# Натуральный логарифм. Функция $y = \ln x$, её свойства,

$\log_e x$

$e \approx 2,7$

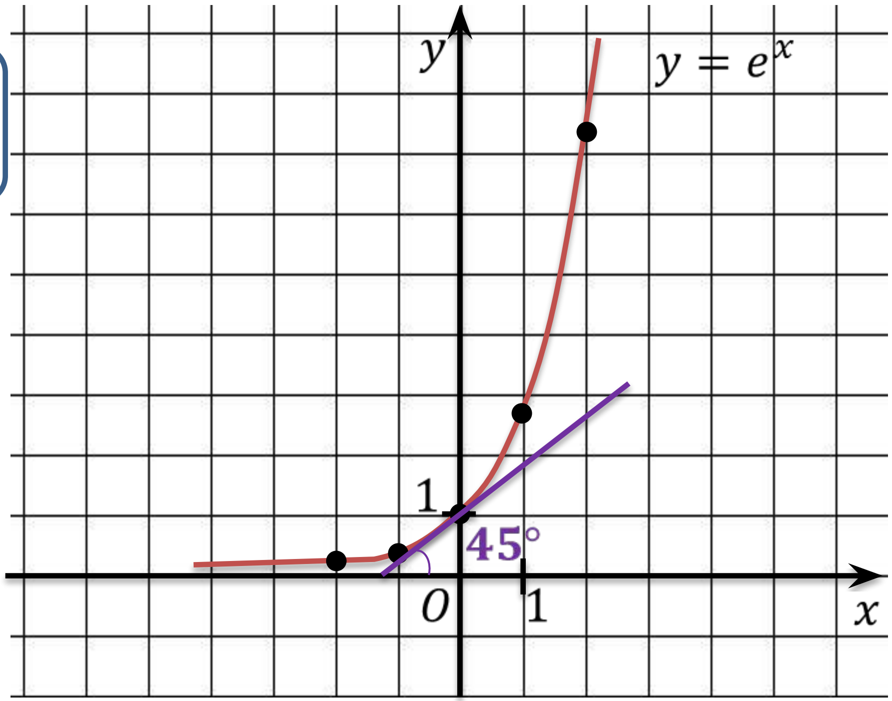
**l** – логарифм
**n** – натуральный

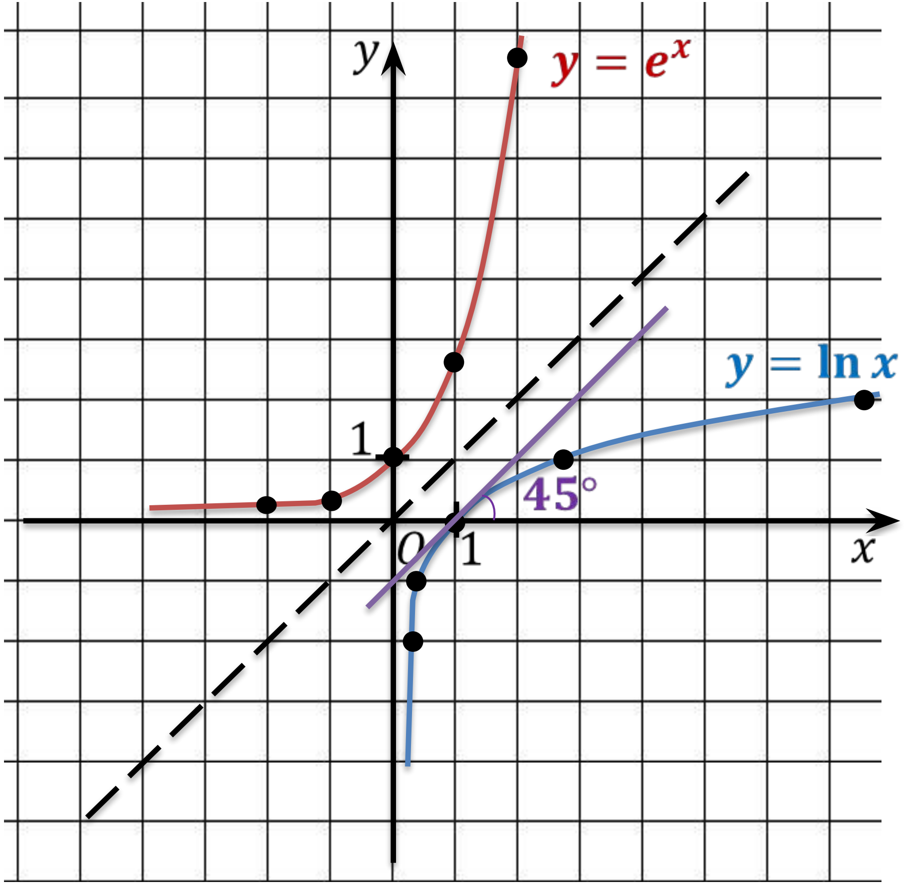
$\log_e x = \ln x$

$\log_e 2 = \ln 2$

$\log_e 5 = \ln 5$

$\log_e 7 = \ln 7$






# $y = \ln x$

1. $D(y) = (0; +\infty)$
2. $E(y) = (-\infty;\ +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция возрастает на $D(y)$
5. функция не ограничена ни сверху, ни снизу
6. $y_{\text{наиб}}, y_{\text{наим}}$ – не существует
7. функция непрерывная на $D(y)$
8. функция выпукла вверх на $D(y)$
9. функция дифференцируема на $D(y)$

$$\boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$$

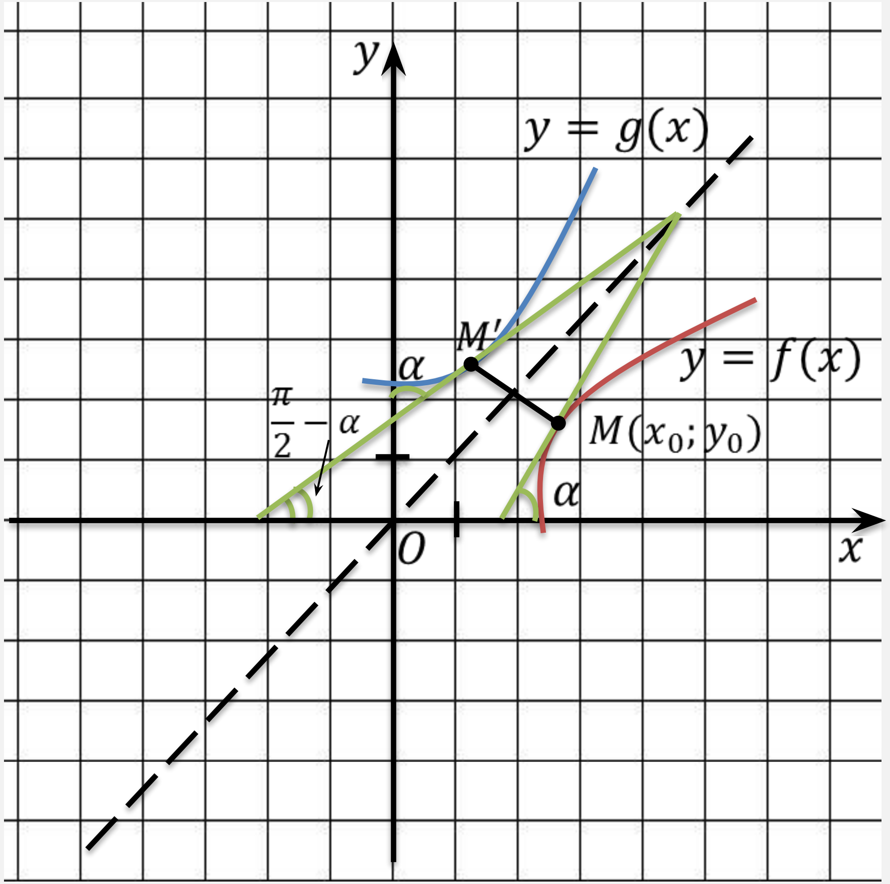
$$tg\,\alpha = f'(x_0)$$

$$M'\ (y_0; x_0)$$

$$g'\ (y_0) = tg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$= ctg(\alpha) = \frac{1}{tg\,\alpha} = \frac{1}{f'(x_0)}$$

$$\boxed{(g(x))' = \frac{1}{f'(x)}}$$




VIDEOUROKI.NET

$$\boxed{y'_x = \frac{1}{x'_y}}$$

$$\left.\begin{aligned} &y = \ln x \Rightarrow y'_x = (\ln x)' = \frac{1}{(e^y)'} \\ &y = \ln x \Leftrightarrow e^y = x \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$$

# Пример:

- Вычислить значение производной функции $y = \ln(5x - 3)$ в точке $x = 1$.

Решение:

$$f'(kx + m) = kf'(kx + m)$$

$$(\ln(5x - 3))' = 5 \cdot \frac{1}{5x - 3} = \frac{5}{5x - 3}$$

$$y'(1) = \frac{5}{5 \cdot 1 - 3} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Ответ: $y'(1) = 2{,}5$.

# Пример:

- Найти производную функции $y = x^2 \ln x$.

Решение:

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

$(x^2 \ln x)' = 2x \cdot \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = x(2\ln x + 1)$

Ответ: $y' = x(2\ln x + 1)$.

# Пример:

- Найти уравнение касательной к графику функции $y = \ln x$ в точке $x_0 = e$.

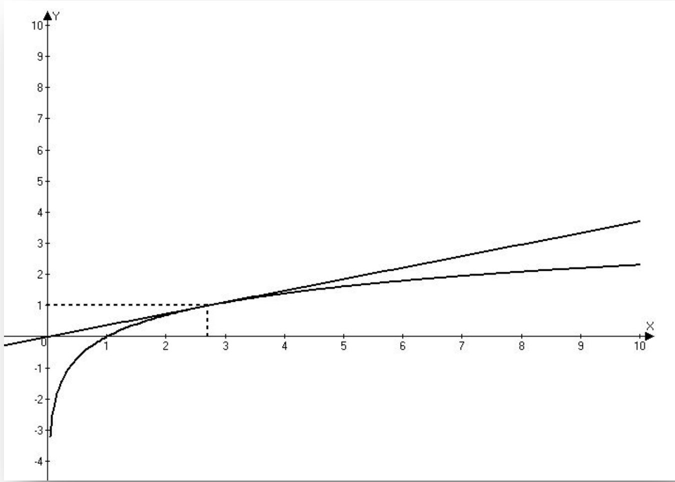
Решение:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$f(x_0) = \ln e = 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x_0) = \frac{1}{e}$$

$$y = 1 + \frac{1}{e}(x - e) = 1 + \frac{x}{e} - \frac{e}{e} = \frac{x}{e}$$




Ответ: $y = \frac{x}{e}$.

# Пример:

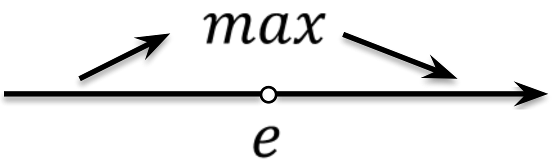
Исследовать на экстремум функцию $y = \dfrac{\ln x}{x}$ .

Решение:

$$y'(x) = (x^{-1} \cdot \ln x)' = -\frac{1}{x^2} \cdot \ln x + x^{-1} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$y'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 1 = \ln x \Leftrightarrow x = e$$

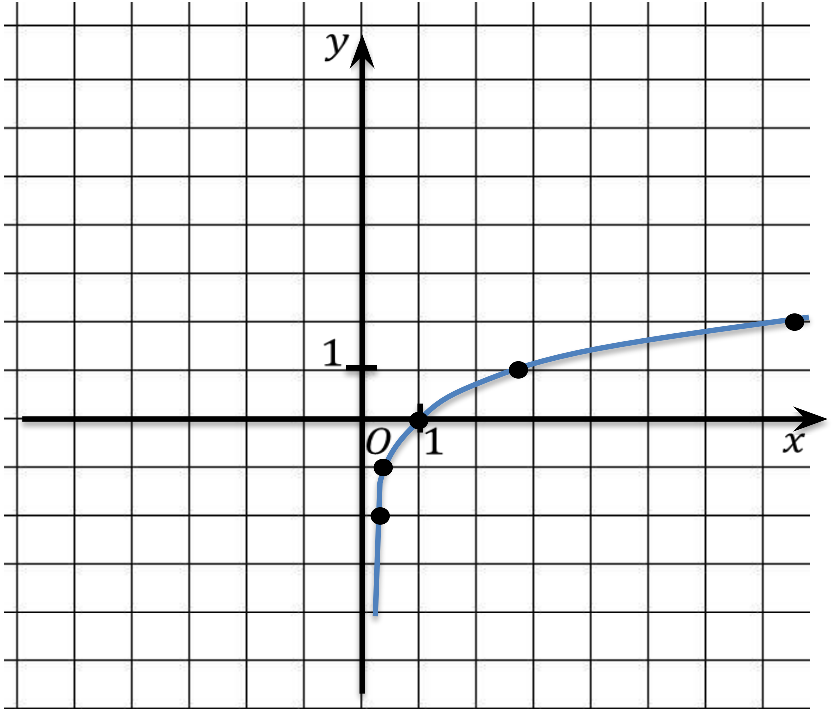
$$\left.\begin{matrix} x < e \Rightarrow y' > 0 \\ x > e \Rightarrow y' < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow e\text{- точка максимума}$$




$$y_{max} = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e}$$

$$y = \ln x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$




1. $D(y) = (0; +\infty)$
2. $E(y) = (-\infty;\ +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция возрастает на $D(y)$
5. функция не ограничена ни сверху, ни снизу
6. $y_{\text{наиб}}, y_{\text{наим}}$ – не существует
7. функция непрерывная на $D(y)$
8. функция выпукла вверх на $D(y)$
9. функция дифференцируема на $D(y)$