Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки (Рособрнадзор)
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

ФИПИ

Подготовка экспертов для работы в региональной предметной комиссии при проведении итоговой аттестации по общеобразовательным программам основного общего и среднего общего образования

Методика проверки и оценки заданий с развёрнутым ответом: алгебраические задания (задания 13, 15 и 17)

Семенов Андрей Викторович, к. пед. н, ведущий научный сотрудник ФГБНУ «ФИПИ»

Проект демонстрационного варианта 2019 года

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos 2x=\sqrt{3}\cos x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) -3π; -2π; $-\frac{11\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задание 13. Пример 1

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in Z;$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задание 13. Пример 1. Решение

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

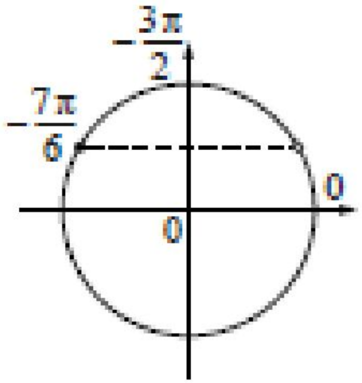
Решение.

а) Пусть $t = \log_4(4\sin x)$, тогда исходное уравнение запишется в виде $2t^2 - 5t + 2 = 0$, откуда $t = 2$ или $t = \frac{1}{2}$.

При $t = 2$ получим: $\log_4(4\sin x) = 2$, значит, $\sin x = 4$, что невозможно.

При $t = \frac{1}{2}$ получим: $\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$, значит, $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.



Получим число $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

Задание 13.
Пример 1.
Работа 1

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$, $\log_4(4\sin x)=t$,

$2t^2-5t+2=0$; $D=25-16=9=3^2$, $t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$; $t_2=\frac{5+3}{4}=1$;

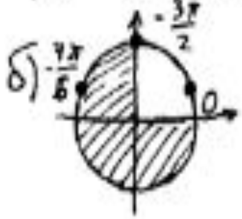
$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 2$, $4\sin x=2$; $\sin x=\frac{1}{2}$;

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$;

$\log_4(4\sin x)=t_2=1$; $\log_4(4\sin x)=\log_4 4$; $4\sin x=4$; $\sin x=1$;

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k\in Z$

б)



Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$, $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

? баллов

1	Оценивание

Задание 13. Пример 1. Работа 1

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

а) $2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0,\quad \log_4(4\sin x)=t,$

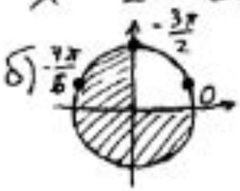
$2t^2-5t+2=0;\quad D=25-16=9=3^2,\quad t_1=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2};\quad t_2=\frac{5+3}{4}=1;$

$\log_4(4\sin x)=t_1=\frac{1}{2};\quad \log_4(4\sin x)=\log_4 2,\quad 4\sin x=2;\quad \sin x=\frac{1}{2};$

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;\quad x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z;$

$\log_4(4\sin x)=t_2=1;\quad \log_4(4\sin x)=\log_4 4;\quad 4\sin x=4;\quad \sin x=1;$

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$ Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ \frac{\pi}{2}+2\pi k,\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) 

Ответ: $-\frac{3\pi}{2},\ -\frac{7\pi}{6}.$

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}.$

1 балл

Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом выполнены оба пункта – **1 балл**

Задание 13. Пример 1. Работа 2

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$
$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geqslant 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $\quad t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $\quad t_2 = 1$

Обратная замена

$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $\quad 4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\quad \sin x = 64$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\quad$ Нет решений.

б) Произведём отбор на единичной окружности

$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

? баллов

Задание 13. Пример 1. Работа 2

13) а) ОДЗ: $4\sin x > 0$
$\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4\sin x) = t$; $t \geq 0$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2$

$D = 25 - 16$

$D = 9$

$t_1 = \frac{5+3}{2}$ $\quad t_1 = 4$

$t_2 = \frac{5-3}{2}$ $\quad t_2 = 1$

Обратная замена

$\log_4(4\sin x) = 1$ или $\log_4(4\sin x) = 4$

$4\sin x = 4$ $\quad 4\sin x = 256$

$\sin x = 1$ $\quad \sin x = 64$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\quad$ Нет решений.

б) Произведём отбор на единичной окружности

$-\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

а) Решите уравнение
$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;
б) $-\frac{7\pi}{6}$.

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: получен неверный ответ **из-за вычислительной ошибки**, при этом выполнены оба пункта

Задание 13. Пример 1. Работа 3

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in Z;$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

$2\log_4^2(4\sin x)-5\log_4(4\sin x)+2=0$ $t=\log_4(4\sin x)$

$2t^2-5t+2=0$ $D=25-16=9$

$t=\frac{5\pm3}{4}$

$t_1=2$ $t_2=\frac{1}{2}$

$\log_4(4\sin x)=2$

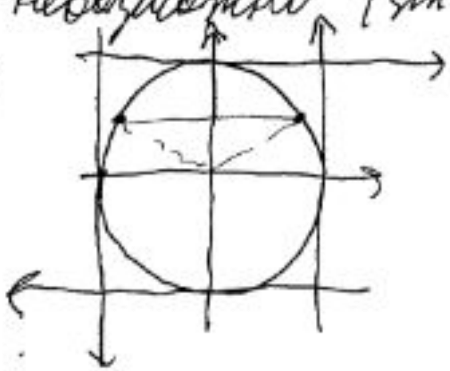
$4\sin x=16$

$\sin x=4$ — невозможно $(\sin x\in[-1;1])$

$\log_4(4\sin x)=\frac{1}{2}$

$4\sin x=2$

$\sin x=\frac{1}{2}$



а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$
$\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{6}\right\}$

? баллов

3	Оценивание

Задание 13. Пример 1. Работа 3

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$

$t = \log_4(4\sin x)$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$D = 25 - 16 = 9$

$t = \frac{5 \pm 3}{4}$

$t_1 = 2 \quad t_2 = \frac{1}{2}$

$\log_4(4\sin x) = 2$

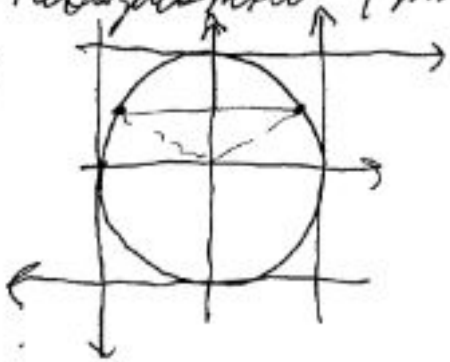
$4\sin x = 16$

$\sin x = 4$ — невозможно $(\sin x \in [-1; 1])$

$\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$

$4\sin x = 2$

$\sin x = \frac{1}{2}$



а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

$\frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

б) $\left\{-\frac{7\pi}{6}\right\}$

1 балл

Удовлетворяет критерию: получен **верный ответ в пункте *а***, отбор корней произведен неверно (при правильном ответе) – **1 балл**

Задание 13.
Пример 1.
Работа 4

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\log_4(4\sin x) = t$

ОДЗ
$4\sin x \neq 0$
$\sin x \neq 0$
$x \neq \pi n$ $n \in \mathbb{Z}$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$ $D = 25 - 16 = 9$

$t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$

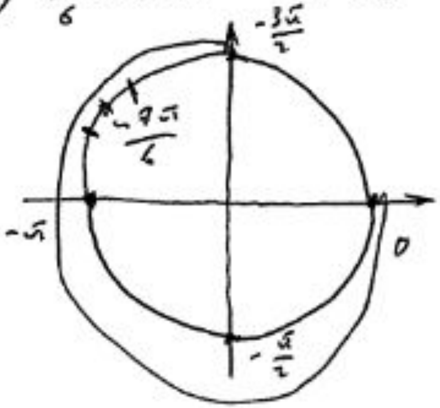
$t_2 = \frac{5+3}{4} = 2$

$\left[\begin{array}{l}\log_4(4\sin x) = 2\\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}8 = 4\sin x\\ 2 = 4\sin x\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\sin x = 2\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$

не подходит т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ $n \in \mathbb{Z}$

$\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

б) ~~хне~~ $-\frac{7\pi}{6}$ $n \in \mathbb{Z}$

? баллов

Задание 13.
Пример 1.
Работа 4

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\quad \log_4(4\sin x) = t$ $\quad$ ОДЗ $4\sin x \neq 0$, $\sin x \neq 0$, $x \neq \pi n$, $n \in Z$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$ $\quad D = 25 - 16 = 9$

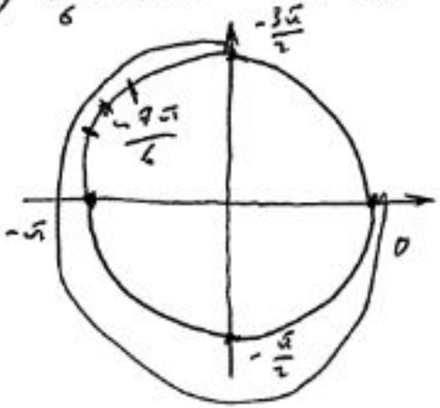
$t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$

$t_2 = \frac{5+3}{4} = 2$

$\left[\begin{array}{l} \log_4(4\sin x) = 2 \\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 8 = 4\sin x \\ 2 = 4\sin x \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \sin x = 2 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ не подходит т.к. $-1 \le \sin x \le 1$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \quad n \in Z$

$\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$

б) ~~же~~ $-\frac{7\pi}{6}$ $\quad n \in Z$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: получен неверный ответ **из-за вычислительной ошибки**, при этом выполнены оба пункта

Задание 13. Пример 2

13 а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задание 13. Пример 2. Решение

13 а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Решение.

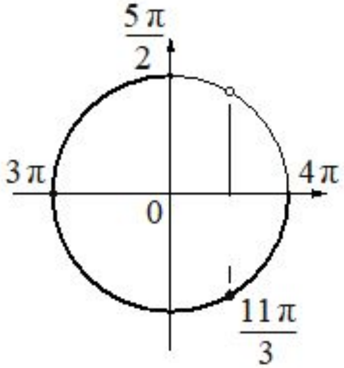
а) Пусть $t=9^{\cos x}$, тогда уравнение запишется в виде $9t^2-28t+3=0$, откуда $t=\frac{1}{9}$ или $t=3$.

При $t=\frac{1}{9}$ получим: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$; $\cos x=-1$, откуда $x=\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.

При $t=3$ получим: $9^{\cos x}=3$; $\cos x=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Получим числа: 3π; $\frac{11\pi}{3}$.



Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

Задание 13. Пример 2. Работа 1

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d,\ d\in z$

$(3^2)^{\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in z$

б) $[\frac{5\pi}{2};4\pi]$

$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi n\le 4\pi$; $\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$ $\frac{5\pi}{2}\le\pi+\pi d\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le\frac{1}{3}+2n\le 4,\ n\in z$ $\frac{5}{2}\le-\frac{1}{3}+2k\le 4,\ k\in z$ $\frac{5}{2}\le 1+d\le 4,\ d\in z$

$2\frac{1}{6}\le 2n\le 3\frac{2}{3},\ n\in z$ $2\frac{5}{6}\le 2k\le 4\frac{1}{3},\ k\in z$ $1\frac{1}{2}\le d\le 3,\ d\in z$

$1\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{5}{6},\ n\in z$ $1\frac{5}{12}\le k\le 2\frac{1}{6},\ k\in z$ $d=2,3$

n – нет чисел $k=2$ $x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$ $x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d,\ d\in z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

? баллов

Задание 13. Пример 2. Работа 1

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

$9\cdot(9^2)^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда:

$9t^2-28t+3=0$

$D=(-28)^2-4\cdot 9\cdot 3=784-108=676$

$t_1=\frac{28-26}{2\cdot 9}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$; $t_2=\frac{28+26}{2\cdot 9}=\frac{54}{18}=3$

Вернемся к замене: $9^{\cos x}=\frac{1}{9}$ или $9^{\cos x}=3$

$\cos x=-1$

$x=\pi+\pi d, d\in z$

$(3^2)^{\cos x}=3^1$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in z$

б) $[\frac{5\pi}{2};4\pi]$

$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+2\pi n\le 4\pi$;

$\frac{5}{2}\le\frac{1}{3}+2n\le 4, n\in z$

$2\frac{1}{6}\le 2n\le 3\frac{2}{3}, n\in z$

$1\frac{1}{12}\le n\le 1\frac{5}{6}, n\in z$

n - нет чисел

$\frac{5\pi}{2}\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le-\frac{1}{3}+2k\le 4, k\in z$

$2\frac{5}{6}\le 2k\le 4\frac{1}{3}, k\in z$

$1\frac{5}{12}\le k\le 2\frac{1}{6}, k\in z$

$k=2$

$x_1=-\frac{\pi}{3}+2\cdot 2\pi=\frac{11\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{2}\le\pi+\pi d\le 4\pi$

$\frac{5}{2}\le 1+d\le 4, d\in z$

$1\frac{1}{2}\le d\le 3, d\in z$

$d=2,3$

$x_2=\pi+2\pi=3\pi$

$x_3=\pi+4\pi=5\pi$

Ответ: а) $x=\pi+\pi d, d\in z$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in z$;

б) $x_1=\frac{11\pi}{3}$; $x_2=3\pi$; $x_3=5\pi$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: получен неверный ответ **из-за вычислительной ошибки**, при этом выполнены оба пункта

Задание 13. Пример 2.
Работа 2

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

№13

$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$

а) $9t^2-28t+3=0$

$D=784-108=676$

$t_1=\frac{28+26}{18}=3$

$t_2=\frac{28-26}{18}=\frac{1}{9}$

$9^{\cos x}=3$

$\cos x=\frac{1}{2}$ $\quad$ $\cos x=-1$

$x=\frac{\pi}{3}+2\pi k$ $\quad$ $x=\pi+2\pi k.$

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k$

$\frac{5\pi}{2}\leq\pi+2\pi k\leq 4\pi$

$0{,}75\leq k\leq 1{,}5$

$k=1.$

б) $+\frac{5\pi}{2}\leq\frac{\pi}{3}+2\pi k\leq 4\pi$

$+\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\leq 2k\leq 4-\frac{1}{3}$

$+\frac{15-2}{12}\leq k\leq\frac{12-1}{6}$

$+\frac{13}{12}\leq k\leq\frac{11}{6}$

$\cancel{k=-1,0,1.}$ $k\in\varnothing$

$+\frac{5\pi}{2}\leq-\frac{\pi}{3}+2\pi k\leq 4\pi$

$+\frac{5}{2}+\frac{1}{3}\leq 2k\leq 4+\frac{1}{3}$

$+\frac{15+2}{12}\leq k\leq\frac{12+1}{6}$

$+\frac{17}{12}\leq k\leq\frac{13}{6}$

$k=\cancel{-1,0,1,2}.\ 2$

Ответ: $x_1=3\pi$; $x_2=\frac{11\pi}{3}$

? баллов

Задание 13. Пример 2. Работа 2

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

№13

$9\cdot 81^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$

а) $9t^2 - 28t + 3 = 0$

$D = 784 - 108 = 676$

$t_1 = \frac{28+26}{18} = 3$

$t_2 = \frac{28-26}{18} = \frac{1}{9}$

$9^{\cos x} = 3$

$\cos x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos x = -1$

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ $\qquad$ $x = \pi + 2\pi k$.

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$\frac{5\pi}{2} \le \pi + 2\pi k \le 4\pi$

$0,75 \le k \le 1,5$

$k = 1$.

Ответ: $x_1 = 3\pi$; $x_2 = \frac{11\pi}{3}$

б) $+\frac{5\pi}{2} \le \frac{\pi}{3} + 2\pi k \le 4\pi$

$+\frac{5}{2} - \frac{1}{3} \le 2k \le 4 - \frac{1}{3}$

$+\frac{15-2}{12} \le k \le \frac{12-1}{6}$

$+\frac{13}{12} \le k \le \frac{11}{6}$

~~$k = -1, 0, 1$.~~ $k \in \varnothing$

$+\frac{5\pi}{2} \le -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \le 4\pi$

$+\frac{5}{2} + \frac{1}{3} \le 2k \le 4 + \frac{1}{3}$

$+\frac{15+2}{12} \le k \le \frac{12+1}{6}$

$+\frac{17}{12} \le k \le \frac{13}{6}$

$k =$ ~~$-1, 0, 1, 2$~~. 2

2 балла

Задание 13. Пример 2. Работа 3

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

№ 13. а) $9\cdot 81^{\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$

$9\cdot 9^{2\cos x} - 28\cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$

Пусть: $9^{\cos x} = t.$

$9t^2 - 28t + 3 = 0$

$D = 784 - 108$

$D = 676.$

$t_{1,2} = \frac{28\pm 26}{18}$ — $\frac{54}{18} = 3$; $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}.$

$t_1 = 3.$

$9^{\cos x} = 3.$

$3^{2\cos x} = 3.$

$2\cos x = 1$

$\cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n\in Z$

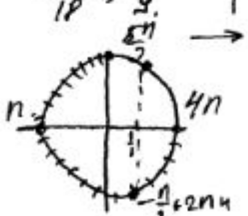
$t_2 = \frac{1}{9}.$

$9^{\cos x} = \frac{1}{9}.$

$\cos x = -1$

$x = \pi + 2\pi n,$ $n\in Z$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$



Выборка корней:

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$

$n = 2$; $x = \frac{11\pi}{3} \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

$x = \pi + 2\pi n.$

$n = 1$; $x = 3\pi \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

Ответ: а) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n\in Z$
$x = \pi + 2\pi n, n\in Z$

б) $x = \frac{11\pi}{3}$ $x = 3\pi$

Задание 13. Пример 2. Работа 3

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

№ 13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$

$9\cdot 9^{2\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$

Пусть: $9^{\cos x}=t.$

$9t^2-28t+3=0$

$D=784-108$

$D=676.$

$t_{1,2}=\frac{28\pm 26}{18}$ — $\frac{54}{18}=3$; $\frac{2}{18}=\frac{1}{9}.$

$t_1=3.$

$9^{\cos x}=3.$

$3^{2\cos x}=3.$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

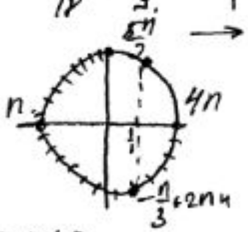
$t_2=\frac{1}{9}.$

$9^{\cos x}=\frac{1}{9}.$

$\cos x=-1$

$x=\pi+2\pi n,$ $n\in\mathbb{Z}$

б) $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$



Выборка корней:

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n.$

$n=2;\ x=\frac{11\pi}{3}\in\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

$x=\pi+2\pi n.$

$n=1;\ x=3\pi\in\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

Ответ: а) $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$x=\pi+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

б) $x=\frac{11\pi}{3}$ $x=3\pi$

2 балла

Задание 13. Пример 3

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задание 13. Пример 3. Решение

13 а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решение.

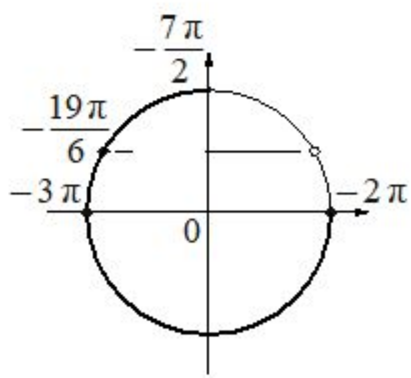
а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sin x + \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{3}\sin 2x + 1;\ \sin x + 1 - 2\sin^2 x = 1;$$

$$\sin x \cdot (2\sin x - 1) = 0.$$

Значит, $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.



Получим числа: $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

Задание 13. Пример 3. Работа 1

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

13

а) $\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos\frac{\pi}{6} + \cos 2x \sin\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cos 2x \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}\sin 2x + 1$

$\cos 2x + \sin x - 1 = 0$

~~$\cos^2 x - \sin^2 x - 1 = 0$ т.к.~~

$\cos^2 x - \sin^2 x - 1 + \sin x = 0$ т.к. $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$ (осн. триг. тожд)

то: $2\sin^2 x - \sin x = 0$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

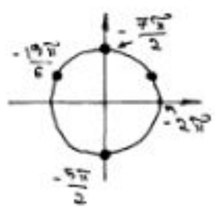
$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pi n \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\end{array}\right. \quad n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; $n \in \mathbb{Z}$

б) Отберем корни с помощью единичной окружности

$-\frac{7\pi}{2} \leq -\frac{6\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \leq -2\pi$

$-\frac{6\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$



$-\frac{7\pi}{2} \leq -\frac{7\pi}{2} \leq -2\pi$

$-\frac{7\pi}{2} \leq -\frac{5\pi}{2} \leq -2\pi$

То есть отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$ принадлежат корни: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{2}$

Ответ: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{2}$

? баллов

Задание 13. Пример 3. Работа 1

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

13

а) $\sin x + 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}\sin 2x + 1$

$\sin x + 2(\sin 2x \cdot \cos\frac{\pi}{6} + \cos 2x \sin\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cos 2x \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}\sin 2x + 1$

$\cos 2x + \sin x - 1 = 0$

~~$\cos^2 x - \sin^2 x - 1 = 0$ т.к.~~

$\cos^2 x - \sin^2 x - 1 + \sin x = 0$ т.к. $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$ (осн. триг. тожд)

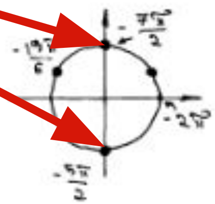
то: $2\sin^2 x - \sin x = 0$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pi n \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\end{array}\right. \quad n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; $n \in \mathbb{Z}$

б) Отберем корни с помощью единичной окружности



$-\frac{7\pi}{2} \le -\frac{6\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \le -2\pi$

$-\frac{6\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$

$-\frac{7\pi}{2} \le -\frac{7\pi}{2} \le -2\pi$

$-\frac{7\pi}{2} \le -\frac{5\pi}{2} \le -2\pi$

То есть отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$ принадлежат корни: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{2}$

Ответ: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{2}$

1 балл

Удовлетворяет критерию: обоснованно получен верный ответ в пункте *а*

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки (Рособрнадзор)
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

ФИПИ

Задание 13. Пример 3. Работа 2

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

13.

$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos\frac{\pi}{6} + \cos 2x \cdot \sin\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot 2\sin x \cdot \cos x + 1$

$\sin x + \cancel{2}\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + 2(1 - 2\sin^2 x)\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + 1$

$\sin x + \cancel{2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x} + 2\cdot\frac{1}{2}(1 - 2\sin^2 x) = \cancel{2\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x} + 1$

$\cancel{\sin x + \frac{1}{2} - \sin^2 x = 1}$

$\cancel{\sin^2 x - \sin x + \frac{1}{2} = 0} \quad |\cdot 2$

$\cancel{2\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0}$

$\cancel{\sin x = t, \quad |t| \le 1}$

$\cancel{2t^2 - 2t + 1 = 0}$

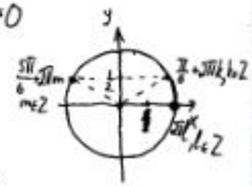
$\cancel{\frac{D}{4} = 1 - 2 < 0}$

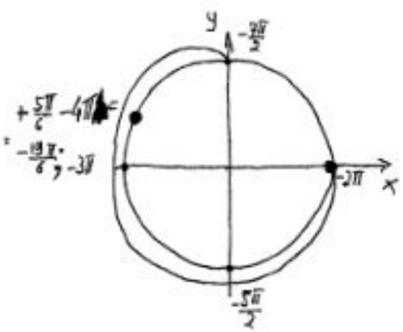
$\sin x + \cancel{1} - 2\sin^2 x = \cancel{1}$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = 2\pi l, \ l \in Z \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, \ m \in Z. \end{array}\right.$





$x = 2\pi l, \ l = -1 \qquad x = -2\pi \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, \ m = -2 \qquad x = \frac{5\pi}{6} - \frac{24\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$

$-\frac{19\pi}{6} \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$

Ответ: а) $2\pi l$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ $\{k, l, m\} \subset Z$ б) $-\frac{19\pi}{6}$; -2π.

? баллов

Задание 13. Пример 3. Работа 2

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

13.

$\sin x + 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{6} + \cos 2x\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\cdot 2\sin x\cdot\cos x + 1$

$\sin x + \cancel{2}\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + 2(1-2\sin^2 x)\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x + 1$

$\sin x + 2\sqrt{3}\,\cancel{\sin x\cdot\cos x} + 2\cdot\frac{1}{2}(1-2\sin^2 x) = 2\sqrt{3}\,\cancel{\sin x\cdot\cos x} + 1$

~~$\sin x + \frac{1}{2} - \sin^2 x = 1$~~

~~$\sin^2 x - \sin x + \frac{1}{2} = 0 \quad |\times 2$~~

~~$2\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$~~

~~$\sin x = t, \quad |t|\le 1$~~

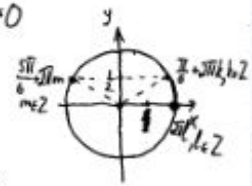
~~$2t^2 - 2t + 1 = 0$~~

~~$\frac{D}{4} = 1 - 2 < 0$~~

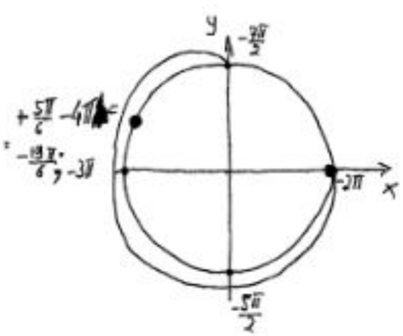
$\sin x + \cancel{1} - 2\sin^2 x = \cancel{1}$

$\sin x\,(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$



$\left[\begin{array}{l}x = 2\pi l,\ l\in Z\\ x = \frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z\\ x = \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in Z.\end{array}\right.$



$x = 2\pi l$, $l = -1$ $\quad x = -2\pi \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m = -2$ $\quad x = \frac{5\pi}{6} - \frac{24\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$

$-\frac{19\pi}{6} \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) $2\pi l$; $\frac{\pi}{6}+2\pi k$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$ $\quad \{k, l, m\}\subset Z$ $\quad$ б) $-\frac{19\pi}{6}$; -2π.

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получен неверный ответ **из-за вычислительной ошибки**, при этом выполнены оба пункта

Задание 13. Пример 3. Работа 3

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\sin 2x+1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi k,\ k\in\mathbb{Z};\ \frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6};\ -3\pi;\ -2\pi$.

№13

$\sin x + 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\sin 2x+1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}\cos 2x\right)-\sqrt{3}\sin 2x-1=0$

$\sin x + \cancel{2\sin 2x\frac{\sqrt{3}}{2}} + \cancel{2}\cos 2x\frac{1}{\cancel{2}} - \cancel{\sqrt{3}\sin 2x} - 1 = 0$

$\sin x + \cancel{1} - 2\sin^2 x - \cancel{1} = 0$

$2\sin^2 x - \sin x = 0$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$

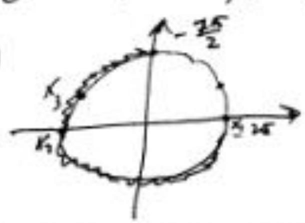
$x = \pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{6}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

а) Ответ: $x=\pi n$; $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k$; $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi m$; $n,k,m\in\mathbb{Z}$

б)



$\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$

$x_1=-2\pi$

$x_2=-3\pi$

$x_3=-3\pi-\frac{\pi}{6}=-\frac{19\pi}{6}$

Ответ: $-2\pi;\ -3\pi;\ -\frac{19\pi}{6}$

Задание 13. Пример 3. Работа 3

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π; -2π.

№13

$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1$

$\sin x + 2\left(\sin 2x \cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\cos 2x\right) - \sqrt{3}\sin 2x - 1 = 0$

$\sin x + \cancel{2}\cancel{\sin 2x}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} + \cancel{2}\cos 2x\frac{1}{\cancel{2}} - \cancel{\sqrt{3}\sin 2x} - 1 = 0$

$\sin x + \cancel{1} - 2\sin^2 x - \cancel{1} = 0$

$2\sin^2 x - \sin x = 0$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sin x = \frac{1}{2}\end{array}\right.$

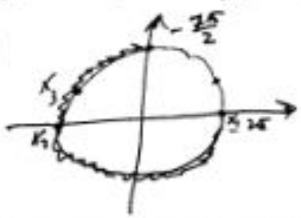
$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

а) Ответ: $x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$; $n, k, m \in \mathbb{Z}$

б)



$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$

$x_1 = -2\pi$

$x_2 = -3\pi$

$x_3 = -3\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$

Ответ: -2π; -3π; $-\frac{19\pi}{6}$

2 балла

Задание 13. Пример 2. Работа 3

а) Решите уравнение

$$9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{11\pi}{3}$.

№ 13. а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$

$9\cdot 9^{2\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0.$

Пусть: $9^{\cos x}=t.$

$9t^2-28t+3=0$

$D=784-108$

$D=676.$

$t_{1,2}=\frac{28\pm 26}{18}$ $\frac{54}{18}=3$; $\frac{2}{18}=\frac{1}{9}.$

$t_1=3.$

$9^{\cos x}=3.$

$3^{2\cos x}=3.$

$2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

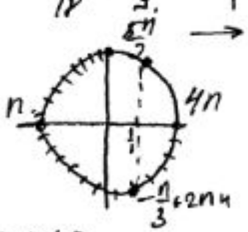
$t_2=\frac{1}{9}.$

$9^{\cos x}=\frac{1}{9}.$

$\cos x=-1$

$x=\pi+2\pi n,$ $n\in Z$

б) $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$



Выборка корней:

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi n.$

$n=2$; $x=\frac{11\pi}{3}\in\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

$x=\pi+2\pi n.$

$n=1$; $x=3\pi\in\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

Ответ: а) $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$

$x=\pi+2\pi n, n\in Z$

б) $x=\frac{11\pi}{3}$ $x=3\pi$

2 балла

Проект демонстрационного варианта 2019 года

15 Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\ge\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

Ответ: $(-\infty;-12]$; $\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

Задание 15. Пример 1

15 Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Решение.

Пусть $t=3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5;\ \frac{(t-1)(t-5)}{t-5}-\frac{1}{t-5}+\frac{6(t-9)}{t-9}+\frac{3}{t-9}\le t+5;$$

$$-\frac{1}{t-5}+\frac{3}{t-9}\le 0;\ \frac{t-3}{(t-5)(t-9)}\le 0,$$

откуда $t\le 3$; $5<t<9$.

При $t\le 3$ получим: $3^x\le 3$, откуда $x\le 1$.

При $5<t<9$ получим: $5<3^x<9$, откуда $\log_3 5<x<2$.

Решение исходного неравенства:

$$x\le 1;\ \log_3 5<x<2.$$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задание 15. Пример 1. Работа 1

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le3^x+5$$

пусть $3^x=t$, тогда;

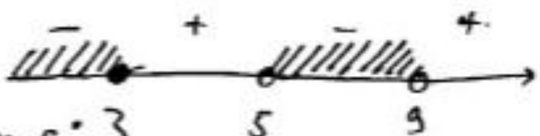
ОДЗ: $t\ne5$; $t\ne9$.

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

$$\frac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le0.$$

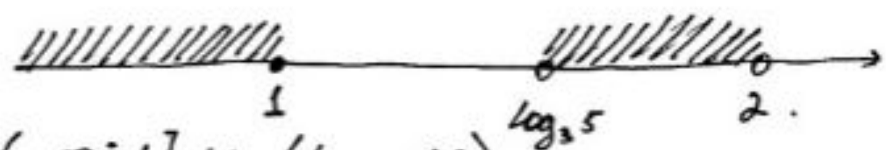
$$\frac{\cancel{t^3}-9t^2-6t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255-\cancel{t^3}+9t^2+25t-225}{(t-5)(t-9)}\le0.$$

$$\frac{2t-6}{(t-5)(t-9)}\le0.$$



$3^x=3$, $x=1$; $3^x=5$, $x=\log_3 5$;
$3^x=9$, $x=2$.

$x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$



Ответ: $x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$.

? баллов

Задание 15. Пример 1. Работа 1

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

пусть $3^x=t$, тогда;

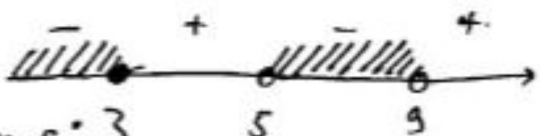
ОДЗ: $t\ne 5$; $t\ne 9$.

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

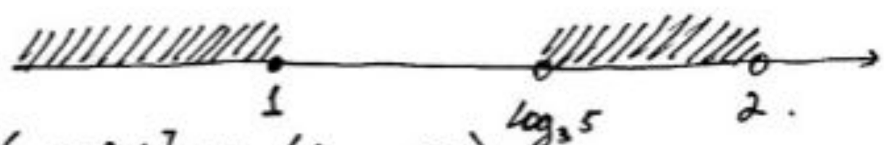
$$\frac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le 0.$$

$$\frac{\cancel{t^3}-\cancel{9t^2}-\cancel{6t^2}+54t-36+\cancel{6t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+\cancel{9t^2}+25t-225}{(t-5)(t-9)}\le 0.$$

$$\frac{2t-6}{(t-5)(t-9)}\le 0.$$



$3^x=3$, $x=1$; $3^x=5$, $x=\log_3 5$; $3^x=9$, $x=2$.



$x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $x\in(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$.

2 балла

Задание 15. Пример 1. Работа 2

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{3^{2x}-2\cdot3^x\cdot3+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^x\cdot3-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$3^x-9>0$
$3^x=9$
$x>2$

$3^x-5>0$
$3^x=5$
$x>\log_3 5$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

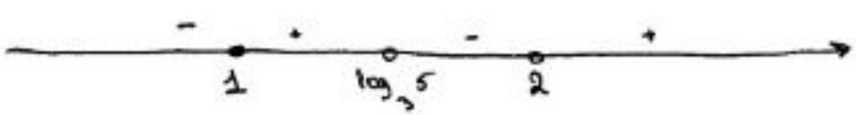
$$\frac{(t^2-6t+4)\cdot(t-9)+(6t-51)(t-5)}{(t-5)(t-9)}\le(t+5)(t-5)(t-9)$$

$$t^3-6t^2+4t-9t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255\le t^3-25t-9t^2+225$$

$$\cancel{t^3}-\cancel{6t^2}+4t-\cancel{9t^2}+54t-36+\cancel{6t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+25t+\cancel{9t^2}-225\le0$$

$2t-6=0$
$2t=6$
$t=3$

$3^x=3$
$x=1$
$x\le1$



Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

? баллов

Задание 15. Пример 1. Работа 2

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{3^{2x}-2\cdot 3^x\cdot 3+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^x\cdot 3-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}\le t+5$$

$$\frac{(t^2-6t+4)\cdot(t-9)+(6t-51)(t-5)}{(t-5)(t-9)}\le(t+5)(t-5)(t-9)$$

$$t^3-6t^2+4t-9t^2+54t-36+6t^2-30t-51t+255\le t^3-25t-9t^2+225$$

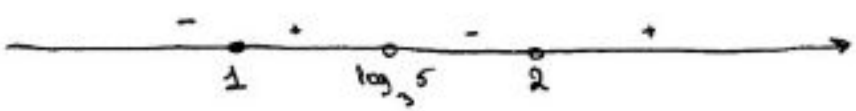
$$\cancel{t^3}-\cancel{6t^2}+4t-\cancel{9t^2}+54t-36+\cancel{6t^2}-30t-51t+255-\cancel{t^3}+25t+\cancel{9t^2}-225\le 0$$

$2t-6=0$
$2t=6$
$t=3$

$3^x=3$
$x=1$
$x\le 1$

$3^x-9>0$
$3^x=9$
$x>2$

$3^x-5>0$
$3^x=5$
$x>\log_3 5$



Ответ: $(-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 1. Работа 3

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$.

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

ОДЗ:
$3^x-5\ne 0$
$3^x\ne 5$
$x\ne \log_3 5$
$3^x-9\ne 0$
$3^x\ne 9$
$x\ne 2$

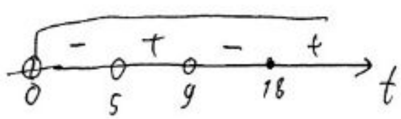
$$\frac{9^x-2\cdot 3\cdot 3^x+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3\cdot 3^x-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$3^x=t;\ t>0$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}-t-5\le 0$$

$$\frac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le 0$$

$$\frac{2(t-18)}{(t-5)(t-9)}\le 0$$



$t\in(0;5)\cup(9;18]$

$3^x\in(0;5)\cup(9;18]$

$x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]$

$\boxed{\text{Ответ: } x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]}$

? баллов

Задание 15. Пример 1. Работа 3

Решите неравенство $\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1]$; $(\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

ОДЗ:
$3^x-5\ne0$
$3^x\ne5$
$x\ne\log_3 5$
$3^x-9\ne0$
$3^x\ne9$
$x\ne2$

$$\frac{9^x-2\cdot3\cdot3^x+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot3\cdot3^x-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$3^x=t;\ t>0$

$$\frac{t^2-6t+4}{t-5}+\frac{6t-51}{t-9}-t-5\le0$$

$$\frac{(t^2-6t+4)(t-9)+(6t-51)(t-5)-(t+5)(t-5)(t-9)}{(t-5)(t-9)}\le0$$

$$\frac{2(t-18)}{(t-5)(t-9)}\le0$$

$- \quad + \quad - \quad +$
$0 \quad 5 \quad 9 \quad 18 \quad t$

$t\in(0;5)\cup(9;18]$

$3^x\in(0;5)\cup(9;18]$

$x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]$

$\boxed{\text{Ответ: } x\in(-\infty;\log_3 5)\cup(2;\log_3 18]}$

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 1,
ИЛИ
получен неверный ответ **из-за вычислительной ошибки**, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 1. Работа 4

Решите неравенство $\dfrac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\dfrac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5.$

Ответ: $(-\infty;1];\ (\log_3 5;2)$.

$$\frac{9^x-2\cdot 3^{x+1}+4}{3^x-5}+\frac{2\cdot 3^{x+1}-51}{3^x-9}\le 3^x+5$$

$$\frac{(3^{2x}-2\cdot 3\cdot 3^x+4)(3^x-9)+(2\cdot 3\cdot 3^x-51)(3^x-5)-(3^x-5)(3^x+5)(3^x-9)}{(3^x-5)(3^x-9)}\le 0$$

$$\frac{3^{3x}-6\cdot 3^{2x}+4\cdot 3^x-9\cdot 3^{2x}+54\cdot 3^x-36+6\cdot 3^{2x}-51\cdot 3^x-30\cdot 3^x+255-(3^{2x}-25)(3^x-9)}{(3^x-3^{\log_3 5})(3^x-3^2)}\le 0$$

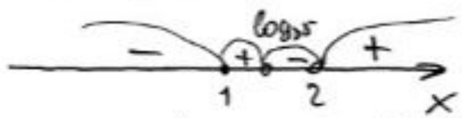
знаки $(3^x-3^{\log_3 5})$ и (3^x-3^2) совпадает со знаками $(x-\log_3 5)$ и $(x-2)$ соответственно

$$\frac{\cancel{3^{3x}}-9\cdot 3^{2x}-23\cdot 3^x+219-\cancel{3^{3x}}+9\cdot 3^{2x}+25\cdot 3^x-225}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$$

$$\frac{2\cdot 3^x-6}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0\,\Big|:2;\quad \frac{3^x-3^1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$$

знак (3^x-3^1) совпадает со знаком $(x-1)$

$$\frac{x-1}{(x-\log_3 5)(x-2)}\le 0$$



$1<\log_3 5<2$ $\Rightarrow x\in\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

Ответ: $\{-\infty;1]\cup(\log_3 5;2)$

2 балла

Задание 15. Пример 2

15

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Решение.

Пусть $t=\log_4 x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t+3}{t-3}+\frac{t-3}{t+3}\ge\frac{4t+16}{t^2-9};\ \frac{t^2+6t+9}{(t-3)(t+3)}+\frac{t^2-6t+9}{(t-3)(t+3)}-\frac{4t+16}{(t-3)(t+3)}\ge 0;$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\ge 0;\ \frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\ge 0,$$

откуда $t<-3$; $t=1$; $t>3$.

При $t<-3$ получим: $\log_4 x<-3$, откуда $0<x<\dfrac{1}{64}$.

При $t=1$ получим: $\log_4 x=1$, откуда $x=4$.

При $t>3$ получим: $\log_4 x>3$, откуда $x>64$.

Решение исходного неравенства: $0<x<\dfrac{1}{64}$; $x=4$; $x>64$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задание 15. Пример 2. Работа 1

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

№15.

ОДЗ: $x>0$.

$\log_4 x\neq\pm3$. $\begin{cases}x\neq64\\x\neq\cancel{-64}\ \frac{1}{64}\end{cases}$

$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$

$\frac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\geq\frac{4\log_4 \boxed{x}+16}{\log_4^2 x-9}$ $\log_4 x=t$

$\frac{3+t}{t-3}+\frac{t-3}{3+t}\geq\frac{4t+16}{t^2-9}$

$\frac{(3+t)^2+(t-3)^2-4t-16}{t^2-9}\geq0$

$\frac{t^2-2t+2}{t^2-9}\geq0$ $t^2-2t+2=0$
$D=4-4\cdot2<0\Rightarrow t^2-2t+2>0$

$t\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

$\left[\begin{array}{l}\log_4 x<-3\\\log_4 x>3\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x<\frac{1}{64}\\x>64\end{array}\right.$

Ответ: $x\in(0;\frac{1}{64})\cup(64;+\infty)$.

? баллов

Задание 15. Пример 2. Работа 1

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

№15.

ОДЗ: $x>0$.

$\log_4 x\ne\pm3$. $x\ne64$, $x\ne\frac{1}{64}$

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$$

$$\frac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\ge\frac{4\log_4|x|+16}{\log_4^2 x-9}\qquad \log_4 x=t$$

$$\frac{3+t}{t-3}+\frac{t-3}{3+t}\ge\frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\frac{(3+t)^2+(t-3)^2-4t-16}{t^2-9}\ge0$$

$$\frac{t^2-2t+2}{t^2-9}\ge0\qquad t^2-2t+2=0,\ D=4-4\cdot2<0\Rightarrow t^2-2t+2>0$$

$t\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

$$\left[\begin{array}{l}\log_4 x<-3\\ \log_4 x>3\end{array}\right.;\quad \left[\begin{array}{l}x<\frac{1}{64}\\ x>64\end{array}\right.$$

Ответ: $x\in\left(0;\frac{1}{64}\right)\cup(64;+\infty)$.

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 4,

ИЛИ

получен неверный ответ **из-за вычислительной ошибки**, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

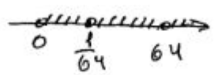
Задание 15. Пример 2. Работа 2

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

15. $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

ОДЗ: $\begin{cases} 64x>0. \\ x>0. \\ x^4>0. \\ 1)\ \log_4 x-3\ne 0. \\ 2)\ \log_4(64x)\ne 0. \\ 3)\ \log_4^2 x-9\ne 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>0. \\ x\ne 0. \\ x\ne 64 \\ x\ne \frac{1}{64} \end{cases}$ ОДЗ:



1) $\log_4 x\ne 3$. $x\ne 64$.

2) $\log_4(64x)\ne 0$. $64x\ne 1$; $x\ne\frac{1}{64}$.

3) $\log_4^2 x-9\ne 0$. $(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)\ne 0$. $\log_4 x\ne 3$. $\log_4 x\ne -3$.

Решение уравнения:

$\dfrac{(\log_4 64+\log_4 x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{(\log_4 64+\log_4 x)}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

$\dfrac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

Пусть: $\log_4 x+3=a$, $\log_4 x-3=b$.

$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}$.

$\dfrac{a^2+b^2}{ba}\ge\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}$.

$\dfrac{a^2+b^2-(4\log_4|x|+16)}{ba}\ge 0$.

$\dfrac{\log_4^2 x+6\log_4 x+9+\log_4^2 x-6\log_4 x+9-4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\ge 0$.

$\dfrac{2\log_4^2 x-4\log_4 x+2}{\log_4^2 x-9}\ge 0$.

1) $2\log_4^2 x-4\log_4 x+2=0.\ |:2$

$\log_4^2 x-2\log_4 x+1=0$.

$(\log_4 x-1)^2=0$.

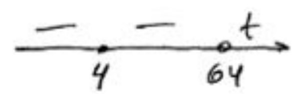
$\log_4 x=1$

$x=4$.

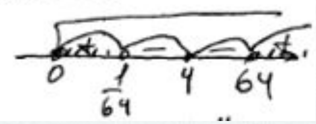
2) $\log_4^2 x-9\ne 0$.

$x\ne 64$.

3)



4) Итог:



Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)\cup(64;+\infty)\cup\{4\}$

? баллов

Задание 15. Пример 2. Работа 2

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right)$; 4; $(64;+\infty)$.

15. $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\geq\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

ОДЗ: $\begin{cases} 64x>0. \\ x>0. \\ x^4>0. \\ 1)\ \log_4 x-3\neq 0. \\ 2)\ \log_4(64x)\neq 0. \\ 3)\ \log_4^2 x-9\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>0. \\ x\neq 0. \\ x\neq 64 \\ x\neq \frac{1}{64} \end{cases}$

ОДЗ: $0 \quad \frac{1}{64} \quad 64$

1) $\log_4 x\neq 3$. 2) $\log_4(64x)\neq 0$. 3) $\log_4^2 x-9\neq 0$.

$x\neq 64$. $64x\neq 1$ $(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)\neq 0$.

$x\neq\frac{1}{64}$. $\log_4 x\neq 3$. $\log_4 x\neq -3$.

Решени уравнени:

$\dfrac{(\log_4 64+\log_4 x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{(\log_4 64+\log_4 x)}\geq\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

$\dfrac{3+\log_4 x}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{3+\log_4 x}\geq\dfrac{4\log_4|x|+16}{(\log_4 x-3)(\log_4 x+3)}$

Пусть: $\log_4 x+3=a$, $\log_4 x-3=b$.

$\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geq\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}$.

$\dfrac{a^2+b^2}{ba}\geq\dfrac{4\log_4|x|+16}{ba}$.

$\dfrac{a^2+b^2-(4\log_4|x|+16)}{ba}\geq 0$.

$\dfrac{\log_4^2 x+6\log_4 x+9+\log_4^2 x-6\log_4 x+9-4\log_4 x-16}{\log_4^2 x-9}\geq 0$.

$\dfrac{2\log_4^2 x-4\log_4 x+2}{\log_4^2 x-9}\geq 0$.

1) $2\log_4^2 x-4\log_4 x+2=0.\ |:2$

$\log_4^2 x-2\log_4 x+1=0$.

$(\log_4 x-1)^2=0$.

$\log_4 x=1$

$x=4$.

2) $\log_4^2 x-9\neq 0$.

$x\neq 64$.

3) $-$ $-$ $+$; 4, 64

4) Ул-ма:

$+$ $-$ $-$ $+$; 0, $\frac{1}{64}$, 4, 64

Ответ: $\left(0;\frac{1}{64}\right)\cup(64;+\infty)\cup\{4\}$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:

обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 4,

ИЛИ

получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 2. Работа 3

Решите неравенство $\dfrac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\dfrac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)}\ge\dfrac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$.

Ответ: $\left(0;\dfrac{1}{64}\right);\ 4;\ (64;+\infty)$.

$$\frac{\log_4 x+\log_4 64}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4 x+\log_4 64}\ge\frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$$

$M:\begin{cases}64x>0, & (1)\\ \log_4 x\ne 3, & (2)\\ \log_4^2 x\ne 9. & (3)\end{cases}$

(1) $x>0$

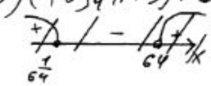
(2) $\log_4 x-\log_4 64\ne 0$

$x\ne 64$

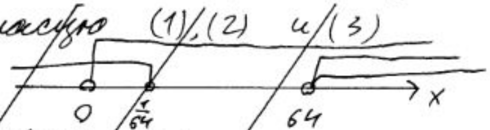
(3) $(\log_4^2 x-3^2)\ne 0$

$\cancel{(x-64)(}\ (\log_4 x-3)(\log_4 x+3)\ne 0$

$(x-64)\left(x-\frac{1}{64}\right)\ne 0$

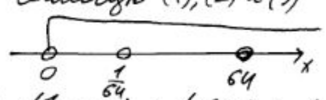


Согласую (1), (2) и (3)



$x\notin(64;+\infty)$

Согласую (1), (2) и (3)



$x\in\left(0;\frac{1}{64}\right);\left(\frac{1}{64};64\right);(64;+\infty)$

Пусть $\log_4 x=t$ $t\to$, тогда

$\frac{t+3}{t-3}+\frac{t-3}{t+3}\ge\frac{4t+16}{t^2-9}$

$\Leftrightarrow\ \frac{(t+3)^2+(t-3)^2-4t-16}{(t-3)(t+3)}\ge 0$

$\Leftrightarrow\ \frac{t^2+6t+9+t^2-6t+9-4t-16}{(t-3)(t+3)}\ge 0$

$\Leftrightarrow\ \frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)}\ge 0$

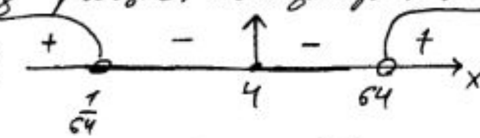
$\Leftrightarrow\ \frac{(t-1)^2}{(t-3)(t+3)}\ge 0$ Произведу обратную замену.

$\frac{(\log_4 x-1)^2}{(\log_4 x-\cancel{\log}3)(\log_4 x+3)}\ge 0$

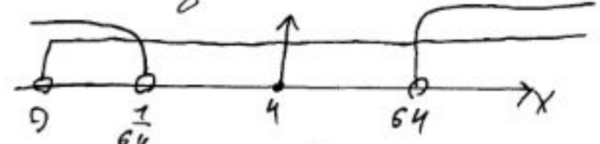
$\Leftrightarrow\ \frac{(\log_4 x-\log_4 4)^2}{(\log_4 x-\log_4 64)(\log_4 64x)}\ge 0$

Произведу метод рационализации:

$\frac{(x-4)^2}{(x-64)\left(x-\frac{1}{64}\right)}\ge 0$



Согласую с множеством M:



$x\in\left(0;\frac{1}{64}\right);\{4\};(64;+\infty)$

Ответ $\left(0;\frac{1}{64}\right);\{4\};(64;+\infty)$

2 балла

Задание 15. Пример 3

Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

Решение.

Правая часть неравенства определена при $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$.

Поскольку при любых значениях x выражение $8x^2+7$ принимает положительные значения, при $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$ неравенство принимает вид:

$$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\frac{8x+35}{x+5};\ \frac{8x^3+40x^2+7x+35}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\geq\frac{8x^3+43x^2+43x+35}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)};$$

$$\frac{3x^2+36x}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\leq 0;\ \frac{3x(x+12)}{(x+5)\left(x^2+x+1\right)}\leq 0,$$

откуда $x\leq-12$; $-5<x\leq 0$. Учитывая ограничения $x<-5$ и $x>-\frac{35}{8}$, получаем: $x\leq-12$; $-\frac{35}{8}<x\leq 0$.

Ответ: $(-\infty;-12]$; $\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Задание 15. Пример 3. Работа 1

Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

Ответ: $\left(-\infty;-12\right];\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

$\log_{11}(8x^2+7)-\log_{11}(x^2+x+1)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

всегда >0
≥ 7

$D=1-4$ $\quad x^2+x+1$
т.е всегда >0

$\frac{x}{x+5}+7>0$

$\log_{11}\left(\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\right)\geq\log_{11}\left(\frac{8x+35}{x+5}\right)$

$\frac{8x+35}{x+5}>0$

$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}-\frac{8x+35}{x+5}\geq 0$

$\frac{x+\frac{35}{8}}{x+5}>0$

$\frac{(8x^2+7)(x+5)-(8x+35)(x^2+x+1)}{(x^2+x+1)(x+5)}\geq 0$

$-5 \quad -\frac{35}{8}$

$D<0$

$\frac{8x^3+7x+40x^2+35-(8x^3+35x^2+8x^2+35x+8x+35)}{x+5}\geq$

$\frac{40x^2-35x^2-8x^2+7x-35x-8x}{x+5}\geq 0$

$\frac{-3x^2-36x}{x+5}\geq 0 \quad |\cdot(-3)$

$\frac{x^2+13x}{x+5}\leq 0$

$\frac{x(x+13)}{x+5}\leq 0$

$- \quad + \quad - \quad +$

$-13 \quad -5 \quad 0$

$f(1)=\frac{1\cdot 14}{6}$ т.е >0 значит ~~знач~~
при $x\in(0;+\infty)>0$

в силу того, что кол-во степени у множителей четный, знаки чередуются

Из-за огр. логарифма

$-13 \quad -5 \quad -\frac{35}{8} \quad 0$

Ответ $(-\infty;-13]\cup(-\frac{35}{8};0]$

? баллов

Задание 15. Пример 3. Работа 1

Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\ge\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

Ответ: $(-\infty;-12]$; $\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

$\log_{11}(8x^2+7) - \log_{11}(x^2+x+1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

всегда >0, ≥ 7

$D = 1-4$, x^2+x+1, т.е всегда >0

$\frac{x}{x+5}+7>0$

$\frac{8x+35}{x+5}>0$

$\frac{x+\frac{35}{8}}{x+5}>0$

-5, $-\frac{35}{8}$

$\log_{11}\left(\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\right) \geq \log_{11}\left(\frac{8x+35}{x+5}\right)$

$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1} - \frac{8x+35}{x+5} \geq 0$

$\frac{(8x^2+7)(x+5)-(8x+35)(x^2+x+1)}{(x^2+x+1)(x+5)} \geq 0$

$D<0$

$\frac{\cancel{8x^3} + 7x + 40x^2 + \cancel{35} - (\cancel{8x^3} + 35x^2 + 8x^2 + 35x + 8x + \cancel{35})}{x+5} \geq 0$

$\frac{40x^2 - 35x^2 - 8x^2 + 7x - 35x - 8x}{x+5} \geq 0$

$\frac{-3x^2-36x}{x+5} \geq 0 \quad | \cdot (-3)$

$\frac{x^2+13x}{x+5} \leq 0$

$\frac{x(x+13)}{x+5} \leq 0$

$-\quad +\quad -\quad +$

$-13 \quad -5 \quad 0$

$f(1) = \frac{1\cdot 14}{6}$ т.е >0 значит при $x \in (0;+\infty) >0$

в силу того, что коэф степени у множителей четный, знаки чередуются

Из-за огр. логарифма

$-13 \quad -5 \quad -\frac{35}{8} \quad 0$

Ответ $(-\infty;-13] \cup \left(-\frac{35}{8};0\right]$

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0,

ИЛИ

получен неверный ответ **из-за вычислительной ошибки**, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 3. Работа 2

Решите неравенство $\log_{11}\left(8x^2+7\right)-\log_{11}\left(x^2+x+1\right)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

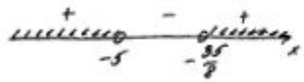
Ответ: $\left(-\infty;-12\right];\left[-\frac{35}{8};0\right]$.

$\log_{11}(8x^2+7)-\log_{11}(x^2+x+1)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

ОДЗ: $8x^2+7>0\Rightarrow x\in R$

$x^2+x+1>0\quad D<0\Rightarrow x\in R$

$\frac{x}{x+5}+7>0\quad \frac{x+7x+35}{x+5}>0\quad \frac{8x+35}{x+5}>0$



$x\in(-\infty;-5)\cup\left(-\frac{35}{8};+\infty\right)$

$\log_{11}\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

$11>1\Rightarrow$ перейдем к неравенству того же смысла:

$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$\frac{8x^2+8x+8-8x-1}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$8-\frac{8x+1}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$\frac{x}{x+5}+\frac{8x+1}{x^2+x+1}-1\leq0$

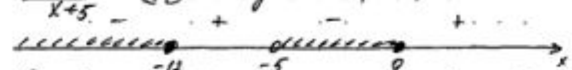
$\frac{x(x^2+x+1)+(8x+1)(x+5)-(x+5)(x^2+x+1)}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq0$

$\frac{x^3+x^2+x+8x^2+40x+x+5-x^3-x^2-x-5x^2-5x-5}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq0$

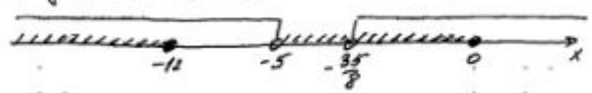
$\frac{3x^2+36x}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq0$

$\frac{x^2+12x}{x+5}\leq0$ т.к. $x^2+x+1>0$ при $x\in R$.

$\frac{x(x+12)}{x+5}\leq0$ Нули: $0;-12;-5$. Воспользуемся методом интервалов



С учетом ОДЗ:



Ответ: $x\in(-\infty;-12]\cup\left[-\frac{35}{8};0\right]$.

? баллов

Задание 15. Пример 3. Работа 2

Решите неравенство $\log_{11}(8x^2+7)-\log_{11}(x^2+x+1)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$.

Ответ: $(-\infty;-12];\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

$\log_{11}(8x^2+7)-\log_{11}(x^2+x+1)\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

ОДЗ: $8x^2+7>0 \Rightarrow x\in R$

$x^2+x+1>0$ $D<0 \Rightarrow x\in R$

$\frac{x}{x+5}+7>0$ $\quad \frac{x+7x+35}{x+5}>0$ $\quad \frac{8x+35}{x+5}>0$

$+\quad -5 \quad - \quad -\frac{35}{8} \quad + \quad x$

$x\in(-\infty;-5)\cup\left(-\frac{35}{8};+\infty\right)$

$\log_{11}\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\log_{11}\left(\frac{x}{x+5}+7\right)$

$11>1 \Rightarrow$ перейдем к неравенству того же знака:

$\frac{8x^2+7}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$\frac{8x^2+8x+8-8x-1}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$8-\frac{8x+1}{x^2+x+1}\geq\frac{x}{x+5}+7$

$\frac{x}{x+5}+\frac{8x+1}{x^2+x+1}-1\leq 0$

$\frac{x(x^2+x+1)+(8x+1)(x+5)-(x+5)(x^2+x+1)}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq 0$

$\frac{x^3+x^2+x+8x^2+40x+x+5-x^3-x^2-x-5x^2-5x-5}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq 0$

$\frac{8x^2+36x}{(x+5)(x^2+x+1)}\leq 0$

$\frac{x^2+12x}{x+5}\leq 0$ т.к. $x^2+x+1>0$ при $x\in R$.

$\frac{x(x+12)}{x+5}\leq 0$ Нули: $0;-12;-5$. Воспользуемся методом интервалов

$- \quad -12 \quad + \quad -5 \quad - \quad 0 \quad + \quad x$

С учетом ОДЗ:

$-12 \quad -5 \quad -\frac{35}{8} \quad 0 \quad x$

Ответ: $x\in(-\infty;-12]\cup\left(-\frac{35}{8};0\right]$.

2 балла

Проект демонстрационного варианта 2019 года

17 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Ответ: 7.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*3*

Задание 17. Пример 1

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Задание 17. Пример 1. Решение

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1;\ 0{,}9;\ 0{,}8;\ 0{,}7;\ 0{,}6;\ 0{,}5;\ 0.$$

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен:

$$k;\ 0{,}9k;\ 0{,}8k;\ 0{,}7k;\ 0{,}6k;\ 0{,}5k.$$

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$$k-0{,}9;\ 0{,}9k-0{,}8;\ 0{,}8k-0{,}7;\ 0{,}7k-0{,}6;\ 0{,}6k-0{,}5;\ 0{,}5k.$$

Общая сумма выплат составляет:

$$k(1+0{,}9+0{,}8+0{,}7+0{,}6+0{,}5)-(0{,}9+0{,}8+0{,}7+0{,}6+0{,}5)=$$
$$=(k-1)(1+0{,}9+0{,}8+0{,}7+0{,}6+0{,}5)+1=4{,}5(k-1)+1.$$

По условию, общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей, значит,

$$4{,}5(k-1)+1>1{,}2;\ 4{,}5\cdot\frac{r}{100}+1>1{,}2;\ r>4\frac{4}{9}.$$

Наименьшее целое решение этого неравенства — число 5. Значит, искомое число процентов — 5.

Задание 17. Пример 1. Работа 1

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга (млн) 15-го числа	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1+1\cdot r$	0,9	$1+1r-0,9$
3	$0,9+0,9\cdot r$	0,8	$0,9+0,9-0,8$
4	$0,8+0,8r$	0,7	$0,8+0,8r-0,7$
5	$0,7+0,7\cdot r$	0,6	$0,7+0,7r-0,6$
6	$0,6+0,6r$	0,5	$0,6+0,6r-0,5$
7	$0,5+0,5r$	0	$0,5+0,5r$

Тогда общая сумма выплат:

$1+1\cdot r-\cancel{0,9}+\cancel{0,9}+0,9r-\cancel{0,8}+\cancel{0,8}+0,8r-\cancel{0,7}+\cancel{0,7}+0,7r-$
$-\cancel{0,6}+\cancel{0,6}+0,6r-\cancel{0,5}+\cancel{0,5}+0,5r=$
$=1+r+0,9r+0,8r+0,7r+0,6r+0,5r=1+4,5r$

Общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$=\quad 1+4,5r>1,2$
$4,5r>0,2$
$r>2,25$

т.к. r - целое число, то наименьшее $r=3$.

Ответ: r наименьшее $=3$

? баллов

Задание 17. Пример 1. Работа 1

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга (млн) 15-го числа	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1+1\cdot r$	0,9	$1+1r-0,9$
3	$0,9+0,9\cdot r$	0,8	$0,9+0,9-0,8$
4	$0,8+0,8r$	0,7	$0,8+0,8r-0,7$
5	$0,7+0,7\cdot r$	0,6	$0,7+0,7r-0,6$
6	$0,6+0,6r$	0,5	$0,6+0,6r-0,5$
7	$0,5+0,5r$	0	$0,5+0,5r$

тогда общая сумма выплат:

$1+1\cdot r-\cancel{0,9}+\cancel{0,9}+0,9r-\cancel{0,8}+\cancel{0,8}+0,8r-\cancel{0,7}+\cancel{0,7}+0,7r-$
$-\cancel{0,6}+\cancel{0,6}+0,6r-\cancel{0,5}+\cancel{0,5}+0,5r=$
$=1+r+0,9r+0,8r+0,7r+0,6r+0,5r=1+4,5r$

Общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$=1+4,5r>1,2$
$4,5r>0,2$
$r>2,25$ т.к. r - целое число, то

наименьшее $r=3.$

Ответ: r наименьшее $=3$

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:

Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

0 баллов

Задание 17. Пример 1. Работа 2

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое число**;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

17) Всего было 6 выплат: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 > 1{,}2$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$

$P_1 = (1 + \frac{r}{100}) - 0{,}9$

$P_2 = 0{,}9(1 + \frac{r}{100}) - 0{,}8$

$P_3 = 0{,}8(1 + \frac{r}{100}) - 0{,}7$

$P_4 = 0{,}7(1 + \frac{r}{100}) - 0{,}6$

$P_5 = 0{,}6(1 + \frac{r}{100}) - 0{,}5$

$P = 0{,}5(1 + \frac{r}{100})$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	~~0,2~~ 0,17	~~0,19~~ 0,163	0,156	0,149	0,142	~~0,5~~ 0,535	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,525	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,52	1,18

Наименьшим числом r, при котором $S > 1{,}2$ является 5. При $r = 4$, $S < 1{,}2$.

Ответ: 5

? баллов

Задание 17. Пример 1. Работа 2

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

17) Всего было 6 выплат: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 > 1,2$

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$

$P_1 = (1 + \frac{r}{100}) - 0,9$

$P_2 = 0,9(1 + \frac{r}{100}) - 0,8$

$P_3 = 0,8(1 + \frac{r}{100}) - 0,7$

$P_4 = 0,7(1 + \frac{r}{100}) - 0,6$

$P_5 = 0,6(1 + \frac{r}{100}) - 0,5$

$P = 0,5(1 + \frac{r}{100})$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	0,17	0,163	0,156	0,149	0,142	0,535	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,525	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,52	1,18

Наименьшим числом r, при котором $S > 1,2$ является 5. При $r = 4$, $S < 1,2$.

Ответ: 5

3 балла

Задание 17. Пример 1. Работа 3

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Дано:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 > 1{,}2$ млн, где x – выплата

$N = 1$ – сумма кредита

r_{min} – ?, где r – %, $r \in Z$

$x_1 = N + \frac{rN}{100} - 0{,}9$; $x_2 = 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8$; $x_3 = 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7$;

$x_4 = 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6$; $x_5 = 0{,}6 + \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5$; $x_6 = 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100}$

$1 + \frac{r}{100} - 0{,}9 + 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8 + 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7 + 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6 + 0{,}6 +$
$+ \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100} > 1{,}2$

$1 + \frac{3{,}5r}{100} > 1{,}2$ $\qquad r > \frac{20}{3{,}5}$ $\qquad$ Ответ: $r = 5\%$

$\frac{3{,}5r}{100} > 0{,}2$ $\qquad r_{min} = 5\%$

? баллов

Задание 17. Пример 1. Работа 3

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Дано:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 > 1{,}2$ млн, где x – выплата

$N = 1$ – сумма кредита

r_{min} – ?, где r – %, $r \in Z$

$x_1 = N + \frac{rN}{100} - 0{,}9$; $x_2 = 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8$; $x_3 = 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7$;

$x_4 = 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6$; $x_5 = 0{,}6 + \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5$; $x_6 = 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100}$

$1 + \frac{r}{100} - 0{,}9 + 0{,}9 + \frac{r \cdot 0{,}9}{100} - 0{,}8 + 0{,}8 + \frac{r \cdot 0{,}8}{100} - 0{,}7 + 0{,}7 + \frac{r \cdot 0{,}7}{100} - 0{,}6 + 0{,}6 +$
$+ \frac{r \cdot 0{,}6}{100} - 0{,}5 + 0{,}5 + \frac{r \cdot 0{,}5}{100} > 1{,}2$

$1 + \frac{3{,}5r}{100} > 1{,}2$ $\qquad r > \frac{20}{3{,}5}$ $\qquad$ Ответ: $r = 5\%$

$\frac{3{,}5r}{100} > 0{,}2$ $\qquad r_{min} = 5\%$

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл: Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

Не удовлетворяет критерию на 2 балла: Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:
— неверный ответ из-за **вычислительной ошибки**;
— верный ответ, но решение недостаточно обосновано

Задание 17. Пример 2

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Задание 17. Пример 2. Решение

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

Пусть сумма кредита составляет S рублей, а ежегодные выплаты X рублей, $k=1+\frac{r}{100}$. По условию, долг перед банком (в рублях) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$S,\ kS-X,\ k^2S-kX-X,\ k^3S-k^2X-kX-X,\ k^4S-k^3X-k^2X-kX-X.$$

Таким образом, если долг будет выплачен двумя равными платежами X_2, то

$$X_2=\frac{k^2\cdot(k-1)}{k^2-1}\cdot S=106\,964.$$

Если долг будет выплачен четырьмя равными платежами X_4, то

$$X_4=\frac{k^4\cdot(k-1)}{k^4-1}\cdot S=58\,564.$$

Таким образом, $\frac{X_4}{X_2}=\frac{k^2}{k^2+1}=\frac{58\,564}{106\,964}=\frac{121}{221}$, откуда $k^2=\frac{121}{100}$; $k=1{,}1$.

Значит, $r=10$.

Задание 17. Пример 2. Работа 1

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

№ 17

$X = 58564$ (X - платеж для 4-ех лет)

$y = 106\,964$ (y - платеж для 2-ух лет)

S - сумма взятая в кредит

$\beta = (1 + \frac{r}{100})$

Для 4-ех лет истино следующее уравнение

$(((S\beta - X)\beta - X)\beta - X)\beta - X = 0$

$S\beta^4 - X\beta^3 - X\beta^2 - X\beta - X = 0$

$S = \frac{X\beta^3 + X\beta^2 + X\beta + X}{\beta^4} = \frac{X(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

Для 2-ух лет справедливо следующее уравнение

$(S\beta - y)\beta - y = 0$

$S\beta^2 - y\beta - y = 0$

$S = \frac{y(\beta+1)}{\beta^2}$

Т.к. сумма кредита одинакова ($S = S$), то

$\frac{y(\beta+1)}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

$\frac{y}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2+1)}{\beta^4}$

$y\beta^2 = X\beta^2 + X$

$(y - X)\beta^2 = X$, т.к $y = 106\,964$ и $x = 58564$, то

$48400 \cdot \beta^2 = 58564$

$\beta^2 = \frac{58564}{48400} = \frac{4 \cdot 121 \cdot 121}{4 \cdot 121 \cdot 100} = 1{,}21 \Rightarrow \beta = 1{,}1$

$\Rightarrow r = 10\%$

Ответ 10%

? баллов

Задание 17. Пример 2. Работа 1

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

№17

$x = 58564$ (x - платеж для 4-ех лет)

$y = 106964$ (y - платеж для 2-ух лет)

S - сумма взятая в кредит

$\beta = (1 + \frac{r}{100})$

Для 4-ех лет истино следующее уравнение

$(((S\beta - x)\beta - x)\beta - x)\beta - x = 0$

$S\beta^4 - x\beta^3 - x\beta^2 - x\beta - x = 0$

$S = \frac{x\beta^3 + x\beta^2 + x\beta + x}{\beta^4} = \frac{x(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

Для 2-ух лет справедливо следующие уравнение

$(S\beta - y)\beta - y = 0$

$S\beta^2 - y\beta - y = 0$

$S = \frac{y(\beta+1)}{\beta^2}$

Т.к. сумма кредита одинакова ($S = S$), то

$\frac{y(\beta+1)}{\beta^2} = \frac{x(\beta^2+1)(\beta+1)}{\beta^4}$

$\frac{y}{\beta^2} = \frac{x(\beta^2+1)}{\beta^4}$

$y\beta^2 = x\beta^2 + x$

$(y - x)\beta^2 = x$, т.к $y = 106964$ и $x = 58564$, то

$48400 \cdot \beta^2 = 58564$

$\beta^2 = \frac{58564}{48400} = \frac{4 \cdot 121 \cdot 121}{4 \cdot 121 \cdot 100} = 1{,}21 \Rightarrow \beta = 1{,}1$

$\Rightarrow r = 10\%$

Ответ 10%

3 балла

Задание 17. Пример 2. Работа 2

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r.

Ответ: 10.

17. Пусть $(1+\frac{r}{100})=x$

		1 ~~сп~~ способ	2 способ
Январь	2021	Sx	Sx
июнь	2021	$Sx-58564$	$Sx-106964$
январь	2022	$Sx^2-58564x$	$Sx^2-106964x$
июнь	2022	$Sx^2-58564x-58564$	$Sx^2-106964x-\cancel{1096}\ 106964$
Январь	2023	$Sx^3-58564x^2-58564x$	0
июнь	2023	$Sx^3-58564x^2-58564x-58564$	0
январь	2024	$Sx^4-58564x^3-58564x^2-58564x$	0
июнь	2024	$Sx^4-58564x^3-58564x^2-58564x-58564$	0

$$\begin{cases} Sx^2-106964x-106964=0 \\ Sx^4-58564x^3-58564x^2-58564x-58564=0 \end{cases}$$

1) $S=\frac{106964}{x}+\frac{106964}{x^2}$

2) $S=\frac{58564}{x}+\frac{58564}{x^2}+\frac{58564}{x^3}+\frac{58564}{x^4}$

$$\frac{106964}{x}+\frac{106964}{x^2}=\frac{58564}{x}+\frac{58564}{x^2}+\frac{58564}{x^3}+\frac{58564}{x^4}$$

$$\frac{48400}{x}+\frac{48400}{x^2}-\frac{58564}{x^3}-\frac{58564}{x^4}=0 \quad |\cdot x^4$$

$$48400x^3+48400x^2-58564x-58564=0$$

$$48400x^2(x+1)-58564(x+1)=0$$

$$(x+1)(48400x^2-58564)=0$$

$x=-1$, не подх. по усл.

$$48400x^2=58564$$

$$x=\frac{242}{200}$$

3: $(1+\frac{r}{100})=\frac{242}{200}$

$$r=10$$

Ответ: 10%.

3 балла

Задание 17. Пример 3

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Задание 17. Пример 3. Решение

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

Пусть сумма кредита равна A тысяч рублей. По условию, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$A;\ A-30;\ A-60;\ \ldots;\ A-570;\ A-600;\ 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 3%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на 1-е число такова:

$$1{,}03A;\ 1{,}03(A-30);\ \ldots;\ 1{,}03(A-570);\ 1{,}03(A-600).$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$0{,}03A+30;\ 0{,}03(A-30)+30;\ \ldots;\ 0{,}03(A-570)+30;\ 1{,}03(A-600).$$

Всего следует выплатить

$$20\cdot 0{,}03\cdot\frac{2A-570}{2}+600+1{,}03(A-600)=1{,}63A-189 \text{ (тыс. рублей)},$$

откуда $1{,}63A-189=1604$; $1{,}63A=1793$; $A=1100$.

Значит, сумма, которую планируется взять в кредит, равна 1 млн 100 тыс. рублей.

Задание 17. Пример 3. Работа 1

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

месяц	Долг	+%	выплата
1	a	$1{,}03a$	$0{,}03a+30$
2	$a-30$	$1{,}03(a-30)$	$0{,}03(a-30)+30$
⋮			
20	$a-30\cdot19$	$1{,}03(a-30\cdot19)$	$0{,}03(a-30\cdot19)+30$
21	$a-30\cdot20$	$1{,}03(a-30\cdot20)$	$1{,}03(a-30\cdot20)$

$$\begin{array}{r} \times\, 21 \\ 0{,}03 \\ \hline 0{,}63 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 630 \\ 0{,}3 \\ \hline 189{,}0 \end{array}$$

$$\cancel{30\cdot20} + 0{,}03\cdot(a+a-30+\ldots+a-30\cdot19)+a-\cancel{30\cdot20}+0{,}03(a-30\cdot20) = 1604$$

$$a+0{,}03(21a-(30+30\cdot2+\ldots+30\cdot20)) = 1604$$

$$a+0{,}03\left(21a-\frac{(30+30\cdot20)\cdot20}{2}\right) = a+0{,}03(21a-6300) = 1604$$

$$1{,}63a-189=1604, \quad 1{,}63a=1793 \quad a=\frac{1793\cdot100}{163}=1100$$

см. лист 3

Ответ: 1100 тыс.руб.

3 балла

Задание 17. Пример 3. Работа 2

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

1) S - сумма кредита (тыс. руб)

2) $30 + 0{,}03S$ - выплата за 1-й месяц

$30 + 0{,}03(S-30)$ - выплата за 2-й месяц.

$600 + 0{,}03(S + (S-30) + (S-60) + \ldots + (S-570))$ - выплата за 20 месяцев

$600 + 0{,}03(20S - 5700) = 0{,}6S + 429$

3) $S - (0{,}6S + 429)$ - задолженность на 21 мес.

$1{,}03(S - (0{,}6S + 429))$ - выплата за 21 мес.

4) $1{,}03(\cancel{S}\ 0{,}4S - 429) + 0{,}6S + 429 = 1604$

5) $1{,}012S + 12{,}87 = 1604$

$S = \dfrac{1604 + 12{,}87}{1012} = 1577{,}15$ тыс. руб.

Ответ: 1577,15 тыс. руб.

? баллов

Задание 17. Пример 3. Работа 2

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

1) S – сумма кредита (тыс. руб)

2) $30 + 0{,}03S$ – выплаты за 1-й месяц (~~…~~

$30 + 0{,}03(S-30)$ – выплаты за 2-й месяц.

$600 + 0{,}03(S + (S-30) + (S-60) + \ldots + (S-570))$ – выплаты за 20 месяцев

$600 + 0{,}03(20S - 5700) = 0{,}6S + 429$

3) $S - (0{,}6S + 429)$ – задолженность на 21 мес. $\boxed{A - 600}$

$1{,}03(S - (0{,}6S + 429))$ – выплаты за 21 мес. $\boxed{1{,}03(A-600)}$

4) $1{,}03(\cancel{S} - 0{,}4S - 429) + 0{,}6S + 429 = 1604$

5) $1{,}012S + 12{,}87 = 1604$ $\boxed{1597{,}697}$

$S = \dfrac{1604 + 12{,}87}{1012} = 1577{,}15$ тыс. руб)

Ответ: 1577,15 тыс. руб.

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

Задание 17. Пример 3. Работа 3

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

Пусть S- сумма кредита; всё в тысячах
Взяли на 21 месяц.

Месяц	Долг →	Выплата →	Осталось
1)	$1{,}03S$	$0{,}03S+30$	$S-30$
2)	$1{,}03(S-30)$	$0{,}03(S-30)+30$	$S-60$
3)	$1{,}03(S-60)$	$0{,}03(S-60)+30$	$S-90$
...			
21)	$1{,}03(S-30\cdot20)$	$0{,}03(S-30\cdot20)+30$	0

V- сумма всех выплат.

$$V=(0{,}03S+30)+(0{,}03(S-30)+30)\ldots+0{,}03(S-30\cdot20)+30=$$

$$=21\cdot(0{,}03S+30)+\underbrace{-30\cdot0{,}03-60\cdot0{,}03\ldots}_{X}$$

$$X=\frac{0+0{,}03\cdot30\cdot20}{2}\cdot21=21\cdot0{,}3\cdot30=21\cdot9=189\text{ т.р}$$

$$V=0{,}63S+630-189;\quad V=1604$$

$$0{,}63S=1604+189-630=1163$$

$$S=\frac{1163\cdot100}{63};$$

$$1163:63=18{,}4603137$$

$S=18{,}4603137\cdot100\cdot1000$ рублей

$S=1846031$ рублей.

Ответ: $S=1846031$ рублей.

? баллов

Задание 17. Пример 3. Работа 3

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

Пусть S- сумма кредита; всё в тысячах.
Взяли на 21 месяц.

Месяц.	Долг →	Выплата →	Осталось
1)	$1{,}03S$	$0{,}03S+30$	$S-30$
2)	$1{,}03(S-30)$	$0{,}03(S-30)+30$	$S-60$
3)	$1{,}03(S-60)$	$0{,}03(S-60)+30$	$S-90$
...			
21)	$1{,}03(S-30\cdot 20)$	$0{,}03(S-30\cdot 20)+30$	0

V- сумма всех выплат.

$$V=(0{,}03S+30)+(0{,}03(S-30)+30)\ldots+0{,}03(S-30\cdot 20)+30=$$

$$=21\cdot(0{,}03S+30)+\underbrace{-30\cdot 0{,}03-60\cdot 0{,}03\ldots}_{X}$$

$$X=\frac{0+0{,}03\cdot 30\cdot 20}{2}\cdot 21=21\cdot 0{,}3\cdot 30=21\cdot 9=189 \text{ т.р}$$

$$V=0{,}63S+630-189;\quad V=1604$$

$$0{,}63S=1604+189-630=1163$$

$$S=\frac{1163\cdot 100}{63};\quad 1163:63=18{,}4603137$$

$S=18{,}4603137\cdot 100\cdot 1000$ рублей

$S=1846031$ рублей.

Ответ: $S=1846031$ рублей.

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.