

## Тема урока

# *Возрастание и убывание функции*

## Цели обучения:

10.4.1.26 знать необходимое и достаточное условие возрастания (убывания)

функции на интервале;

10.4.1.27 находить промежутки возрастания (убывания) функции;

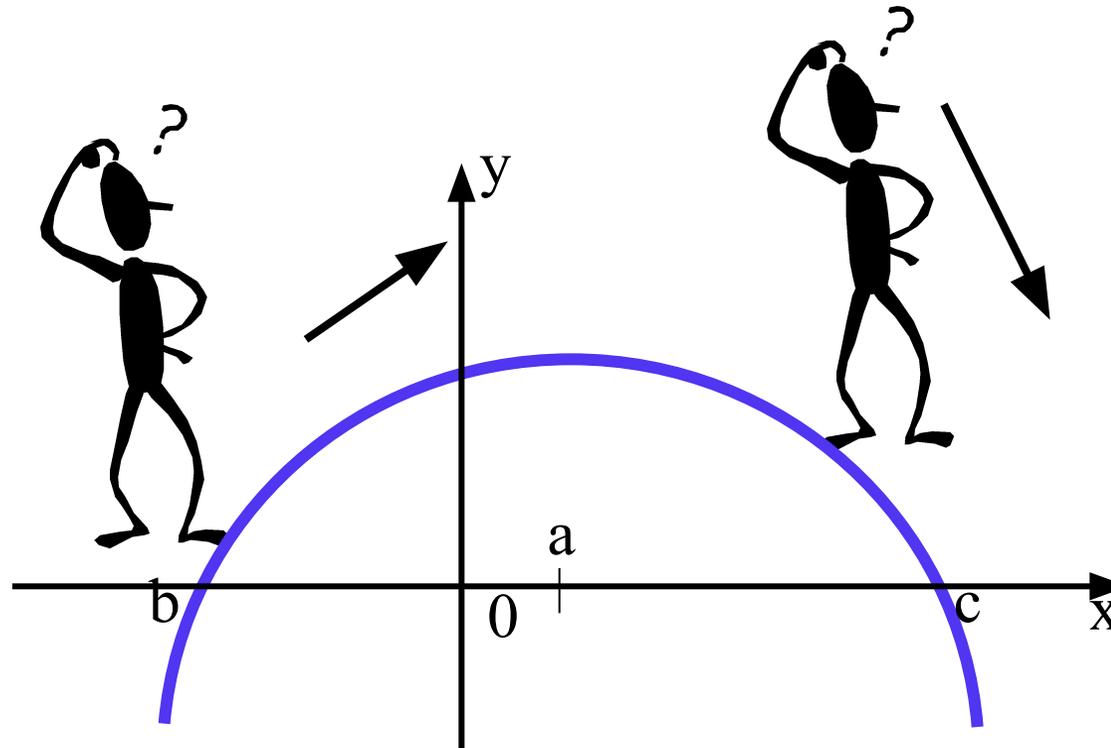
# Критерии оценивания

- знает определение критических точек функции;
- умеет находить критические точки функции;
- знает необходимое и достаточное условия возрастания (убывания) функции на интервале
- умеет находить интервалы возрастания (убывания) функции

# *Возрастание и убывание функции*

Подняться на гору.  
Функция возрастает  
на интервале  $[b; a]$

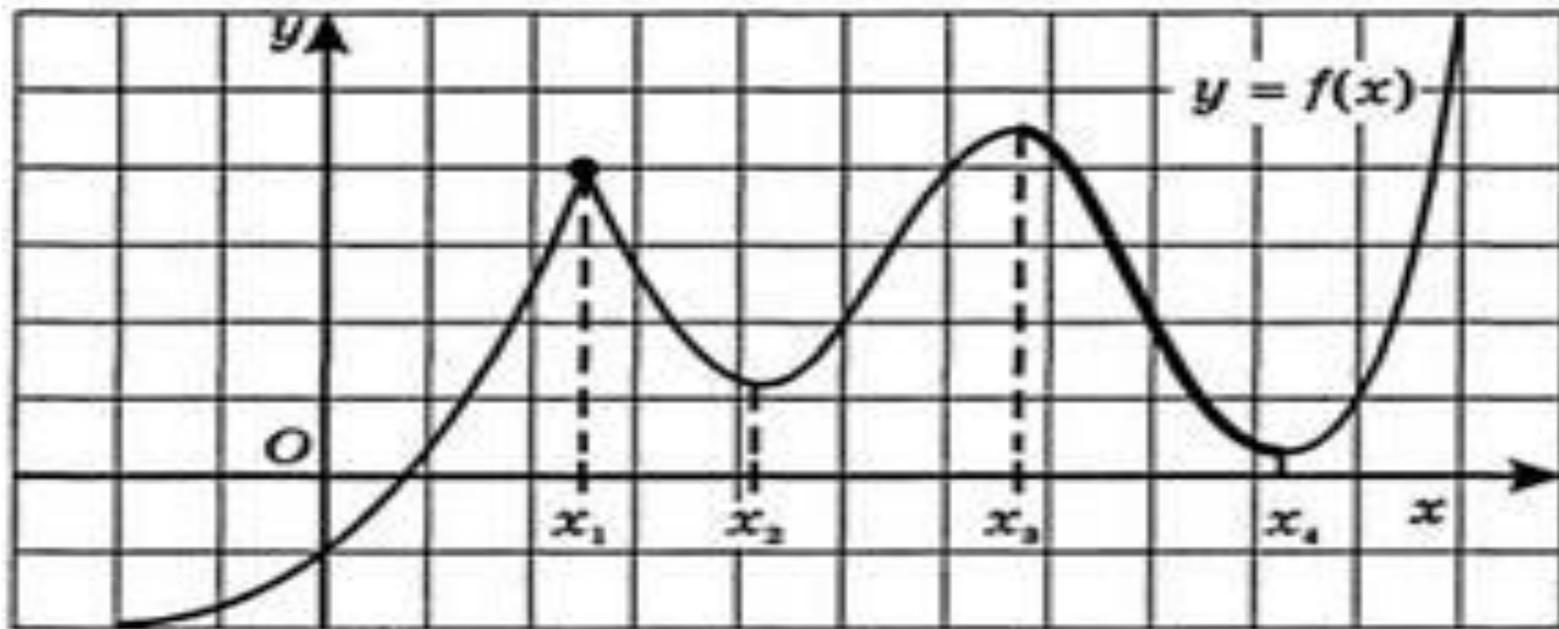
При спуске с горы.  
Функция убывает на  
интервале  $[a; c]$



По графику функции  $y=f(x)$  ответьте на вопросы:

Сколько промежутков возрастания у этой функции?

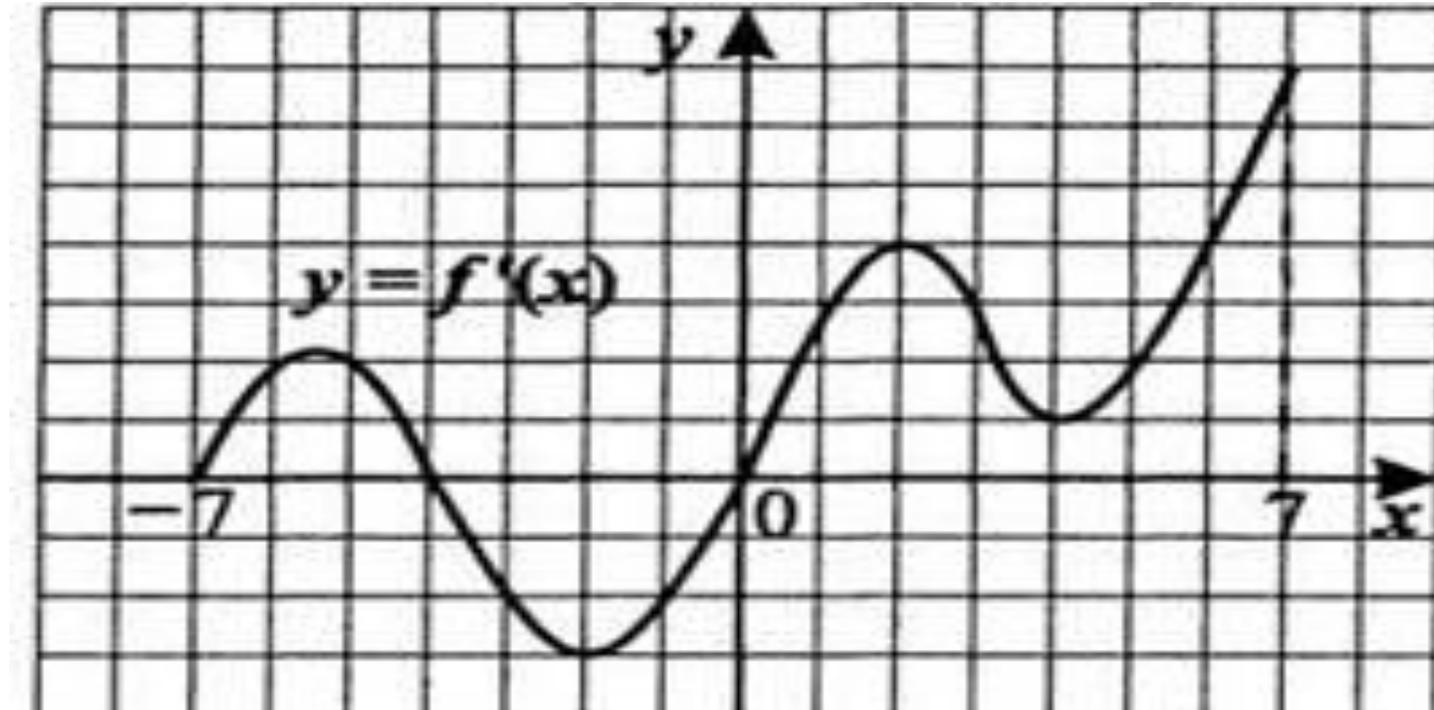
Назовите наименьший из промежутков убывания этой функции



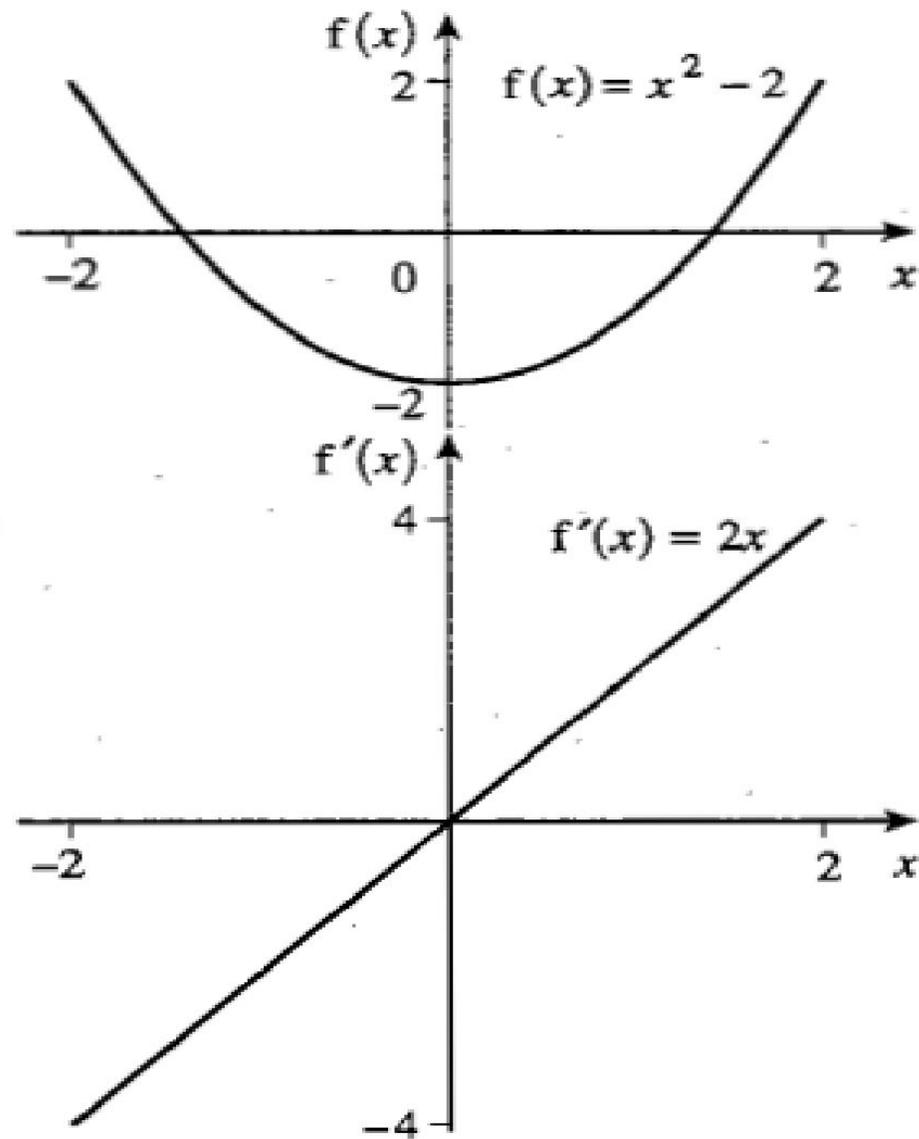
По графику функции  $y=f'(x)$  ответьте на вопросы:

Сколько промежутков возрастания у этой функции?

Найдите длину промежутка убывания этой функции.



Рассмотрим связь между графиком функции  $f(x) = x^2 - 2$  и ее производной  $f'(x) = 2x$



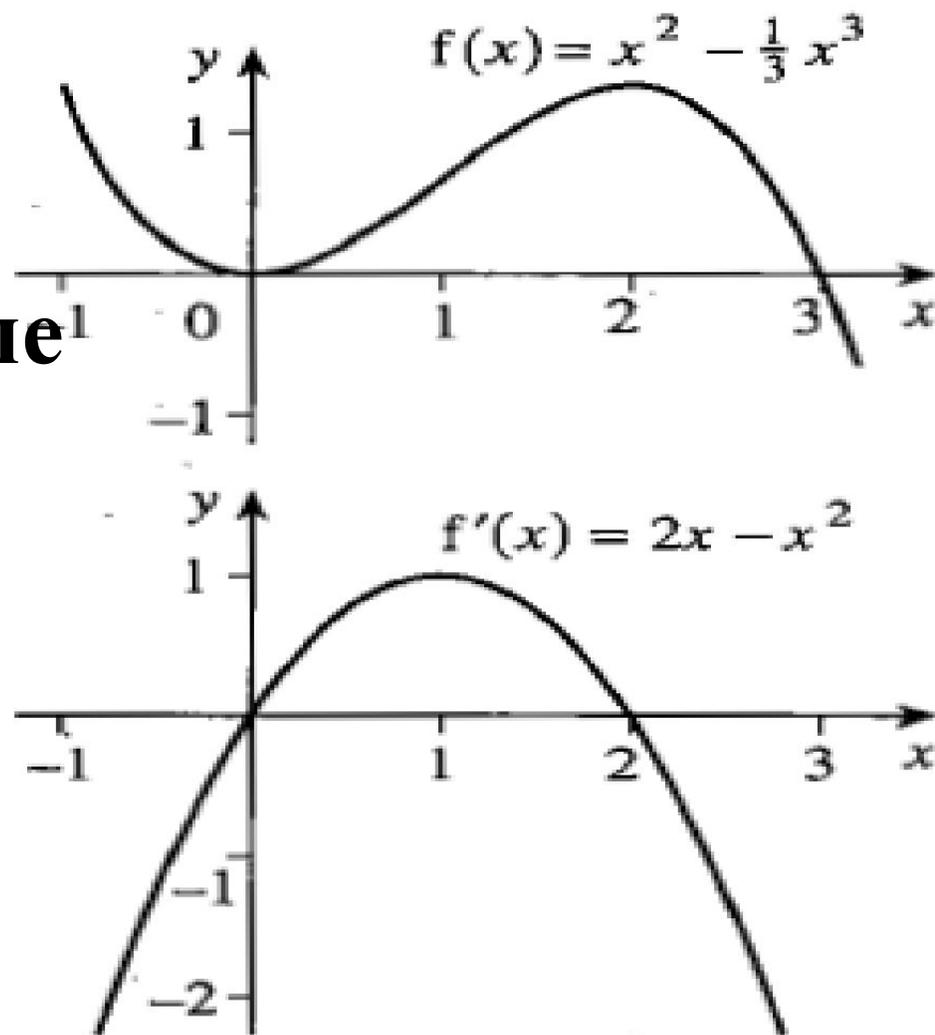
## Выводы:

1. Множество точек  $x$ , где график производной функции располагается выше оси  $Ox$ , соответствует множеству точек  $x$ , где график функции **возрастает**.
2. Множество точек  $x$ , где график производной функции располагается ниже оси  $Ox$ , соответствует множеству точек  $x$ , где график функции **убывает**.

## Пример.

Установите связь между графиком функции и графиком ее производной

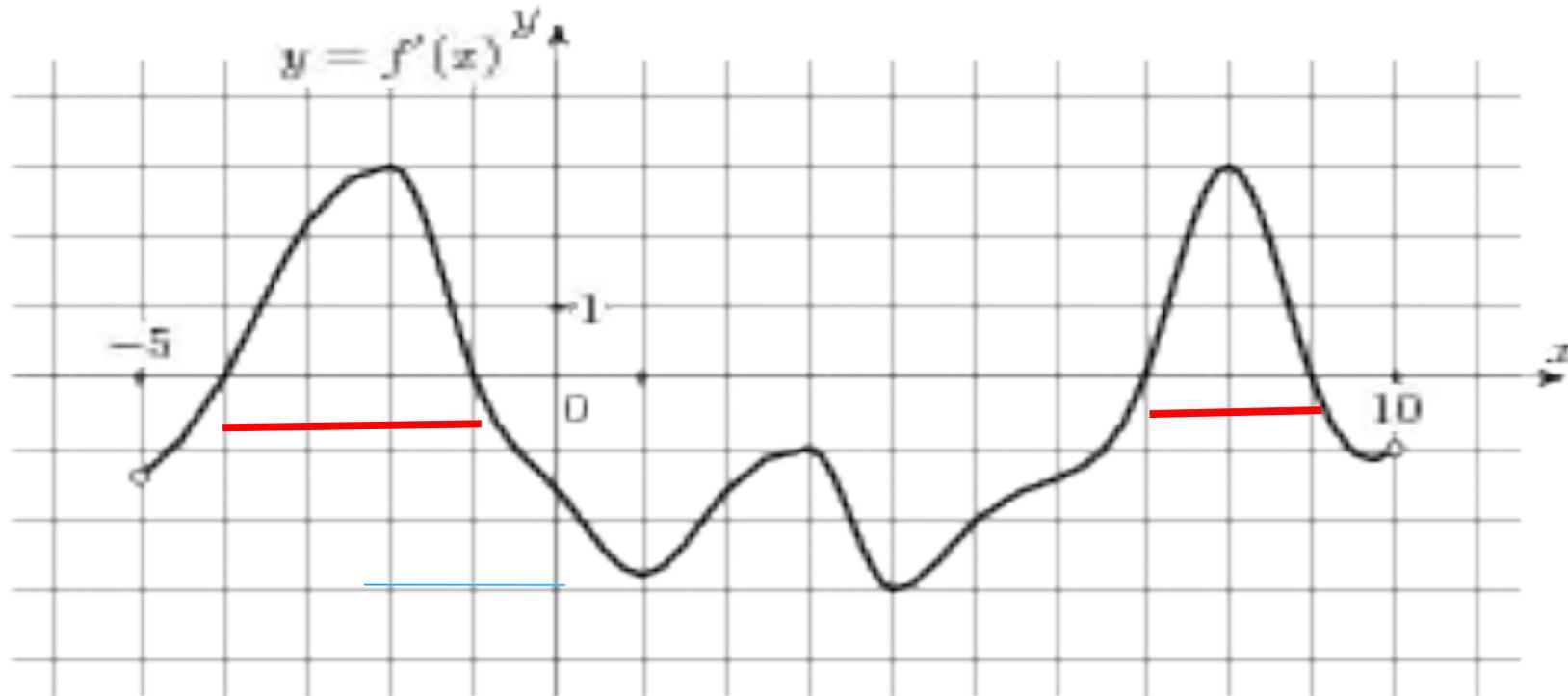
При **возрастании** функции, значение ее производной **больше** нуля;  
при **убывании** функции, значение ее производной **меньше** нуля



# Достаточные условия возрастания и убывания функции

- ✓ Если производная некоторой непрерывной функции  $f(x)$  на некотором промежутке положительна ( $f'(x) > 0$ ), то на этом промежутке функция возрастает.
- ✓ Если производная некоторой непрерывной функции  $f(x)$  на некотором промежутке отрицательна ( $f'(x) < 0$ ), то на этом промежутке функция убывает.

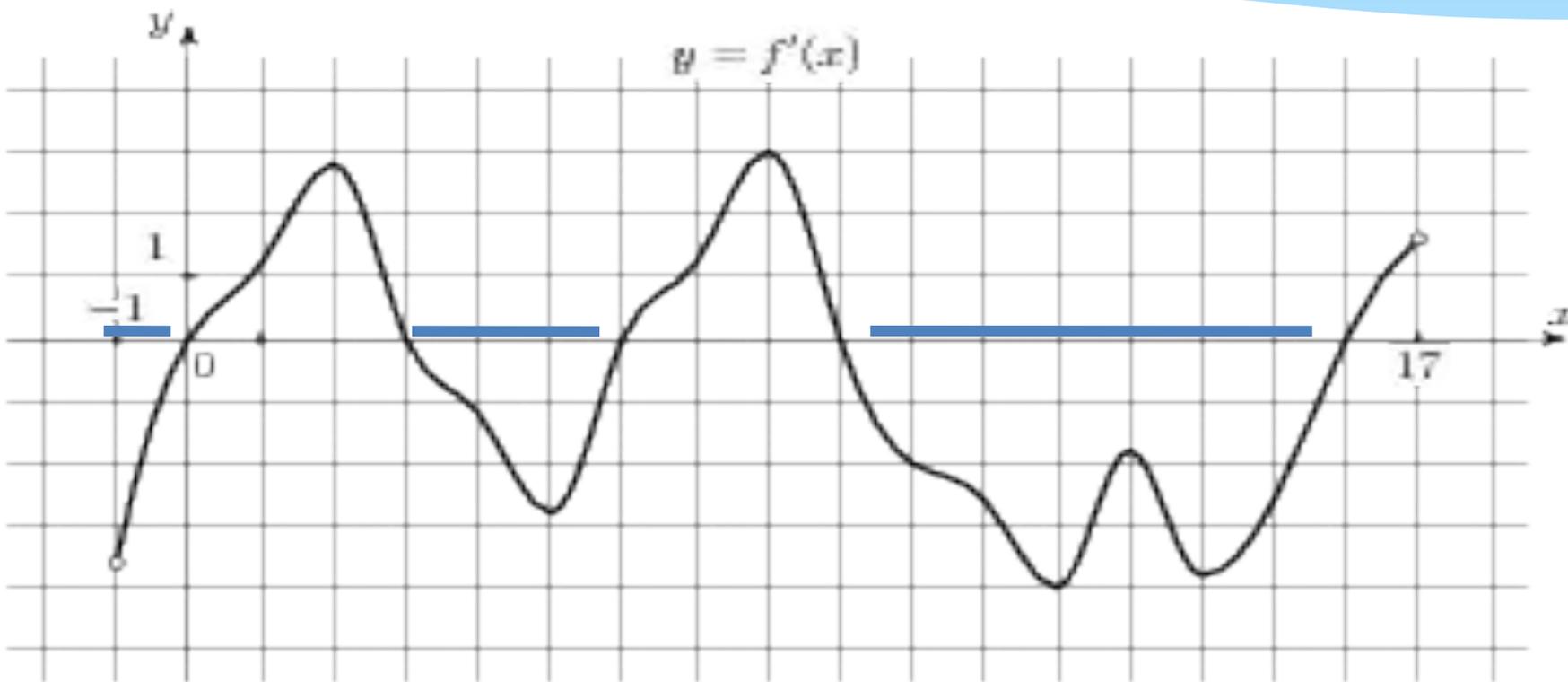
**Задача 1** На рисунке изображен график производной функции на промежутке  $(-5; 10)$ . Найти промежутки возрастания и дать в ответе длину наибольшего промежутка.



Ответ: 3

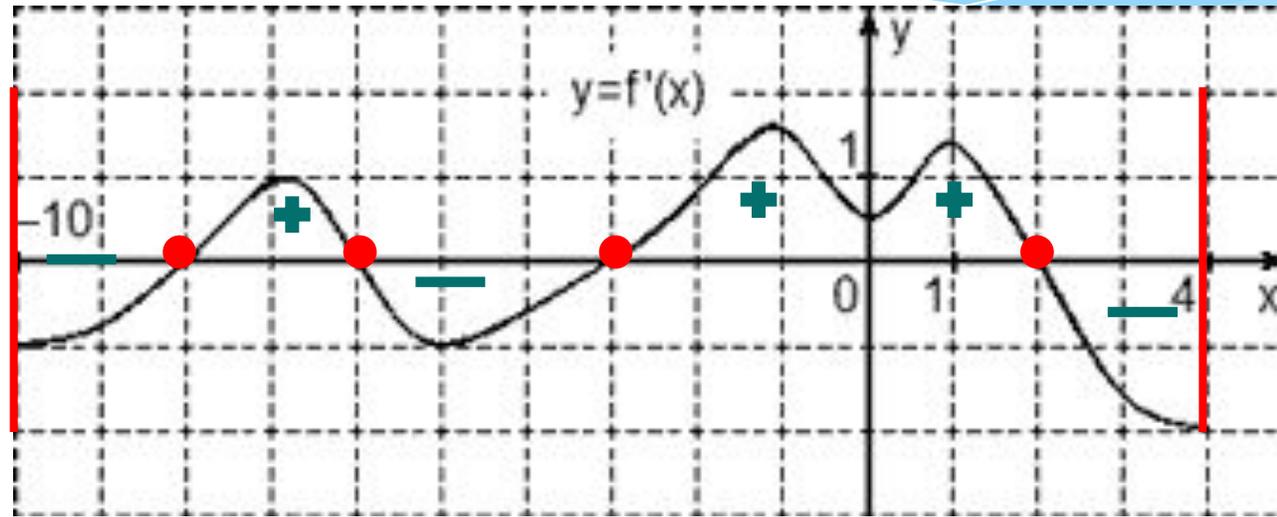
## Задача 2

На рисунке изображен график производной функции на промежутке  $(-1; 17)$ . Найти промежутки убывания и дать в ответе длину наибольшего промежутка.



Ответ: 7

На рисунке изображен непрерывный график производной функции  $y = f'(x)$  на промежутке  $[-10; 4]$ . Найти промежутки возрастания и убывания функции  $f(x)$ .



1. Покажем что на промежутке  $[-10; 4]$  функция непрерывная
2. Обозначим нули производной
3. Находим знаки производной на каждой промежутке:
  - 3.1.  $f'(x) > 0$  (график расположен выше оси  $Ox$ )
  - 3.2.  $f'(x) < 0$  (график расположен ниже оси  $Ox$ )
4. Определим промежутки монотонности:
  - 4.1. Если  $f'(x) > 0$ , то функция возрастает на этом промежутке.
  - 4.2. Если  $f'(x) < 0$ , то функция убывает на этом промежутке.

# Алгоритм исследования на монотонность:

- \* *Найдем область определения функции.*
- \* *Найдем производную функцию.*
- \* *Найдем нули производной.*
- \* *Методом интервалов определим знаки производной на каждом промежутке.*
- \* *Используя достаточный признак возрастания (убывания) делаем вывод.*

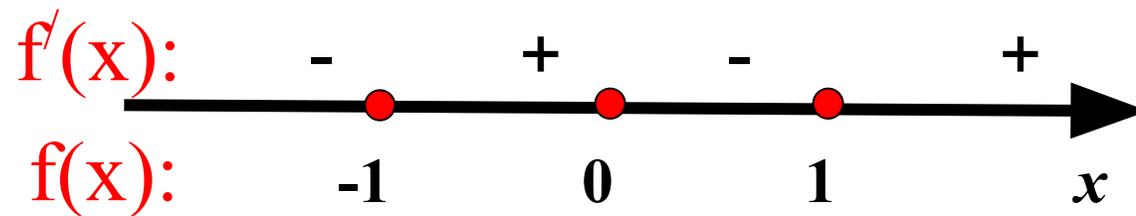
# Решение по алгоритму

**Задача 1** Найдите промежутки монотонности функции  $f(x) = x^4 - 2x^2$

1.  $D(f) = \mathbb{R}$

2.  $f'(x) = 4x^3 - 4x,$

3.  $f'(x) > 0, 4x^3 - 4x > 0, x^3 - x > 0, x(x-1)(x+1) > 0$

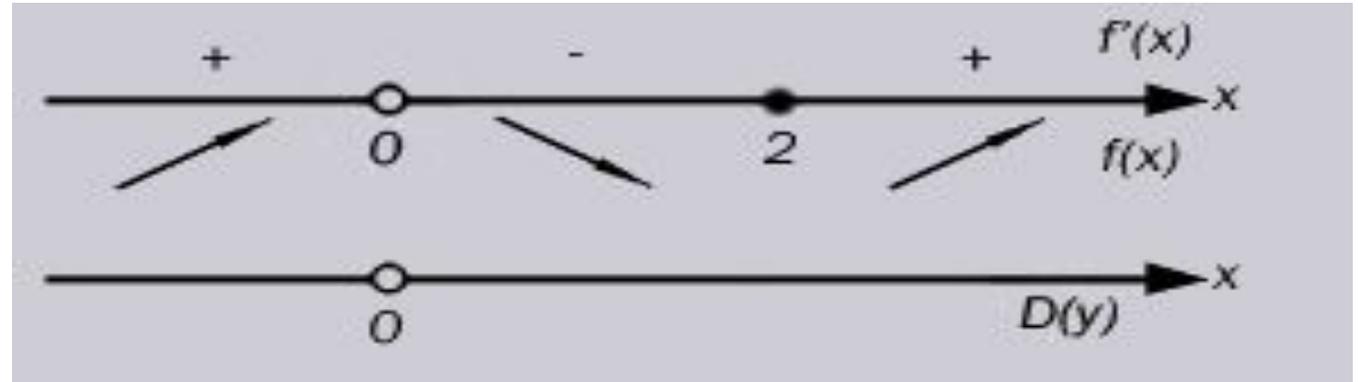
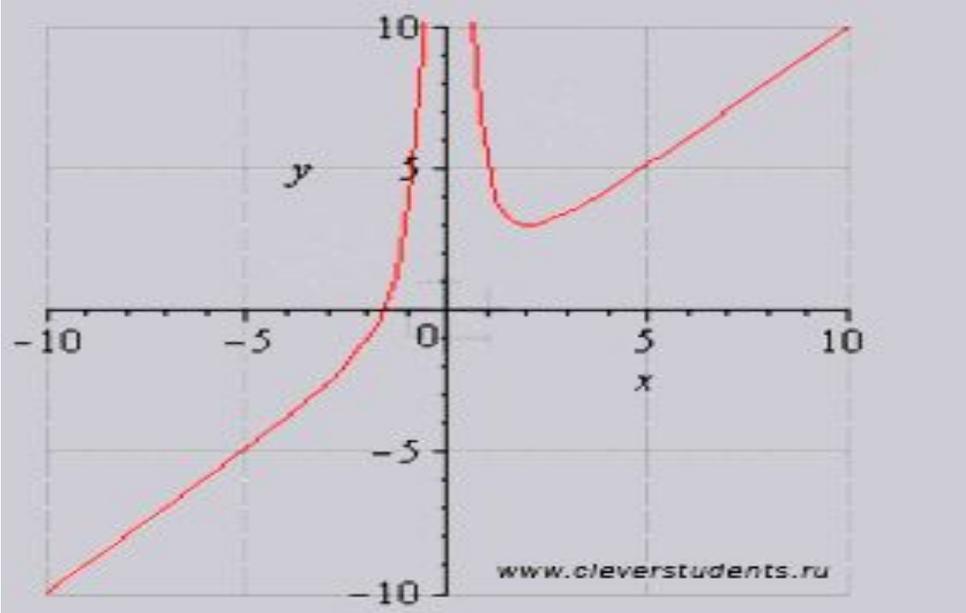


4. Функция  $(-\infty; -1]$  и  $[(0; 1)]$  на интервале убывает.

Функция  $[(-1; 0)]$  и  $[(1; +\infty)]$  на интервале возрастает.

## Задача 2

Найдите промежутки монотонности функции  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$



Таким образом,  $\begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^3} > 0 \\ D(y) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$  и  $\begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^3} < 0 \\ D(y) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 2)$ .

Ответ:

функция возрастает при  $x \in (-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$ , убывает на интервале  $(0; 2]$ .

ДОМА:

\*№ 47.15(4)  
47.17(2)

№ 47.18(2)

№ №