2 R dt$$

А при постоянном токе: $Q_{-} = RI^2T$

Согласно определению:

$$Q_{\sim} = Q_{-}; RI^2T = R \int_0^T i^2 dt$$
$$\int_0^T i^2 dt = I_m^2 \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = I_m^2 \int_0^T \frac{dt}{2} - I_m^2 \int_0^T \frac{\cos(2\omega t)}{2} dt = \frac{I_m^2 T}{2}$$

Таким образом соотношение между максимальным и действующим значениями тока:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_m$$

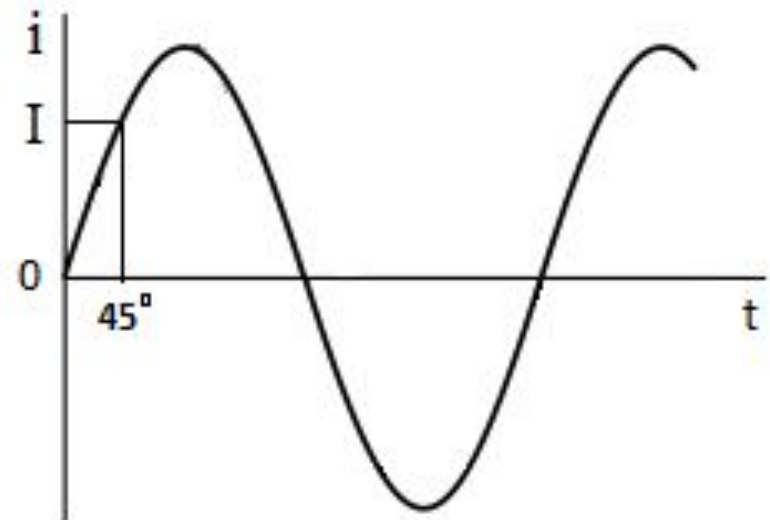
Аналогично для ЭДС и напряжения:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot E_m$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot U_m$$

Известно, что: $\sin(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

поэтому значение тока при угле 45° и есть действующее значение тока



Под средним значением синусоидальной величины понимается ее среднеарифметическое значение. Но...

Среднее значение синусоидального тока

$$I_{\text{cp}} \frac{T}{2} = \int_0^{T/2} i dt$$

$$\int_0^{T/2} i dt = I_m^2 \int_0^{T/2} \sin(\omega t) dt = \frac{I_m T}{\pi}$$

Имеем:

$$I_{\text{cp}} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 \cdot I_m$$

Аналогично для ЭДС и напряжения:

$$U_{\text{cp}} = \dots$$

$$E_{\text{cp}} = \dots$$

ЗАПОЛНИТЬ ДОМА!!!

Коэффициент формы периодической кривой

Для синусоидальной кривой коэффициент формы:

$$K_{\phi} = \frac{I}{I_{\text{ср}}} = \frac{I_m \cdot \pi}{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot I_m} \cong 1,11$$

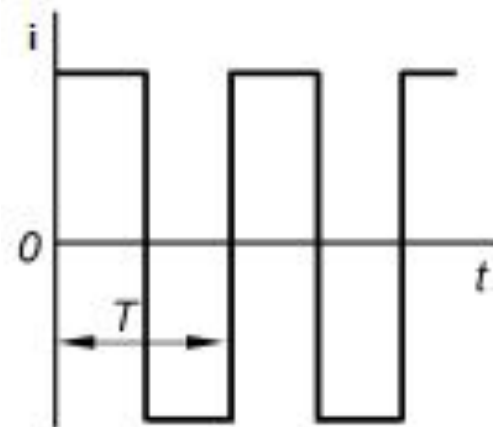
Коэффициент характеризует «пиковость» кривой.

Чем больше K_{ϕ} отличается от 1,
тем более «пиковый» характер носит кривая.

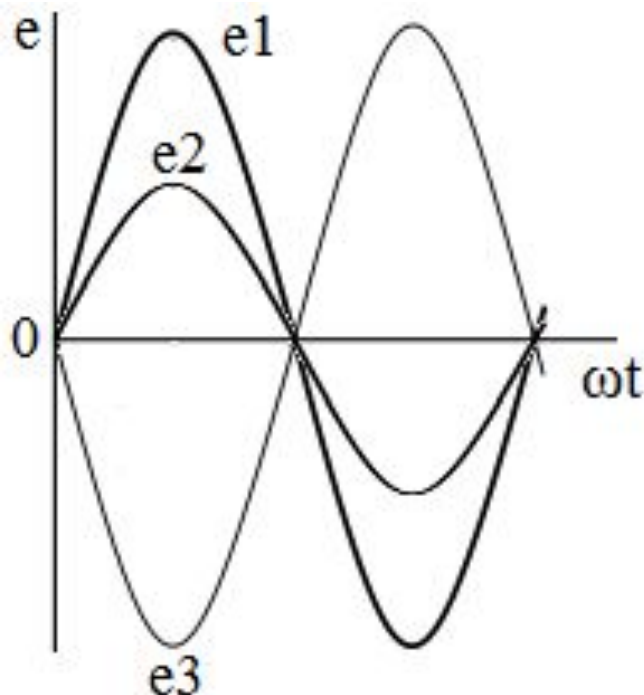
Для периодической кривой, имеющей
прямоугольную форму: ?

$$I = I_m = I_{\text{ср}} \quad K_{\phi} = 1$$

Домашнее задание: для какой
кривой $K_{\phi} = 1,21$?



1.3. ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТАХ



...совпадают по фазе (e1 и e2)

...находятся в противофазе (e1 и e3,
e2 и e3)

В общем случае синусоидальные величины могут не проходить через нулевые значения при $t=0$, тогда их записывают так:

$$i = I_m \sin(\omega t \pm \psi_i)$$

$$e = E_m \sin(\omega t \pm \psi_e)$$

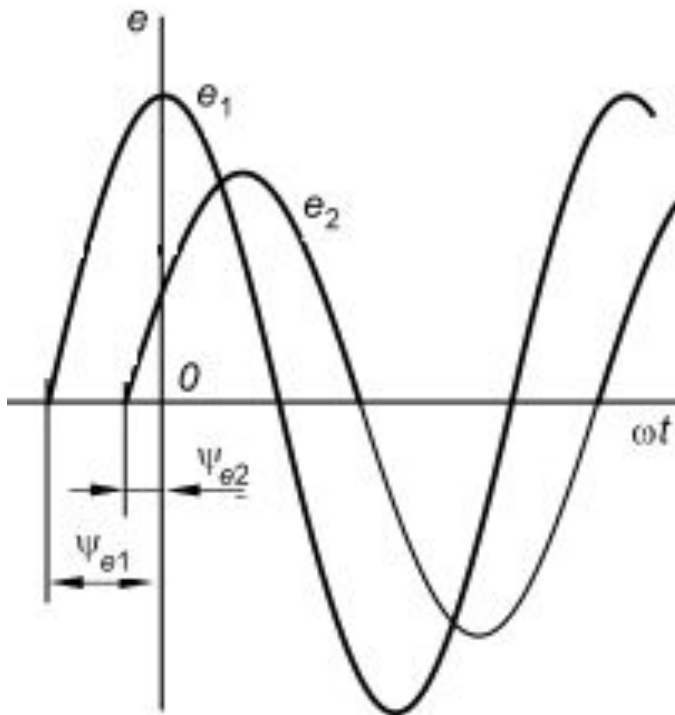
$$u = U_m \sin(\omega t \pm \psi_u)$$

углы ψ_i , ψ_e , ψ_u – начальные фазы,
т.е. фазы при $t=0$

Рассмотрим две ЭДС: $e_1 = E_{m1} \sin(\omega t \pm \psi_{e1})$ и $e_2 = E_{m2} \sin(\omega t \pm \psi_{e2})$

Разность $\psi_e = \psi_{e1} - \psi_{e2}$ называют разностью фаз или сдвигом по фазе. Если $\psi_{e1} > \psi_{e2}$, то говорят, что ЭДС e_1 опережает по фазе ЭДС e_2 . Или ЭДС e_2 отстает по фазе от ЭДС e_1 .

В прямоугольных координатах такие ЭДС будут обозначаться следующим образом:



ПРАВИЛО: Положительные начальные фазы откладывают левее оси ординат, отрицательные – правее.

Большое значение имеет сдвиг по фазе между напряжением и током. Допустим, напряжению равняется $u = U_m \sin(\omega t \pm \psi_u)$, а ток $i = I_m \sin(\omega t \pm \psi_i)$.

Сдвиг по фазе между напряжением и током обозначается φ :

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

если $\psi_u > \psi_i$, то φ – положительный

если $\psi_u < \psi_i$, то φ – отрицательный.

1.4. ВЕКТОРНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН

Для увеличения точности измерения и упрощения изображения синусоидальные величины представляют в виде векторов.

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

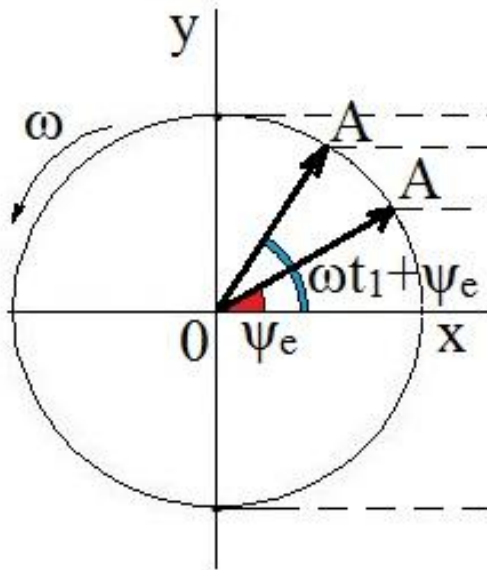


Рис.1

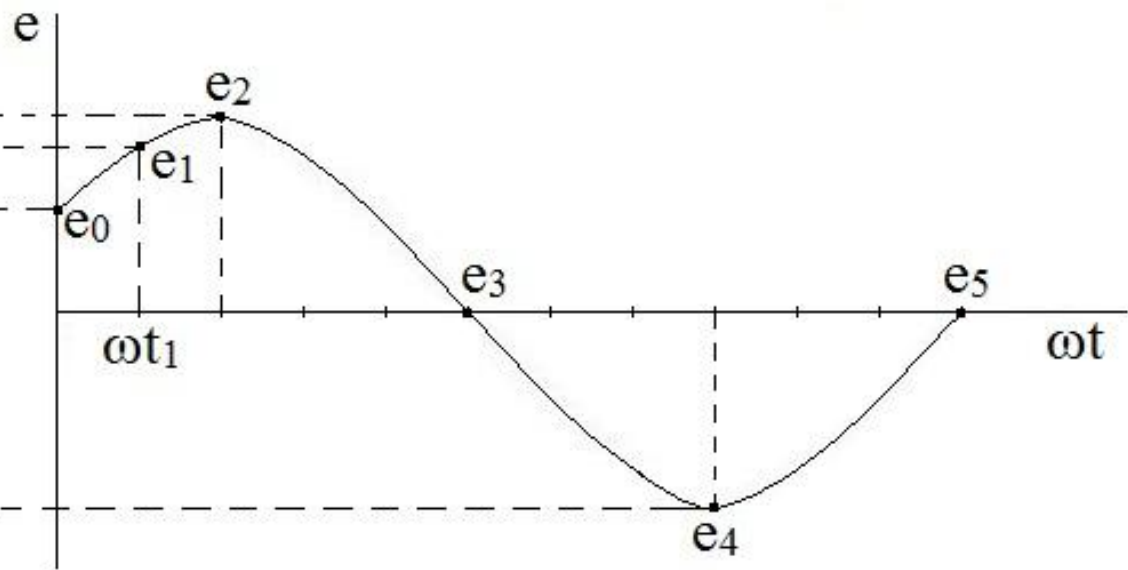
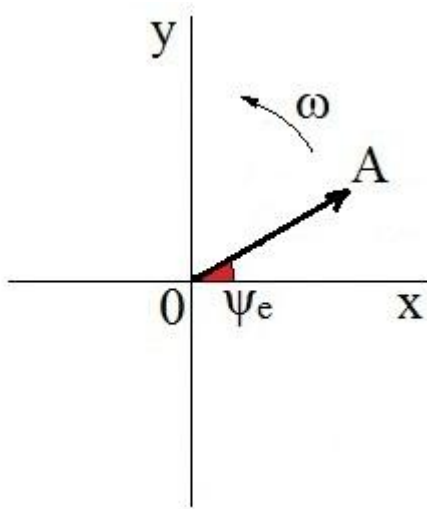


Рис.2



На рис.1 отложим вектор OA , длина которого равна амплитуде ЭДС, под углом ψ_e (около 30°) к оси OX .

На рис.2 будем откладывать угол ωt по оси абсцисс, а проекции вектора на ось OY – по оси ординат.

При $t=0$ проекция OA на ось OY равна

$$OA \cdot \sin(\psi_e) = E_m \cdot \sin(\psi_e)$$

где $E_m \cdot \sin(\psi_e)$ есть мгновенное значение при $t=0$, т.е. e_0 .

Зададимся масштабом: 2 клетки (1 см) = 30° .

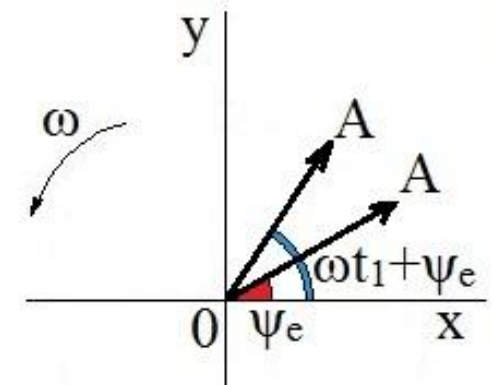
Будем вращать вектор OA с частотой ω в направлении против часовой стрелки. Пусть через время Δt вектор повернется на 30° .

Обозначим это время как t_1 .

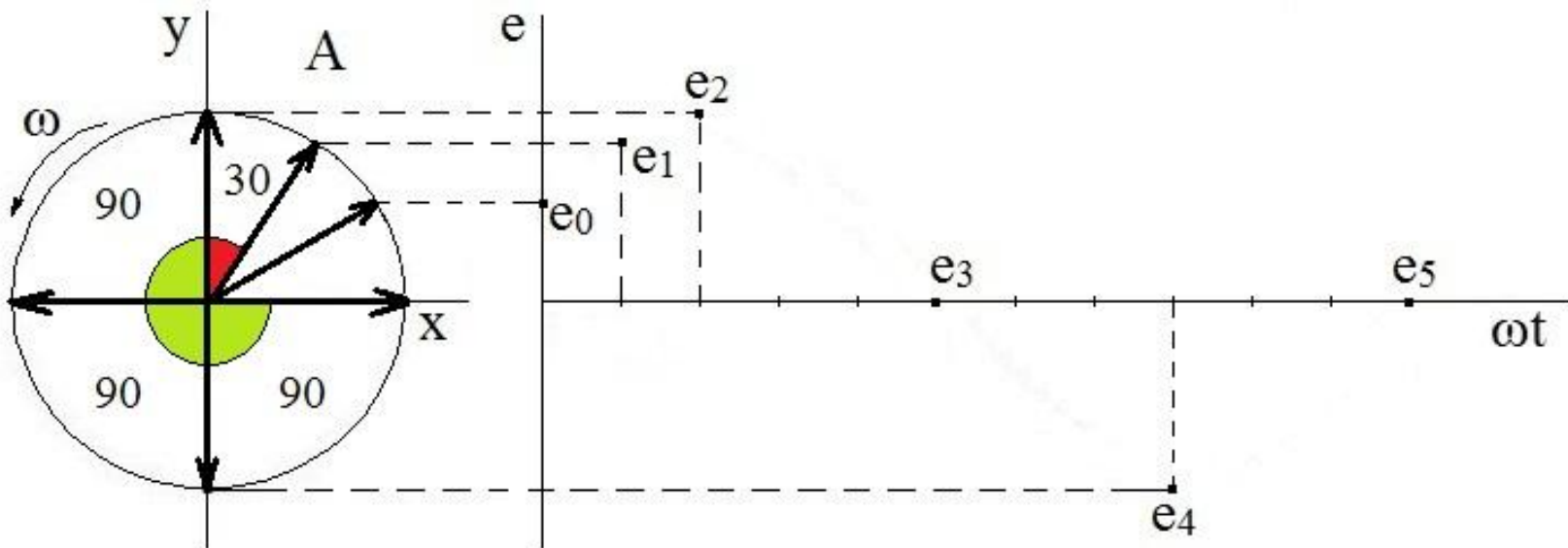
При t_1 проекция вектора OA на ось OY равна:

$$OA \cdot \sin(\omega t_1 + \psi_e) = E_m \cdot \sin(\omega t_1 + \psi_e) = e_1$$

где e_1 – заданная ЭДС.



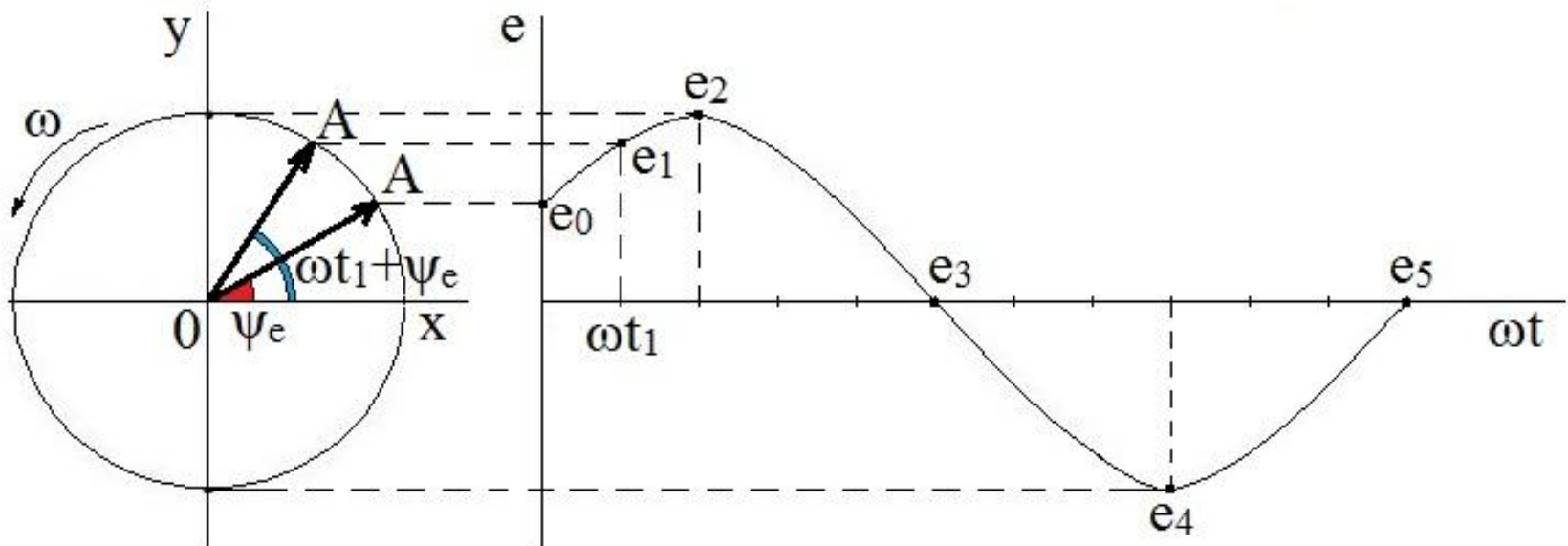
Повернем вектор OA ещё на 30° — проекция e_2
 ещё на 90° — проекция e_3
 ещё на 90° — проекция e_4
 ещё на 90° — проекция e_5



e_2 и e_4 — когда вектор совпадает с осью OY ,
 проекция при этом равна длине вектора OA .
 e_3 и e_5 — когда проекции вектора равны нулю.

Через полученные точки проводим кривую изменения проекции вращающегося вектора на ось OY .

Из построения видно, что эта кривая является **СИНУСОИДОЙ** и совпадает с изменением мгновенного значения заданной ЭДС.

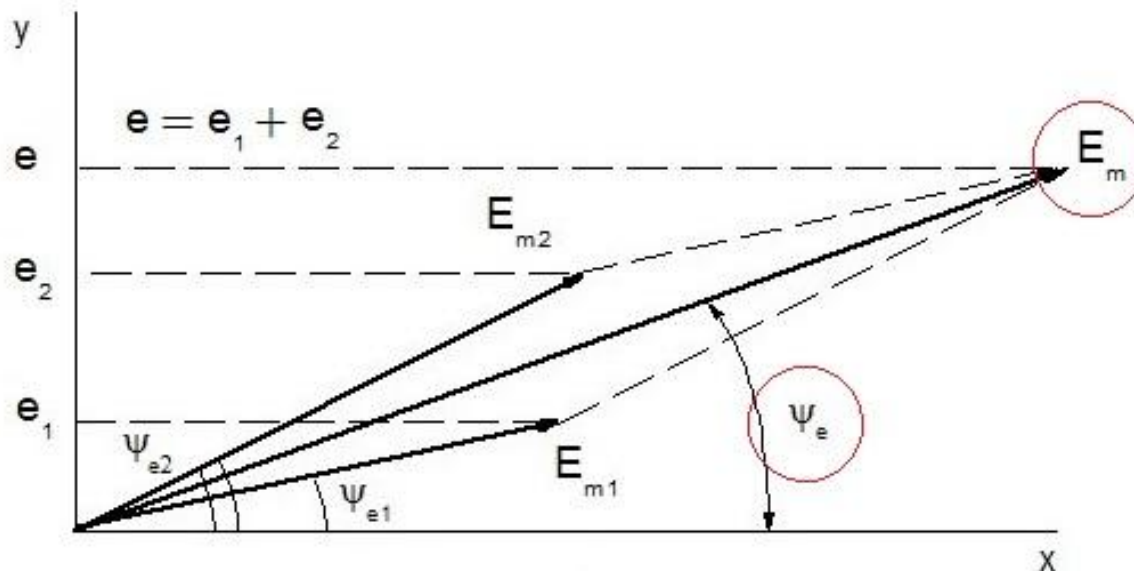


Следовательно, справедливо обратное: любую синусоидально изменяющуюся величину можно изобразить вращающимся вектором, длина которого равна амплитуде синусоидальной величины, а частота вращения – угловой частоте ω .

Изображая синусоидальные величины вращающимися векторами, можно складывать их как векторы.

Домашнее задание:
**ПОВТОРИТЬ ПРАВИЛО
СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ**

Из механики известно, что сумма проекций векторов на какую-либо ось равна проекции суммарного вектора, поэтому векторы, изображающие синусоидальные величины, можно складывать геометрически.



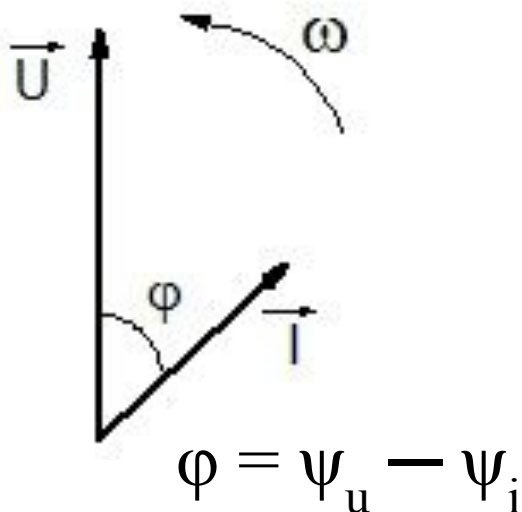
$$e = e_1 + e_2 = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_e)$$

Путем сложения векторов определяется амплитуда и начальная фаза суммарного вектора

ВАЖНО: Векторами можно изображать действующие значения синусоидальных величин, но вращать эти вектора нельзя, т.к. их проекции на ось OY ничего не изображают.

Векторная диаграмма

ПРАВИЛО: При построении векторной диаграммы один из векторов принимают за начальный и проводят его в любом удобном направлении (по горизонтали или вертикали). Остальные векторы ориентируют относительно начального.



ПРАВИЛО: Положительное вращение векторов принято против часовой стрелки, поэтому вектор I отстает от вектора U , угол между векторами — сдвиг фаз φ .

Выводы:

1. Любую синусоидальную величину можно изобразить вектором.
2. На векторной диаграмме можно изобразить векторы только тех синусоидальных величин, которые изменяются с одинаковой частотой.
3. Синусоидальные величины изображаются векторами. Это временные векторы, а не пространственные.



Ф.И.О.
Номер группы
Дата
Подпись

1. Электрический ток
2. ЭДС
3. Напряжение