

# Алгоритмы и программирование

§ 51. Алгоритмы

§ 52. Оптимальные линейные программы

§ 53. Анализ алгоритмов с ветвлениями и циклами

# Алгоритмы и программирование

## § 51. Алгоритмы

# Этапы решения задач на компьютере

---

## I. Постановка задачи:

исходные данные? результаты?

## II. Формализация

- выделение существенных данных
- построение модели
- запись на формальном языке

## III. Разработка алгоритма

исходные данные → результаты

## IV. Составление программы

= кодирование

# Этапы решения задач на компьютере

---

## V. Тестирование и отладка программы

**Тестирование** – проверка работы программы на тестовых данных с известным ответом.

**Отладка** – исправление ошибок.

## VI. Выполнение расчётов

для данных, для которых ответ неизвестен

## VII. Анализ результатов

не противоречит теории? здравому смыслу?



# Алгоритм

**Алгоритм** — это точное описание последовательности действий некоторого исполнителя.

**Свойства алгоритма:**

**Дискретность** — алгоритм состоит из отдельных команд, каждая из которых выполняется за конечное время.

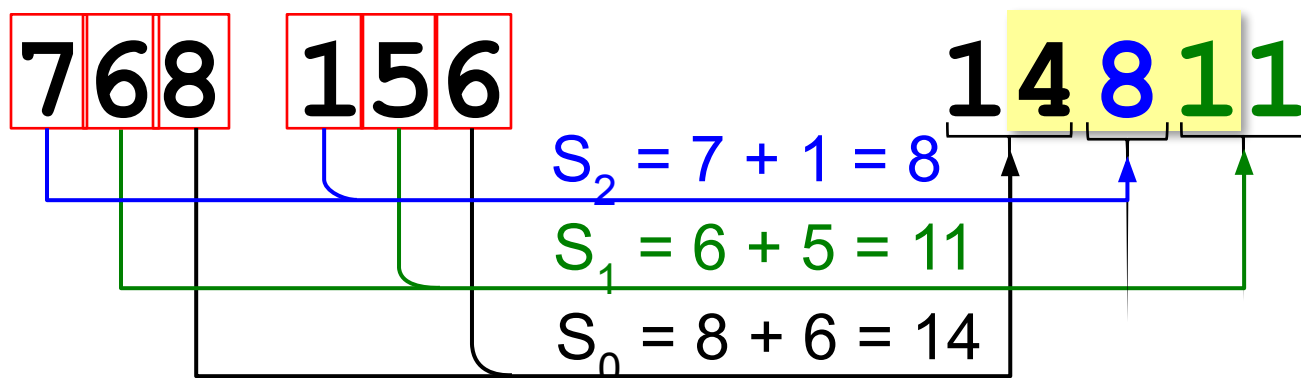
**Детерминированность** (определённость) — при каждом запуске алгоритма с одними и теми же исходными данными получается один и тот же результат.

**Понятность** — алгоритм содержит только команды, входящие в **систему команд исполнителя**.

# Анализ алгоритмов: контрольная сумма

Задача 1. Контрольная сумма для пары 3-значных чисел:

контрольная сумма  $S$



**Найти:** минимальное и максимальное значения контрольной суммы.

**Min:** первые цифры  $\geq 1$

$$S_2 \geq 2, S_1 \geq 0, S_0 \geq 0$$

$$S_{\min} = 2$$

$$100 \ 100 \Rightarrow 20$$

# Анализ алгоритмов: контрольная сумма

Max: . . 999 .



Можно ли получить?

Разбиение:

9 | 9 | 9 x

≤ 18

9 | 9 | 1 x

$S_{\max} = 991$

Например:

259 760 ⇒ 9911

367 672 ⇒ 9913

**Коллизия** — разным данным соответствует одна и та же контрольная сумма.

$900 \times 900 \Rightarrow 20 \dots 991 \quad (972)$

# Анализ алгоритмов: контрольная сумма

Задача 3. Сколько существует пар чисел, для которых контрольная сумма равна 421?

Разбиение:

. 4 | 2 | 1 .



Других вариантов нет!

4, 14

2

10...18

ТОЛЬКО 1+1

$$4 = 0 + 4 = 1 + 3 = \dots = 4 + 0$$

$$14 = 5 + 9 = 6 + 8 = \dots = 9 + 5$$

всего 10



# Анализ алгоритмов: контрольная сумма

Задача 3. Сколько существует пар чисел, для которых контрольная сумма равна 421?

$$10 = 1 + 9 = 2 + 8 = \dots = 9 + 1$$

9

$$11 = 2 + 9 = 3 + 8 = \dots = 9 + 2$$

8

$$12 = 3 + 9 = 4 + 8 = \dots = 9 + 3$$

7

...

$$18 = 9 + 9$$

1

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

45

Разбиение:  $\underbrace{.4}_{10} \mid \underbrace{2}_{1} \mid \underbrace{1.}_{45}$

$$10 \cdot 1 \cdot 45 = 450$$

# Анализ алгоритмов: контрольная сумма

**Задача 4.** Приведите пример значения, которое контрольная сумма принимать **НЕ МОЖЕТ**.

**Вариант 1.** Сумма средних разрядов  $S_1 < 10$ .

. **ab** | **c** | .

0...18 2...9

3, 15, 187

. **a** | **bc** | .

0...9 10...18

15, 310, 817

**Вариант 2.** Сумма средних разрядов  $10 \leq S_1 \leq 18$ .

. **ab** | **1** | .

10...18

101, 121, 181

. **a** | **b** | **1** | .

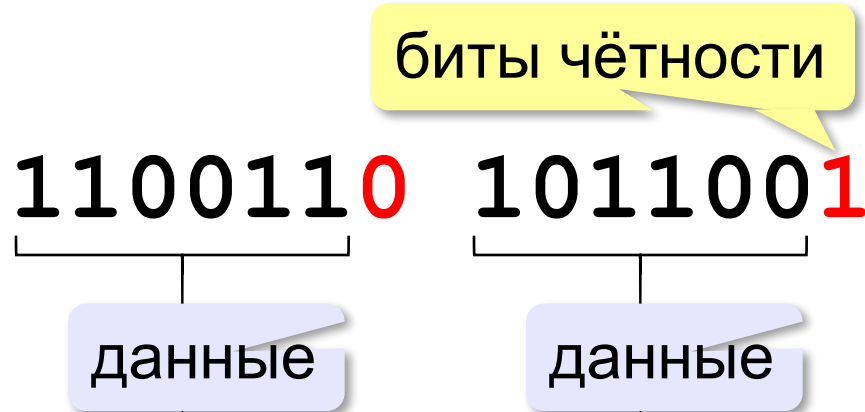
0...9 2...9

221, 371, 591

20, 100, 292, ...

# Анализ алгоритмов: бит чётности

Задача 6. К двоичному коду приписывается справа 0 или 1 так, чтобы количество единиц стало чётным.



Найдите блоки, переданные с ошибкой:

**1100111** 1001110 0011000

нечётное число 1



Точно не было ошибок?

# Алгоритмы и программирование

## § 52. Оптимальные линейные программы

# Что такое оптимальная программа?

**Оптимальная программа** — это самая лучшая программа по какому-то показателю.



Как сравнить две программы?



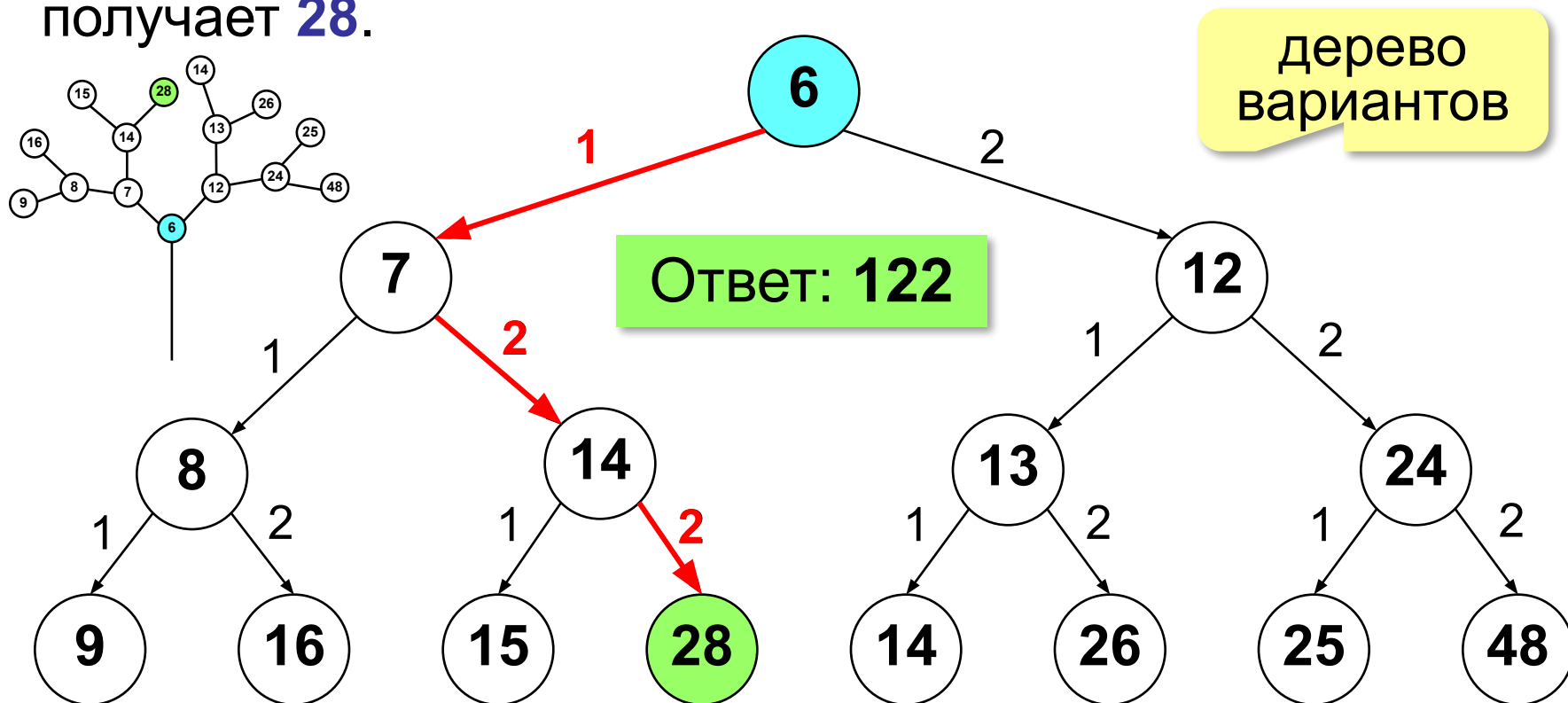
Всегда ли оптимальная программа лучше других по всем критериям?

# Составление программы

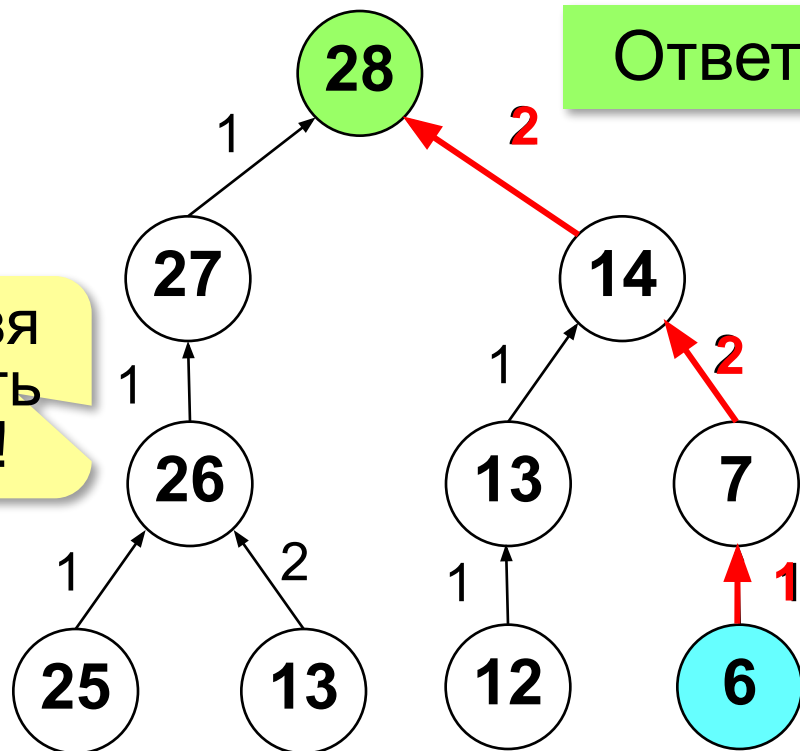
Используя команды:

1. прибавь 1
2. умножь на 2

написать самую короткую программу, которая из **6** получает **28**.



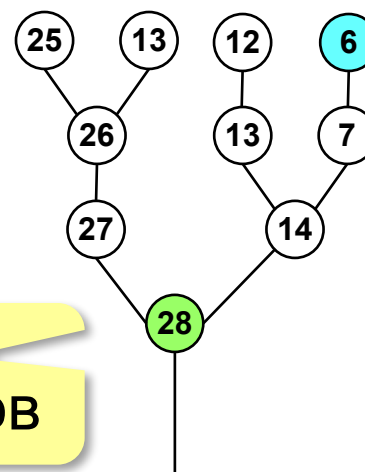
# Составление программы (с конца)



Ответ: 122

нельзя  
делить  
на 2!

дерево  
вариантов



Почему решение  
«с конца» короче?

**!** Решение «с конца» короче, если в списке команд есть **необратимая операция** (каждое целое число можно умножить на 2, но не каждое делится на 2)!

# Алгоритмы и программирование

## **§ 53. Анализ алгоритмов с ветвлениями и циклами**



# Вспомним всё

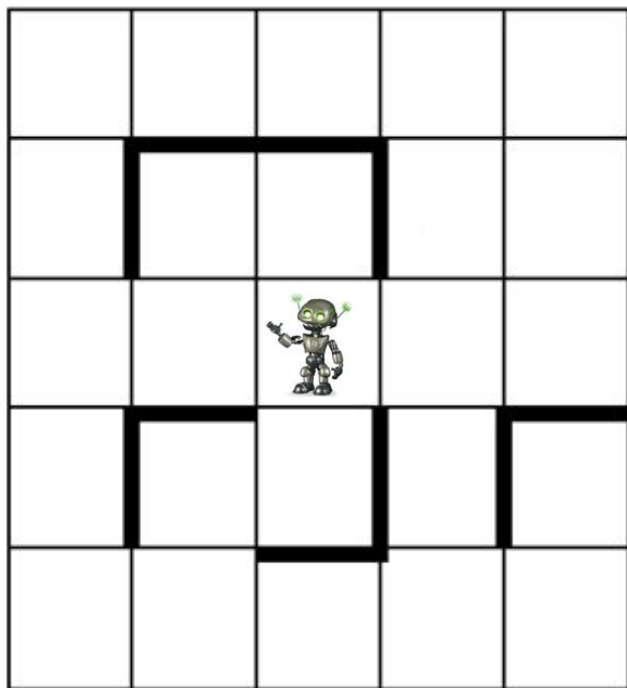
---

**Цикл** — это многократное выполнение одинаковых действий. Цикл состоит из заголовка и тела цикла — тех команд, которые находятся внутри цикла и выполняются несколько раз.

**Ветвление** — это выбор одного из двух вариантов действий в зависимости от выполнения некоторого условия.

# Исполнитель Робот

**Формальный исполнитель** — это исполнитель, который одну и ту же команду всегда понимает однозначно и выполняет одинаково.



## СКИ Робота

**вверх**

**вправо**

**вниз**

**влево**

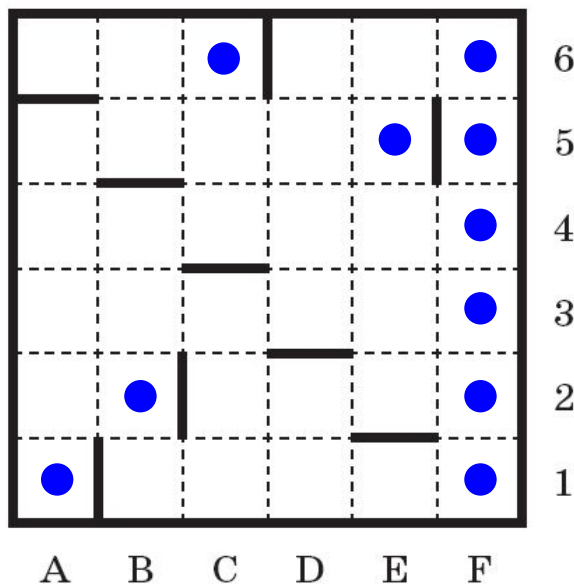
**сверху свободно**

**справа свободно**

**снизу свободно**

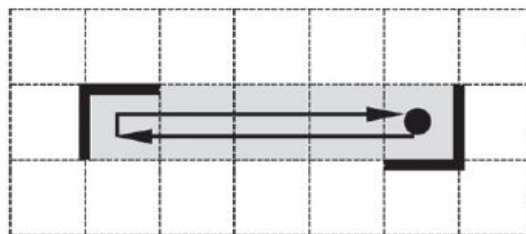
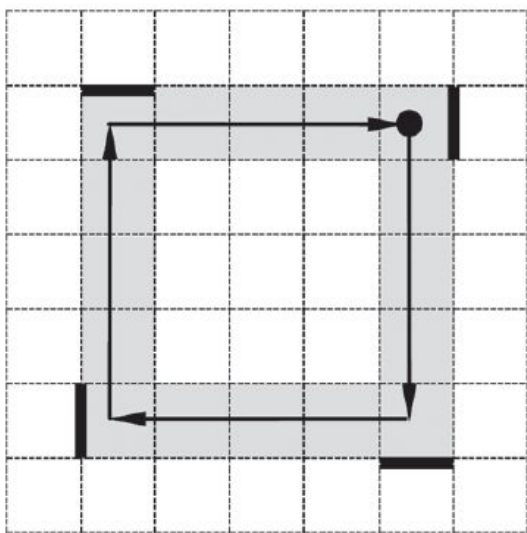
**слева свободно**

# Анализ алгоритма для Робота



Робот выполнил программу и вернулся в ту же клетку. Откуда он мог начать движение?

ПОКА <снизу свободно> вниз  
 ПОКА <слева свободно> влево  
 ПОКА <сверху свободно> вверх  
 ПОКА <справа свободно> вправо



**F4**



Справа стена!

# Анализ алгоритма для Чертёжника

Чертёжник выполнил алгоритм (буквами  $n$ ,  $a$ ,  $b$  обозначены неизвестные числа) и вернулся в исходную точку. Укажите все возможные значения  $n$ .

	$(dx, dy)$
сместиться на $(-2, -11)$	$(-2, -11)$
ПОВТОРИ $n$ РАЗ	
сместиться на $(a, b)$	} $(n(a+27), n(b+12))$
сместиться на $(27, 12)$	
сместиться на $(-22, -7)$	$(-22, -7)$

$$dx = 0 = -2 + n(a+27) - 22$$

$$n(a+27) = 24$$

$$dy = 0 = -11 + n(b+12) - 7$$

$$n(b+12) = 18$$

24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

18: 1, 2, 3, 6, 9, 18



$n$  – делитель 24 и 18!

# Анализ алгоритма для Редактора

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из **68** идущих подряд цифр **8**?

**ПОКА** нашлось (222) **ИЛИ** нашлось (888)

**ЕСЛИ** нашлось (222)

**ТО** заменить (222, 8)

**ИНАЧЕ** заменить (888, 2)

8888888888...8

2 2 2

8

$$68 - 8 \cdot 8 = 4$$

8888

→

28

2



За 4 шага  
убрали  
8 восьмёрок!

## Анализ алгоритмов для Редактора

---

1: ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (888)

    ЕСЛИ нашлось (222)

        ТО заменить (222, 8)

    ИНАЧЕ заменить (888, 2)

8888888888888888888888888888

2228888888888888 ⇒ 8888888888888888

2: ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (888)

    ЕСЛИ нашлось (888)

        ТО заменить (888, 2)

    ИНАЧЕ заменить (222, 8)

8888888888888888888888888888 ⇒ 2222228

# Конец фильма

---

**ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич**

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

[kpolyakov@mail.ru](mailto:kpolyakov@mail.ru)

**ЕРЕМИН Евгений Александрович**

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

[eremin@pspu.ac.ru](mailto:eremin@pspu.ac.ru)

# Источники иллюстраций

---

1. [www.cgtrader.com](http://www.cgtrader.com)
2. иллюстрации художников издательства «Бином»
3. авторские материалы