



Подготовка экспертов для работы в региональной предметной комиссии при проведении итоговой аттестации по общеобразовательным программам основного общего и среднего общего образования

Методика проверки и оценки заданий с развёрнутым ответом: алгебраические задания (задания 13, 15 и 17)

Семенов Андрей Викторович, к. пед. н, ведущий научный сотрудник ФГБНУ «ФИПИ»



Проект демонстрационного варианта 2019 года

13 а) Решите уравнение

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

б) $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



ФИПИ

Задание 13. Пример 1

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



ФИПИ

Задание 13. Пример 1. Решение

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Решение.

а) Пусть $t = \log_4(4\sin x)$, тогда исходное уравнение запишется в виде

$$2t^2 - 5t + 2 = 0, \text{ откуда } t = 2 \text{ или } t = \frac{1}{2}.$$

При $t = 2$ получим: $\log_4(4\sin x) = 2$, значит, $\sin x = 4$, что невозможно.

При $t = \frac{1}{2}$ получим: $\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$, значит, $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$,

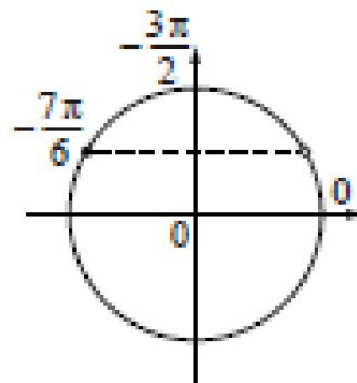
$n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Получим число $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{6}$.





Задание 13.
Пример 1.
Работа 1

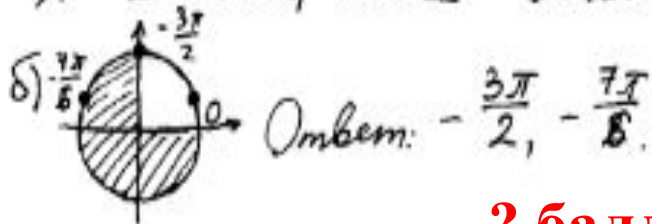
а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

$$\begin{aligned} \text{а) } 2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0, \quad \log_4(4\sin x) = t, \\ 2t^2 - 5t + 2 = 0; \quad D = 25 - 16 = 9 = 3^2, \quad t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}; \quad t_2 = \frac{5+3}{4} = 1; \\ \log_4(4\sin x) = t_1 = \frac{1}{2}; \quad \log_4(4\sin x) = \log_4 2, \quad 4\sin x = 2; \quad \sin x = \frac{1}{2}; \\ x \in \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_4(4\sin x) = t_2 = 1; \quad \log_4(4\sin x) = \log_4 4; \quad 4\sin x = 4; \quad \sin x = 1; \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{Ответ: } x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$



Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

? баллов



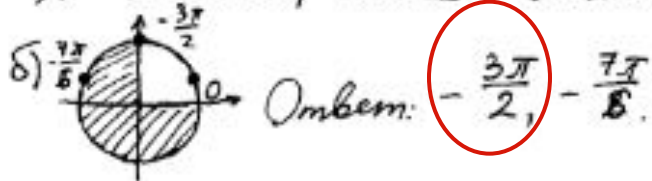
Задание 13.
Пример 1.
Работа 1

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

а) $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$, $\log_4(4\sin x) = t$,
 $2t^2 - 5t + 2 = 0$; $D = 25 - 16 = 9 = 3^2$, $t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$; $t_2 = \frac{5+3}{4} = 1$;
 $\log_4(4\sin x) = t_1 = \frac{1}{2}$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 2$, $4\sin x = 2$; $\sin x = \frac{1}{2}$;
 $x \in \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
 $\log_4(4\sin x) = t_2 = 1$; $\log_4(4\sin x) = \log_4 4$; $4\sin x = 4$; $\sin x = 1$;
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

1 балл

Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом выполнены оба пункта – **1 балл**

ФИПИ

Задание 13. Пример 1. Работа 2

13) а) ОДЗ: $4 \sin x > 0$
 $\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4 \sin x) = t$; $t \geq 0$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$D = 25 - 16$$

$$D = 9$$

$$t_1 = \frac{5+3}{2} \quad t_1 = 4$$

$$t_2 = \frac{5-3}{2} \quad t_2 = 1$$

Обратная замена

$$\log_4(4 \sin x) = 1 \quad \text{или} \quad \log_4(4 \sin x) = 4$$

$$4 \sin x = 4$$

$$\sin x = 1$$

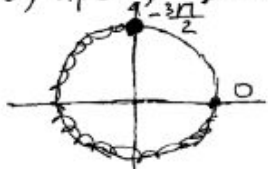
$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$4 \sin x = 256$$

$$\sin x = 64$$

Нет решений.

б) Произведем отбор на единичной окружности



$$-\frac{3\pi}{2}$$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

а) Решите уравнение

$$2 \log_4^2(4 \sin x) - 5 \log_4(4 \sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}$.

? баллов

ФИПИ

Задание 13. Пример 1. Работа 2

13) а) ОДЗ: $4 \sin x > 0$
 $\sin x > 0$

Для таких x решим методом интервалов

Пусть $\log_4(4 \sin x) = t$; $t \geq 0$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$D = 25 - 16$$

$$D = 9$$

$$t_1 = \frac{5+3}{2} \quad t_1 = 4$$

$$t_2 = \frac{5-3}{2} \quad t_2 = 1$$

Обратная замена

$$\log_4(4 \sin x) = 1 \quad \text{или} \quad \log_4(4 \sin x) = 4$$

$$4 \sin x = 4$$

$$\sin x = 1$$

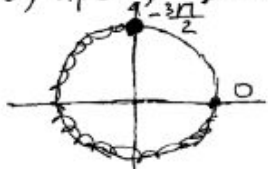
$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$4 \sin x = 256$$

$$\sin x = 64$$

Нет решений.

б) Произведем отбор на единичной окружности



$$-\frac{3\pi}{2}$$

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{3\pi}{2}$

а) Решите уравнение

$$2 \log_4^2(4 \sin x) - 5 \log_4(4 \sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}.$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом выполнены оба пункта



Задание 13.
Пример 1.
Работа 3

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}.$

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$t = \log_4(4\sin x)$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$t = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$t_1 = 2 \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\log_4(4\sin x) = 2$$

$$4\sin x = 16$$

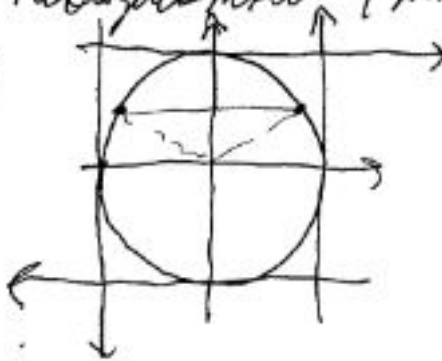
$$\sin x = 4$$

- невозможно ($\sin x \in [-1; 1]$)

$$\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$$

$$4\sin x = 2$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$



$$\begin{aligned} & \text{а) } \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ & \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ & \mathcal{S} \left\{ -\frac{7\pi}{6} \right\} \end{aligned}$$

? баллов



Задание 13.
Пример 1.
Работа 3

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}.$

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$t = \log_4(4\sin x)$$

$$D = 25 - 16 = 9$$

$$t = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$t_1 = 2 \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\log_4(4\sin x) = 2$$

$$4\sin x = 16$$

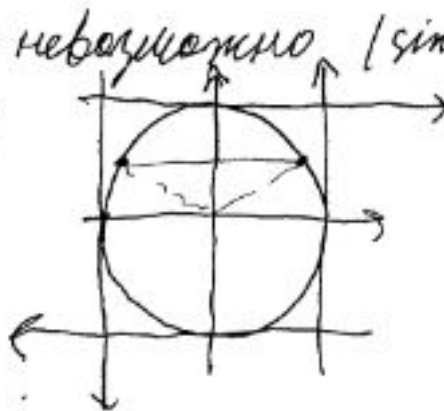
$$\sin x = 4$$

— невозможно ($\sin x \in [-1; 1]$)

$$\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$$

$$4\sin x = 2$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$



а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 б) $\left\{-\frac{7\pi}{6}\right\}$

1 балл

Удовлетворяет критерию:

получен **верный** ответ в пункте а, отбор корней произведен неверно (при **правильном** ответе) — **1 балл**



Задание 13.
Пример 1.
Работа 4

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

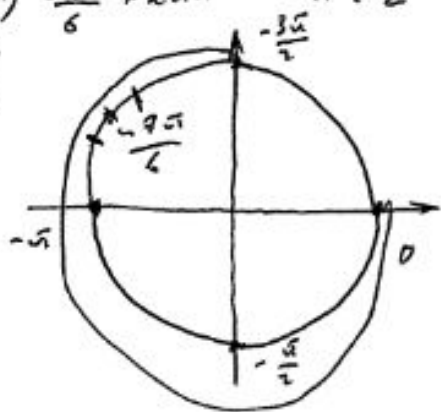
Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}.$

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\log_4(4\sin x) = t$ $4\sin x \neq 0$
 $2t^2 - 5t + 2 = 0$ $D = 25 - 16 = 9$ $\sin x \neq 0$
 $x \neq \pi n$

$\begin{cases} \log_4(4\sin x) = 2 \\ \log_4(4\sin x) = \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} 8 = 4\sin x \\ 2 = 4\sin x \end{cases} \begin{cases} \sin x = 2 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$
 $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 не подходит т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$

$[-\frac{3\pi}{2}; 0]$



Общ.: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$
 б) $x \in -\frac{7\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

? баллов



Задание 13.
Пример 1.
Работа 4

а) Решите уравнение

$$2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{7\pi}{6}.$

№ 13 $2\log_4^2(4\sin x) - 5\log_4(4\sin x) + 2 = 0$ $\log_4(4\sin x) = t$ $4\sin x \neq 0$
 $2t^2 - 5t + 2 = 0$ $D = 25 - 16 = 9$ $\sin x \neq 0$ $x \neq \pi n$ $n \in \mathbb{Z}$

$\log_4(4\sin x) = 2$ $8 = 4\sin x$ $\sin x = 2$ $\log_4(4\sin x) = \frac{1}{2}$ $2 = 4\sin x$ $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ $n \in \mathbb{Z}$

$[-\frac{3\pi}{2}; 0]$

не подходит т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$

Реш: а) $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$
 б) $x = -\frac{7\pi}{6}$ $n \in \mathbb{Z}$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом выполнены оба пункта



Задание 13. Пример 2

13 а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) 3π ; $\frac{11\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



Задание 13. Пример 2. Решение

13 а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Решение.

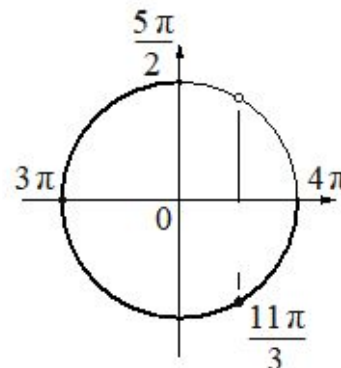
а) Пусть $t = 9^{\cos x}$, тогда уравнение запишется в виде $9t^2 - 28t + 3 = 0$, откуда $t = \frac{1}{9}$ или $t = 3$.

При $t = \frac{1}{9}$ получим: $9^{\cos x} = \frac{1}{9}$; $\cos x = -1$, откуда $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

При $t = 3$ получим: $9^{\cos x} = 3$; $\cos x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Получим числа: 3π ; $\frac{11\pi}{3}$.



Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi l$, $l \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) 3π ; $\frac{11\pi}{3}$.

Задание 13. Пример 2.
Работа 1

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

13. а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$

$$9 \cdot (9^2)^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

Пусть $9^{\cos x} = t$, тогда:

$$9t^2 - 28t + 3 = 0$$

$$D = (-28)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 3 = 784 - 108 = 676$$

$$t_1 = \frac{28 - 26}{2 \cdot 9} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}; \quad t_2 = \frac{28 + 26}{2 \cdot 9} = \frac{54}{18} = 3$$

Вернемся к замене: $9^{\cos x} = \frac{1}{9}$

$$\cos x = -1 \\ x = \pi + \pi d, d \in \mathbb{Z}$$

или $9^{\cos x} = 3$

$$(3^2)^{\cos x} = 3^1$$

$$2 \cos x = 1,$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 4\pi; \quad \frac{5\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi$$

$$\frac{5}{2} \leq \frac{1}{3} + 2n \leq 4, n \in \mathbb{Z}; \quad \frac{5}{2} \leq -\frac{1}{3} + 2k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$$

$$2\frac{1}{6} \leq 2n \leq 3\frac{2}{3}, n \in \mathbb{Z}; \quad 2\frac{5}{6} \leq 2k \leq 4\frac{1}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$1\frac{1}{12} \leq n \leq 1\frac{5}{6}, n \in \mathbb{Z}; \quad 1\frac{5}{12} \leq k \leq 2\frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

n - нет чисел

$$k = 2$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2 \cdot 2\pi = \frac{11\pi}{3}$$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \pi + \pi d \leq 4\pi$$

$$\frac{5}{2} \leq 1 + d \leq 4, d \in \mathbb{Z}$$

$$1\frac{1}{2} \leq d \leq 3, d \in \mathbb{Z}$$

$$d = 2, 3$$

$$x_2 = \pi + 2\pi = 3\pi$$

$$x_3 = \pi + 4\pi = 5\pi$$

Ответ: а) $x = \pi + \pi d, d \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

б) $x_1 = \frac{11\pi}{3}; x_2 = 3\pi; x_3 = 5\pi$

? баллов

Задание 13. Пример 2.
Работа 1

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

13. а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$

$$9 \cdot (9^2)^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

Пусть $9^{\cos x} = t$, тогда:

$$9t^2 - 28t + 3 = 0$$

$$D = (-28)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 3 = 784 - 108 = 676$$

$$t_1 = \frac{28 - 26}{2 \cdot 9} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}; \quad t_2 = \frac{28 + 26}{2 \cdot 9} = \frac{54}{18} = 3$$

Вернемся к замене: $9^{\cos x} = \frac{1}{9}$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi d, d \in \mathbb{Z}$$

или $9^{\cos x} = 3$

$$(3)^{\cos x} = 3^1$$

$$2 \cos x = 1,$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 4\pi; \quad \frac{5\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi$$

$$\frac{5}{2} \leq \frac{1}{3} + 2n \leq 4, n \in \mathbb{Z}; \quad \frac{5}{2} \leq -\frac{1}{3} + 2k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$$

$$2\frac{1}{6} \leq 2n \leq 3\frac{2}{3}, n \in \mathbb{Z}; \quad 2\frac{5}{6} \leq 2k \leq 4\frac{1}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$1\frac{1}{12} \leq n \leq 1\frac{5}{6}, n \in \mathbb{Z}; \quad 1\frac{5}{12} \leq k \leq 2\frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

n - нет чисел $k = 2$

$$x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2 \cdot 2\pi = \frac{11\pi}{3}$$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \pi + 2\pi d \leq 4\pi$$

$$\frac{5}{2} \leq 1 + 2d \leq 4, d \in \mathbb{Z}$$

$$1\frac{1}{2} \leq 2d \leq 3, d \in \mathbb{Z}$$

$$d = 2, 3$$

$$x_2 = \pi + 2\pi = 3\pi$$

$$x_3 = \pi + 4\pi = 5\pi$$

Ответ: а) $x = \pi + 2\pi d, d \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

б) $x_1 = \frac{11\pi}{3}; x_2 = 3\pi; x_3 = 5\pi$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом выполнены оба пункта

Задание 13. Пример 2.
Работа 2

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

№13

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

а) $9t^2 - 28t + 3 = 0$

$$D = 784 - 108 = 676$$

$$t_1 = \frac{28 + 26}{18} = 3$$

$$t_2 = \frac{28 - 26}{18} = \frac{1}{9}$$

$$9^{\cos x} = 3$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi k$$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \pi + 2\pi k \leq 4\pi$$

$$0,75 \leq k \leq 1,5$$

$$k = 1$$

Ответ: $x_1 = \frac{3\pi}{3}$; $x_2 = \frac{11\pi}{3}$

б) $\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi$

$$+\frac{5}{2} - \frac{1}{3} \leq 2k \leq 4 - \frac{1}{3}$$

$$+\frac{15-2}{12} \leq k \leq \frac{12-1}{6}$$

$$+\frac{13}{12} \leq k \leq \frac{11}{6}$$

$$k = -1, 0, 1. k \in \emptyset$$

$$+\frac{5\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi$$

$$+\frac{5}{2} + \frac{1}{3} \leq 2k \leq 4 + \frac{1}{3}$$

$$+\frac{15+2}{12} \leq k \leq \frac{12+1}{6}$$

$$+\frac{17}{12} \leq k \leq \frac{13}{6}$$

$$k = -1, 0, 1, 2. 2$$

? баллов

Задание 13. Пример 2.
Работа 2

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

№13

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$$

а) $9t^2 - 28t + 3 = 0$

$$D = 784 - 108 = 676$$

$$t_1 = \frac{28 + 26}{18} = 3$$

$$t_2 = \frac{28 - 26}{18} = \frac{1}{9}$$

$$9^{\cos x} = 3$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi k$$

$$\frac{5\pi}{2} \leq \pi + 2\pi k \leq 4\pi$$

$$0,75 \leq k \leq 1,5$$

$$k = 1$$

б) $\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi$

$$+\frac{5}{2} - \frac{1}{3} \leq 2k \leq 4 - \frac{1}{3}$$

$$+\frac{15-2}{12} \leq k \leq \frac{12-1}{6}$$

$$+\frac{13}{12} \leq k \leq \frac{11}{6}$$

$$k = -1, 0, 1. k \in \emptyset$$

$$+\frac{5\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi$$

$$+\frac{5}{2} + \frac{1}{3} \leq 2k \leq 4 + \frac{1}{3}$$

$$+\frac{15+2}{12} \leq k \leq \frac{12+1}{6}$$

$$+\frac{17}{12} \leq k \leq \frac{13}{6}$$

$$k = -1, 0, 1, 2. 2$$

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{3}$; $x_2 = \frac{11\pi}{3}$

2 балла

Задание 13. Пример 2.
Работа 3

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

у 13. а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$
 $9 \cdot 9^{2 \cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$

Пусть: $9^{\cos x} = t.$

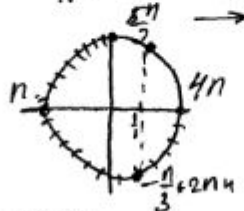
$$9t^2 - 28t + 3 = 0$$

$$D = 784 - 108$$

$$D = 676.$$

$$t_{1,2} = \frac{28 \pm 26}{18} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{54}{18} = 3 \\ \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \end{array} \right.$$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$



Ответ: а) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $x = \frac{11\pi}{3}; x = 3\pi$

$$t_1 = 3.$$

$$9^{\cos x} = 3.$$

$$3^{2 \cos x} = 3.$$

$$2 \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = \frac{1}{9}.$$

$$9^{\cos x} = \frac{1}{9}.$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Выборка корней:

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$$

$$n = 2; x = \frac{11\pi}{3} \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$x = \pi + 2\pi n.$$

$$n = 1; x = 3\pi \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

Задание 13. Пример 2.
Работа 3

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

у 13. а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$
 $9 \cdot 9^{2 \cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$

Пусть: $9^{\cos x} = t.$

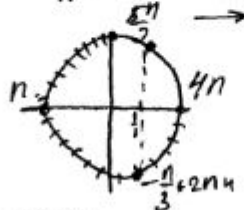
$$9t^2 - 28t + 3 = 0$$

$$D = 784 - 108$$

$$D = 676.$$

$$t_{1,2} = \frac{28 \pm 26}{18} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{54}{18} = 3 \\ \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \end{array} \right.$$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$



Выборка корней:

$$v = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$$

$$n = 2; v = \frac{11\pi}{3} \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$v = \pi + 2\pi n.$$

$$n = 3; v = 3\pi \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

Ответ: а) $v = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $v = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $v = \frac{11\pi}{3}; v = 3\pi$

2 балла



Задание 13. Пример 3

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



ФИПИ

Задание 13. Пример 3. Решение

13 а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\begin{aligned} \sin x + \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x &= \sqrt{3} \sin 2x + 1; \quad \sin x + 1 - 2 \sin^2 x = 1; \\ \sin x \cdot (2 \sin x - 1) &= 0. \end{aligned}$$

Значит, $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$,

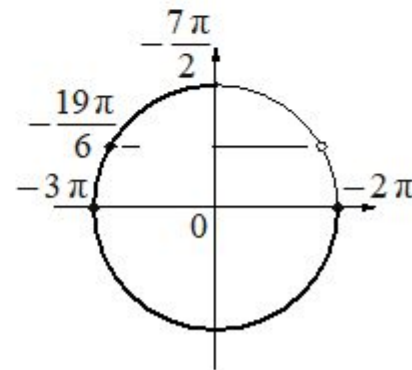
$n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Получим числа: $-\frac{19\pi}{6}$; -3π ; -2π .

Ответ: а) πk , $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π ; -2π .



Задание 13. Пример 3. Работа 1



а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi$.

13

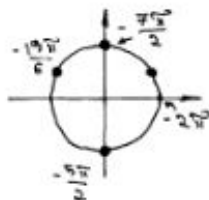
а) $\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$
 $\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$
 $\sin x + 2 \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos 2x \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} \sin 2x + 1$
 $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$
 ~~$\cos^2 x - \sin^2 x - 1 = 0$~~
 $\cos^2 x - \sin^2 x - 1 + \sin x = 0$ т.к. $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$
 (осн. триг. тожд)

то: $2\sin^2 x - \sin x = 0$
 $\sin x (2\sin x - 1) = 0$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi n \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \pi n; x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

б) Отберем корни с помощью единичной окружности



$$\begin{aligned} -\frac{7\pi}{6} &\leq -\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \leq -2\pi \\ -\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} &= -\frac{19\pi}{6} \\ -\frac{4\pi}{2} &\leq -\frac{7\pi}{2} \leq -2\pi \\ -\frac{7\pi}{2} &\leq -\frac{5\pi}{2} \leq -2\pi \end{aligned}$$

То есть отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ принадлежат корни: $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -\frac{5\pi}{2}$

Ответ: $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -\frac{5\pi}{2}$

? баллов

Задание 13. Пример 3. Работа 1



а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi$.

1 балл

Удовлетворяет критерию:
обоснованно получен верный ответ
в пункте а

13

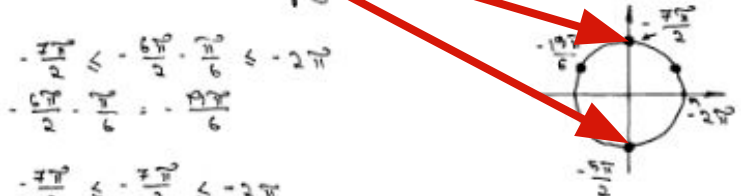
а) $\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$
 $\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$
 $\sin x + 2 \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos 2x \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} \sin 2x + 1$
 $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$
 ~~$\cos^2 x - \sin^2 x - 1 = 0$~~ т.к.
 $\cos^2 x - \sin^2 x - 1 + \sin x = 0$ т.к. $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$
 (осн. триг. тожд)

то: $2 \sin^2 x - \sin x = 0$
 $\sin x (2 \sin x - 1) = 0$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi n \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \pi n; x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

б) Отберем корни с помощью единичной окружности



То есть отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$
 принадлежат корни: $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{19\pi}{6}; -\frac{5\pi}{2}$
 Ответ: $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{19\pi}{6}; -\frac{5\pi}{2}$

Задание 13. Пример 3. Работа 2

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

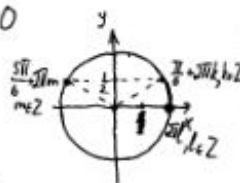
Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi$.

13.

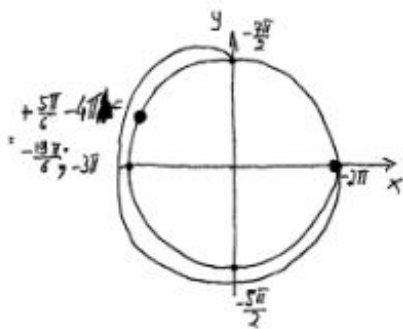
$$\begin{aligned} \sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) &= \sqrt{3} \sin 2x + 1 \\ \sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6}\right) &= \sqrt{3} \cdot 2 \sin x \cdot \cos x + 1 \\ \sin x + 2 \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2(1 - 2 \sin^2 x) \cdot \frac{1}{2} &= 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 1 \\ \sin x + 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 2 \cdot \frac{1}{2} (1 - 2 \sin^2 x) &= 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cancel{\sin x} + \frac{1}{2} - \sin^2 x &= 1 \\ \cancel{\sin^2 x} - \cancel{\sin x} + \frac{1}{2} &= 0 \quad | \times 2 \\ 2 \sin^2 x - 2 \sin x + 1 &= 0 \\ \sin x = t, |t| \leq 1 \\ 2t^2 - 2t + 1 &= 0 \\ \frac{D}{4} = 1 - 2 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin x + 1 - 2 \sin^2 x &= 1 \\ \sin x (2 \sin x - 1) &= 0 \\ \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$



$$\begin{cases} x = 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} x = 2\pi l, l = -1 & \quad x = -2\pi \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right] \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m = -2 & \quad x = \frac{5\pi}{6} - \frac{24\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6} \\ -\frac{19\pi}{6} & \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]. \end{aligned}$$

? баллов

Ответ: а) $2\pi l; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m \quad \{l, k, m\} \subset \mathbb{Z}$ б) $-\frac{19\pi}{6}; -2\pi$.

Задание 13. Пример 3. Работа 2

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi$.

13.

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$$

$$\sin x + 2\left(\sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cdot 2 \sin x \cdot \cos x + 1$$

$$\sin x + 2 \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot (1 - 2 \sin^2 x) \cdot \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 1$$

$$\sin x + 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 2 \cdot \frac{1}{2} (1 - 2 \sin^2 x) = 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 1$$

$$\cancel{\sin x} + \frac{1}{2} - \sin^2 x = 1$$

$$\cancel{\sin^2 x} - \cancel{\sin x} + \frac{1}{2} = 0 \quad | \times 2$$

$$2 \sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = t, |t| \leq 1$$

$$2t^2 - 2t + 1 = 0$$

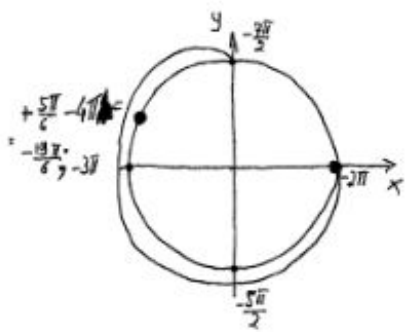
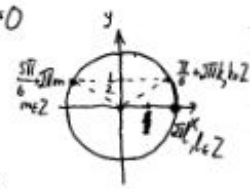
$$\frac{D}{4} = 1 - 2 < 0$$

$$\sin x + 1 - 2 \sin^2 x = 1$$

$$\sin x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$x = 2\pi l, l = -1 \quad x = -2\pi \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m = -2 \quad x = \frac{5\pi}{6} - \frac{24\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$$

$$-\frac{19\pi}{6} \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right].$$

Ответ: а) $2\pi l; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m \quad \{k, l, m\} \subset \mathbb{Z}$ б) $-\frac{19\pi}{6}; -2\pi$.

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом выполнены оба пункта

Задание 13. Пример 3. Работа 3

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi$.

№13

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$$

$$\sin x + 2\left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos 2x\right) - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + 2 \sin 2x \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos 2x \frac{1}{2} - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + 2 \sin 2x - 1 = 0$$

$$2 \sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

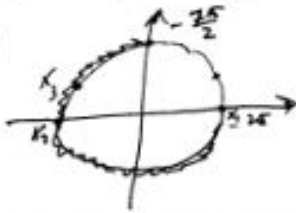
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

а) Ответ: $x = \pi n; x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m; n, k, m \in \mathbb{Z}$

б)



$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$k_1 = -2\pi$$

$$k_2 = -3\pi$$

$$k_3 = -3\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$$

Ответ: $-2\pi; -3\pi; -\frac{19\pi}{6}$

Задание 13. Пример 3. Работа 3

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

от: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -2\pi$.

№13

$$\sin x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$$

$$\sin x + 2\left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos 2x\right) - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + 2 \sin 2x \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos 2x \frac{1}{2} - \sqrt{3} \sin 2x - 1 = 0$$

$$\sin x + 2 \sin 2x - 2 \sin 2x + 1 - 1 = 0$$

$$2 \sin 2x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \sin 2x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

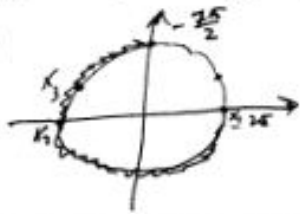
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

а) Ответ: $x = \pi n; x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m; n, k, m \in \mathbb{Z}$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$



Ответ: $-2\pi; -3\pi; -\frac{19\pi}{6}$

2 балла

Задание 13. Пример 2.
Работа 3

а) Решите уравнение

$$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

у 13. а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$
 $9 \cdot 9^{2 \cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0.$

Пусть: $9^{\cos x} = t.$

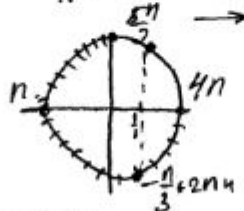
$$9t^2 - 28t + 3 = 0$$

$$D = 784 - 108$$

$$D = 676.$$

$$t_{1,2} = \frac{28 \pm 26}{18} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{54}{18} = 3 \\ \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \end{array} \right.$$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$



Ответ: а) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $x = \frac{11\pi}{3}; x = 3\pi$

$$t_1 = 3.$$

$$9^{\cos x} = 3.$$

$$3^{2 \cos x} = 3.$$

$$2 \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = \frac{1}{9}.$$

$$9^{\cos x} = \frac{1}{9}.$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Выборка корней:

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$$

$$n = 2; x = \frac{11\pi}{3} \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$x = \pi + 2\pi n.$$

$$n = 1; x = 3\pi \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

2 балла



Проект демонстрационного варианта 2019 года

15

Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$.

Ответ: $(-\infty; -12]; \left(-\frac{35}{8}; 0\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0 , ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



Задание 15. Пример 1

15

Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

Решение.

Пусть $t = 3^x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t^2 - 6t + 4}{t - 5} + \frac{6t - 51}{t - 9} \leq t + 5; \quad \frac{(t-1)(t-5)}{t-5} - \frac{1}{t-5} + \frac{6(t-9)}{t-9} + \frac{3}{t-9} \leq t + 5;$$

$$-\frac{1}{t-5} + \frac{3}{t-9} \leq 0; \quad \frac{t-3}{(t-5)(t-9)} \leq 0,$$

откуда $t \leq 3$; $5 < t < 9$.

При $t \leq 3$ получим: $3^x \leq 3$, откуда $x \leq 1$.

При $5 < t < 9$ получим: $5 < 3^x < 9$, откуда $\log_3 5 < x < 2$.

Решение исходного неравенства:

$$x \leq 1; \log_3 5 < x < 2.$$

Ответ: $(-\infty; 1]$; $(\log_3 5; 2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

Задание 15. Пример 1. Работа 1

Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

Ответ: $(-\infty; 1]; (\log_3 5; 2)$.

$$9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4 + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

пусть $3^x = z$, тогда;

$$\frac{z^2 - 6z + 4}{z - 5} + \frac{6z - 51}{z - 9} \leq z + 5$$

$0 \neq 3$;

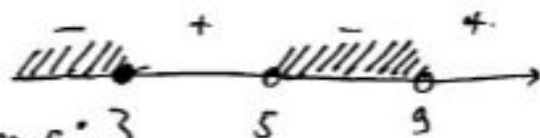
$z \neq 5$;

$z \neq 9$.

$$\frac{(z^2 - 6z + 4)(z - 9) + (6z - 51)(z - 5) - (z + 5)(z - 5)(z - 9)}{(z - 5)(z - 9)} \leq 0.$$

$$\frac{z^3 - 9z^2 - 6z^2 + 54z - 36 + 6z^2 - 30z - 51z + 255 - z^3 + 9z^2 + 25z - 225}{(z - 5)(z - 9)} \leq 0.$$

$$\frac{2z - 6}{(z - 5)(z - 9)} \leq 0.$$



$$3^x = 3, x = 1; \quad 3^x = 5, x = \log_3 5;$$

$$3^x = 9, x = 2.$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$.

? баллов

Задание 15. Пример 1. Работа 1

Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

Ответ: $(-\infty; 1]; (\log_3 5; 2)$.

$$9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4 + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

пусть $3^x = z$, тогда;

$$\frac{z^2 - 6z + 4}{z - 5} + \frac{6z - 51}{z - 9} \leq z + 5$$

$0 \neq 3$;

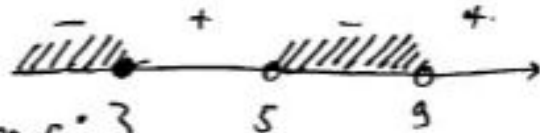
$z \neq 5$;

$z \neq 9$.

$$\frac{(z^2 - 6z + 4)(z - 9) + (6z - 51)(z - 5) - (z + 5)(z - 5)(z - 9)}{(z - 5)(z - 9)} \leq 0.$$

$$\frac{z^3 - 9z^2 - 6z^2 + 54z - 36 + 6z^2 - 30z - 51z + 255 - z^3 + 9z^2 + 25z - 225}{(z - 5)(z - 9)} \leq 0.$$

$$\frac{2z - 6}{(z - 5)(z - 9)} \leq 0.$$



$$3^x = 3, x = 1; \quad 3^x = 5, x = \log_3 5;$$

$$3^x = 9, x = 2.$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$$

Ответ: $x \in (-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$.

2 балла

Задание 15. Пример 1. Работа 2



Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

$$\begin{aligned} 3^x - 9 > 0 \\ 3^x = 9 \\ x > 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^x - 5 > 0 \\ 3^x = 5 \\ x > \log_3 5 \end{aligned}$$

Ответ: $(-\infty; 1]; (\log_3 5; 2)$.

$$\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

$$\frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^x \cdot 3 + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^x \cdot 3 - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

Пусть $3^x = t$

$$\frac{t^2 - 6t + 4}{t - 5} + \frac{6t - 51}{t - 9} \leq t + 5$$

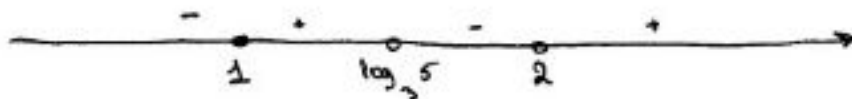
$$\frac{(t^2 - 6t + 4) \cdot (t - 9) + (6t - 51)(t - 5)}{(t - 5)(t - 9)} \leq (t + 5)(t - 5)(t - 9)$$

$$t^3 - 6t^2 + 4t - 9t^2 + 54t - 36 + 6t^2 - 30t - 51t + 255 \leq t^3 - 25t - 9t^2 + 225$$

$$t^3 - 6t^2 + 4t - 9t^2 + 54t - 36 + 6t^2 - 30t - 51t + 255 - t^3 + 25t + 9t^2 - 225 \leq 0$$

$$\begin{aligned} 2t - 6 = 0 \\ 2t = 6 \\ t = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^x = 3 \\ x = 1 \\ x \leq 1 \end{aligned}$$



Ответ: $(-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$

? баллов

Задание 15. Пример 1. Работа 2



Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

$$\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

$$\frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^x \cdot 3 + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^x \cdot 3 - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

Пусть $3^x = t$

$$\frac{t^2 - 6t + 4}{t - 5} + \frac{6t - 51}{t - 9} \leq t + 5$$

$$\frac{(t^2 - 6t + 4) \cdot (t - 9) + (6t - 51)(t - 5)}{(t - 5)(t - 9)} \leq (t + 5)(t - 5)(t - 9)$$

$$t^3 - 6t^2 + 4t - 9t^2 + 54t - 36 + 6t^2 - 30t - 51t + 255 \leq t^3 - 25t - 9t^2 + 225$$

$$t^3 - 6t^2 + 4t - 9t^2 + 54t - 36 + 6t^2 - 30t - 51t + 255 - t^3 + 25t + 9t^2 - 225 \leq 0$$

$$2t - 6 = 0$$

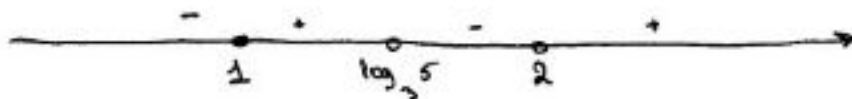
$$2t = 6$$

$$t = 3$$

$$3^x = 3$$

$$x = 1$$

$$x \leq 1$$



Ответ: $(-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$

$$3^x - 9 > 0$$

$$3^x = 9$$

$$x > 2$$

$$3^x - 5 > 0$$

$$3^x = 5$$

$$x > \log_3 5$$

Ответ: $(-\infty; 1]; (\log_3 5; 2)$.

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 1. Работа 3

$$\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

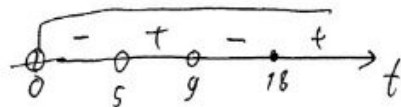
$$\frac{9^x - 2 \cdot 3 \cdot 3^x + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 3^x - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

$$3^x = t; t > 0$$

$$\frac{t^2 - 6t + 4}{t - 5} + \frac{6t - 51}{t - 9} - t - 5 \leq 0$$

$$\frac{(t^2 - 6t + 4)(t - 9) + (6t - 51)(t - 5) - (t + 5)(t - 5)(t - 9)}{(t - 5)(t - 9)} \leq 0$$

$$\frac{2(t - 18)}{(t - 5)(t - 9)} \leq 0$$



$$t \in (0; 5) \cup (9; 18]$$

$$3^x \in (0; 5) \cup (9; 18]$$

$$x \in (-\infty; \log_3 5) \cup (2; \log_3 18]$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; \log_3 5) \cup (2; \log_3 18]$$

Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

Ответ: $(-\infty; 1]; (\log_3 5; 2)$.

? баллов

Задание 15. Пример 1. Работа 3

$$\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

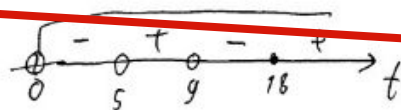
$$\frac{9^x - 2 \cdot 3 \cdot 3^x + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 3^x - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

$$3^x = t; t > 0$$

$$\frac{t^2 - 6t + 4}{t - 5} + \frac{6t - 51}{t - 9} - t - 5 \leq 0$$

$$\frac{(t^2 - 6t + 4)(t - 9) + (6t - 51)(t - 5) - (t + 5)(t - 5)(t - 9)}{(t - 5)(t - 9)} \leq 0$$

$$\frac{2(t - 18)}{(t - 5)(t - 9)} \leq 0$$



$$t \in (0; 5) \cup (9; 18]$$

$$3^x \in (0; 5) \cup (9; 18]$$

$$x \in (-\infty; \log_3 5) \cup (2; \log_3 18]$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; \log_3 5) \cup (2; \log_3 18]$$

Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

Ответ: $(-\infty; 1]; (\log_3 5; 2)$.

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 1, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 1. Работа 4

Решите неравенство $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$.

Ответ: $(-\infty; 1]; (\log_3 5; 2)$.

$$\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5$$

$$\frac{(3^{2x} - 2 \cdot 3 \cdot 3^x + 4)(3^x - 9) + (2 \cdot 3 \cdot 3^x - 51)(3^x - 5) - (3^x - 5)(3^x + 5)(3^x - 9)}{(3^x - 5)(3^x - 9)} \leq 0$$

$$\frac{3^{3x} - 6 \cdot 3^{2x} + 4 \cdot 3^x - 9 \cdot 3^{2x} + 54 \cdot 3^x - 36 + 6 \cdot 3^{2x} - 51 \cdot 3^x - 30 \cdot 3^x + 255 - (3^{2x} - 25)(3^x - 9)}{(3^x - 3^{\log_3 5})(3^x - 3^2)} \leq 0$$

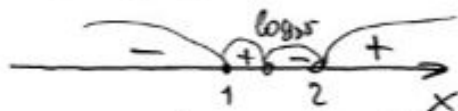
знаки $(3^x - 3^{\log_3 5})$ и $(3^x - 3^2)$ совпадают со знаками $(x - \log_3 5)$ и $(x - 2)$
соответственно

$$\frac{3^{3x} - 9 \cdot 3^{2x} - 23 \cdot 3^x + 219 - 3^{3x} + 8 \cdot 3^{2x} + 25 \cdot 3^x - 225}{(x - \log_3 5)(x - 2)} \leq 0$$

$$\frac{2 \cdot 3^x - 6}{(x - \log_3 5)(x - 2)} \leq 0; \frac{3^x - 3^1}{(x - \log_3 5)(x - 2)} \leq 0$$

знак $(3^x - 3^1)$ совпадает со знаком $(x - 1)$

$$\frac{x - 1}{(x - \log_3 5)(x - 2)} \leq 0$$



$$1 < \log_3 5 < 2$$

$$\Rightarrow x \in \{-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$$

Ответ: $\{-\infty; 1] \cup (\log_3 5; 2)$

2 балла



Задание 15. Пример 2

15

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

Решение.

Пусть $t = \log_4 x$, тогда неравенство примет вид:

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} \geq \frac{4t+16}{t^2-9}; \quad \frac{t^2+6t+9}{(t-3)(t+3)} + \frac{t^2-6t+9}{(t-3)(t+3)} - \frac{4t+16}{(t-3)(t+3)} \geq 0;$$

$$\frac{2t^2-4t+2}{(t-3)(t+3)} \geq 0; \quad \frac{2(t-1)^2}{(t-3)(t+3)} \geq 0,$$

откуда $t < -3$; $t = 1$; $t > 3$.

При $t < -3$ получим: $\log_4 x < -3$, откуда $0 < x < \frac{1}{64}$.

При $t = 1$ получим: $\log_4 x = 1$, откуда $x = 4$.

При $t > 3$ получим: $\log_4 x > 3$, откуда $x > 64$.

Решение исходного неравенства: $0 < x < \frac{1}{64}$; $x = 4$; $x > 64$.

Ответ: $\left(0; \frac{1}{64}\right)$; 4 ; $(64; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

Задание 15. Пример 2. Работа 1

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

Ответ: $(0; \frac{1}{64}); 4; (64; +\infty)$.

№ 15.

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

$$\frac{3 + \log_4 x}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{3 + \log_4 x} \geq \frac{4 \log_4 x + 16}{\log_4^2 x - 9} \quad \log_4 x = t$$

$$\frac{3+t}{t-3} + \frac{t-3}{3+t} \geq \frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\frac{(3+t)^2 + (t-3)^2 - 4t - 16}{t^2 - 9} \geq 0$$

$$\frac{t^2 - 2t + 2}{t^2 - 9} \geq 0 \quad \begin{matrix} t^2 - 2t + 2 > 0 \\ D = 4 - 4 \cdot 2 < 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 2 > 0 \end{matrix}$$

$$t \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$$

$$\begin{cases} \log_4 x < -3 \\ \log_4 x > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{64} \\ x > 64 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in (0; \frac{1}{64}) \cup (64; +\infty)$$

ОДЗ: $x > 0$.

$\log_4 x \neq \pm 3$. $\begin{cases} x \neq 64 \\ x \neq \frac{1}{64} \end{cases}$

? баллов

Задание 15. Пример 2. Работа 1

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

Ответ: $(0; \frac{1}{64}); 4; (64; +\infty)$.

№ 15.

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

$$\frac{3 + \log_4 x}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{3 + \log_4 x} \geq \frac{4 \log_4 x + 16}{\log_4^2 x - 9} \quad \log_4 x = t$$

$$\frac{3+t}{t-3} + \frac{t-3}{3+t} \geq \frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\frac{(3+t)^2 + (t-3)^2 - 4t - 16}{t^2 - 9} \geq 0$$

$$\frac{t^2 - 2t + 2}{t^2 - 9} \geq 0 \quad \begin{matrix} t^2 - 2t + 2 > 0 \\ D = 4 - 4 \cdot 2 < 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 2 > 0 \end{matrix}$$

$$t \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$$

$$\begin{cases} \log_4 x < -3 \\ \log_4 x > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{64} \\ x > 64 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x \in (0; \frac{1}{64}) \cup (64; +\infty)$$

ОДЗ: $x > 0$.

$\log_4 x \neq \pm 3$. $\begin{cases} x \neq 64 \\ x \neq \frac{1}{64} \end{cases}$

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл: обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точки 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 2. Работа 2

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

Ответ: $(0; \frac{1}{64}); 4; (64; +\infty)$.

$$15. \frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

ОДЗ: $\begin{cases} 64x > 0 \\ x > 0 \\ x^4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq 64 \\ x \neq \frac{1}{64} \end{cases}$

1) $\log_4 x - 3 \neq 0$
2) $\log_4(64x) \neq 0$
3) $\log_4^2 x - 9 \neq 0$

ОДЗ: $\frac{1}{64} \quad 64$

1) $\log_4 x \neq 3$. $x \neq 64$.
2) $\log_4(64x) \neq 0$. $64x \neq 1$. $x \neq \frac{1}{64}$.
3) $\log_4^2 x - 9 \neq 0$. $(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3) \neq 0$.
 $\log_4 x \neq 3$. $\log_4 x \neq -3$.

Решим уравнения:

$$\frac{(\log_4 64 + \log_4 x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{(\log_4 64 + \log_4 x)} \geq \frac{4 \log_4 |x| + 16}{(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3)}$$

$$\frac{3 + \log_4 x}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{3 + \log_4 x} \geq \frac{4 \log_4 |x| + 16}{(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3)}$$

Пусть: $\log_4 x + 3 = a$, $\log_4 x - 3 = b$.

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq \frac{4 \log_4 |x| + 16}{6a}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{6a} \geq \frac{4 \log_4 |x| + 16}{6a}$$

$$a^2 + b^2 - (4 \log_4 |x| + 16) \geq 0$$

$$\frac{\log_4^2 x + 6 \log_4 x + 9 + \log_4^2 x - 6 \log_4 x + 9 - 4 \log_4 x - 16}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$$

$$\frac{2 \log_4^2 x - 4 \log_4 x + 2}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$$

1) $2 \log_4^2 x - 4 \log_4 x + 2 = 0$. $| : 2$

$$\log_4^2 x - 2 \log_4 x + 1 = 0$$

$$(\log_4 x - 1)^2 = 0$$

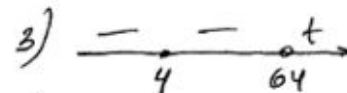
$$\log_4 x = 1$$

$$x = 4$$

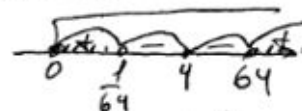
Ответ: $(0; \frac{1}{64}) \cup (64; +\infty) \cup \{4\}$

2) $\log_4^2 x - 9 = 0$

$$x \neq 64$$



3) Угол:



? баллов

Задание 15. Пример 2. Работа 2

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

Ответ: $(0; \frac{1}{64}); 4; (64; +\infty)$.

15. $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$

ОДЗ: $\begin{cases} 64x > 0 \\ x > 0 \\ x^4 > 0 \\ \log_4 x - 3 \neq 0 \\ \log_4(64x) \neq 0 \\ \log_4^2 x - 9 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq 64 \\ x \neq \frac{1}{64} \end{cases}$

1) $\log_4 x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{64}$
 2) $\log_4(64x) + 0 = 0 \Rightarrow 64x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{64}$
 3) $\log_4^2 x - 9 = 0 \Rightarrow \log_4 x = 3 \vee \log_4 x = -3 \Rightarrow x = 64 \vee x = \frac{1}{64}$

Решим уравнения:

$$\frac{(\log_4 64 + \log_4 x) + \frac{\log_4 x - 3}{(\log_4 64 + \log_4 x)^2} \cdot \frac{4 \log_4 |x| + 16}{(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3)}}{\frac{3 + \log_4 x}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{2 + \log_4 x}} \geq \frac{4 \log_4 |x| + 16}{(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3)}$$

Пусть: $\log_4 x + 2 = a, \log_4 x - 3 = b$

$$\frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}{\frac{a^2 + b^2}{ba}} \geq \frac{4 \log_4 |x| + 16}{ba}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ba} \geq \frac{4 \log_4 |x| + 16}{ba}$$

$$a^2 + b^2 - (4 \log_4 |x| + 16) \geq 0$$

$$\log_4^2 x + 6 \log_4 x + 9 + \log_4^2 x - 6 \log_4 x + 9 - 4 \log_4 x - 16 \geq 0$$

$$\frac{2 \log_4^2 x - 4 \log_4 x + 2}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$$

1) $2 \log_4^2 x - 4 \log_4 x + 2 = 0 \cdot | : 2$
 $\log_4^2 x - 2 \log_4 x + 1 = 0$
 $(\log_4 x - 1)^2 = 0$
 $\log_4 x = 1$
 $x = 4$

2) $\log_4^2 x - 9 = 0$
 $x = 64$

3) $-$ $-$ $+$
 4) $1/64$

Ответ: $(0; \frac{1}{64}) \cup (64; +\infty) \cup \{4\}$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:
 обоснованно получен верный ответ,
 отличающийся от верного исключением точки 4,
 ИЛИ
 получен неверный ответ из-за вычислительной
 ошибки, при этом имеется верная
 последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 2. Работа 3

ФИПИ

Решите неравенство $\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$.

Ответ: $(0; \frac{1}{64})$; 4; $(64; +\infty)$.

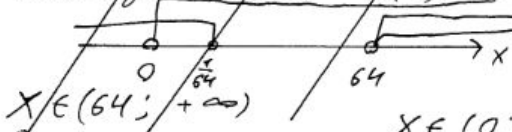
$$\frac{\log_4 x + \log_4 64}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4 x + \log_4 64} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}$$

М: $\begin{cases} 64x > 0, & (1) & (1) & x > 0 \\ \log_4 x \neq 3, & (2) & (2) & \log_4 x - \log_4 64 \neq 0 \\ \log_4^2 x \neq 9, & (3) & & x \neq 64 \end{cases}$

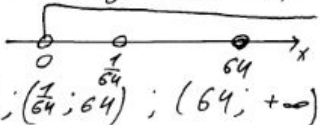
(3) $(\log_4^2 x - 9) > 0$

$(x-64)(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3) \neq 0$
 $(x-64)(x-\frac{1}{64}) \neq 0$

Согласно (1), (2) и (3)



Согласно (1), (2) и (3)



Пусть $\log_4 x = t$ $t \rightarrow$, тогда

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} \geq \frac{4t+16}{t^2-9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(t+3)^2 + (t-3)^2 - 4t - 16}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 + 6t + 9 + t^2 - 6t + 9 - 4t - 16}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2t^2 - 4t + 12}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(t-1)^2}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

Получив обратную замену.

$$\frac{(\log_4 x - 1)^2}{(\log_4 x - 3)(\log_4 x + 3)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\log_4 x - \log_4 4)^2}{(\log_4 x - \log_4 64)(\log_4 64x)} \geq 0$$

Применяем метод рационализации:

$$\frac{(x-4)^2}{(x-64)(x-\frac{1}{64})} \geq 0$$

Согласно с множеством М:



$$x \in (0; \frac{1}{64}) \cup \{4\} \cup (64; +\infty)$$

Ответ $(0; \frac{1}{64}) \cup \{4\} \cup (64; +\infty)$

2 балла



Задание 15. Пример 3

Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$.

Решение.

Правая часть неравенства определена при $x < -5$ и $x > -\frac{35}{8}$.

Поскольку при любых значениях x выражение $8x^2 + 7$ принимает положительные значения, при $x < -5$ и $x > -\frac{35}{8}$ неравенство принимает вид:

$$\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} \geq \frac{8x + 35}{x + 5}; \quad \frac{8x^3 + 40x^2 + 7x + 35}{(x + 5)(x^2 + x + 1)} \geq \frac{8x^3 + 43x^2 + 43x + 35}{(x + 5)(x^2 + x + 1)};$$

$$\frac{3x^2 + 36x}{(x + 5)(x^2 + x + 1)} \leq 0; \quad \frac{3x(x + 12)}{(x + 5)(x^2 + x + 1)} \leq 0,$$

откуда $x \leq -12$; $-5 < x \leq 0$. Учитывая ограничения $x < -5$ и $x > -\frac{35}{8}$,

получаем: $x \leq -12$; $-\frac{35}{8} < x \leq 0$.

Ответ: $(-\infty; -12]$; $\left(-\frac{35}{8}; 0\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0 , ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Задание 15. Пример 3. Работа 1

Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$.

Ответ: $(-\infty; -12]; \left(-\frac{35}{8}; 0\right]$.

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$$

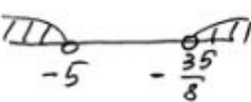
\nearrow
 всегда > 0
 ≥ 7

\uparrow
 $D = 1 - 4 < 0$ $x^2 + x + 1$
 т.е. всегда > 0

$$\frac{x}{x+5} + 7 > 0$$

$$\frac{8x + 35}{x+5} > 0$$

$$\frac{x + \frac{35}{8}}{x+5} > 0$$



$$\log_{11}\left(\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1}\right) \geq \log_{11}\left(\frac{8x + 35}{x+5}\right)$$

$$\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} - \frac{8x + 35}{x+5} \geq 0$$

$$\frac{(8x^2 + 7)(x+5) - (8x + 35)(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x + 1)(x+5)} \geq 0$$

\Downarrow
 $D < 0$

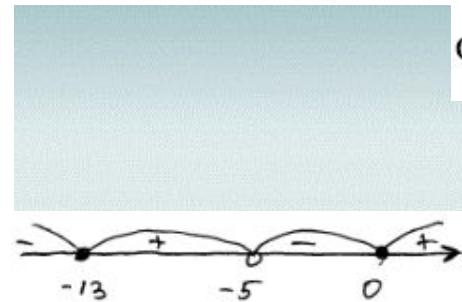
$$\frac{8x^3 + 7x + 40x^2 + 35 - (8x^3 + 35x^2 + 8x^2 + 35x + 8x + 35)}{x+5} \geq 0$$

$$\frac{40x^2 - 35x^2 - 8x^2 + 7x - 35x - 8x}{x+5} \geq 0$$

$$\frac{-3x^2 - 36x}{x+5} \geq 0 \quad | \cdot (-3)$$

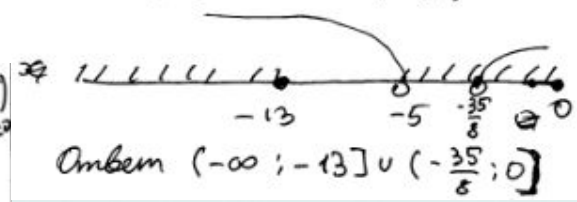
$$\frac{x^2 + 12x}{x+5} \leq 0$$

$$\frac{x(x+12)}{x+5} \leq 0$$



$f(x) = \frac{1 \cdot 14}{6}$ т.е. > 0 значит $f(x) > 0$ при $x \in (0; +\infty) > 0$

в силу того, что коэф. степени у множителей отрицательны, знаки чередуются



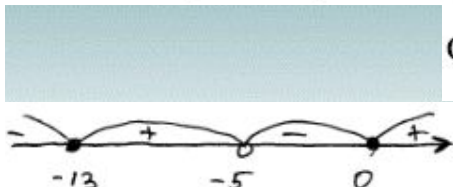
? баллов

Задание 15. Пример 3. Работа 1

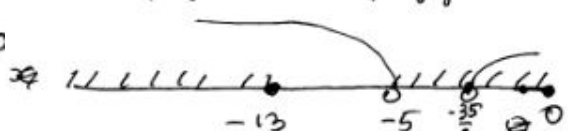
Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$.

Ответ: $(-\infty; -12]; \left(-\frac{35}{8}; 0\right]$.

$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$
 всегда ≥ 7
 $A = 1 - 4x^2 + x + 1$
 т.е. всегда > 0
 $\log_{11}\left(\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1}\right) \geq \log_{11}\left(\frac{8x + 35}{x + 5}\right)$
 $\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} - \frac{8x + 35}{x + 5} \geq 0$
 $\frac{(8x^2 + 7)(x + 5) - (8x + 35)(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x + 1)(x + 5)} \geq 0$
 $\frac{8x^3 + 7x + 40x^2 + 35 - (8x^3 + 35x^2 + 8x^2 + 35x + 8x + 35)}{x + 5} \geq 0$
 $\frac{40x^2 - 35x^2 - 8x^2 + 7x - 35x - 8x}{x + 5} \geq 0$
 $\frac{-3x^2 - 36x}{x + 5} \geq 0 \quad | \cdot (-3)$
 $\frac{x^2 + 12x}{x + 5} \leq 0$
 $\frac{x(x + 12)}{x + 5} \leq 0$



$A(x) = \frac{1 \cdot 14}{6}$ т.е. > 0 значит верно при $x \in (0; +\infty) > 0$
 в силу того, что коэф. степени у множителей отрицат., знаки чередуются



Ответ $(-\infty; -13] \cup \left(-\frac{35}{8}; 0\right]$

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл:
 обоснованно получен верный ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0,
 ИЛИ
 получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех шагов решения

Задание 15. Пример 3. Работа 2

Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$.

Ответ: $(-\infty; -12] \cup \left[-\frac{35}{8}; 0\right]$.

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$$

D.O.B: $8x^2 + 7 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$
 $x^2 + x + 1 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$
 $\frac{x}{x+5} + 7 > 0 \Rightarrow \frac{x+7x+35}{x+5} > 0 \Rightarrow \frac{8x+35}{x+5} > 0$

$$\log_{11} \frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} \geq \log_{11} \left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$$

$11 > 1 \Rightarrow$ перейдем к неравенству того же знака:

$$\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} \geq \frac{x}{x+5} + 7$$

$$\frac{8x^2 + 8x + 8 - 8x - 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{x}{x+5} + 7$$

$$8 - \frac{8x+1}{x^2+x+1} \geq \frac{x}{x+5} + 7$$

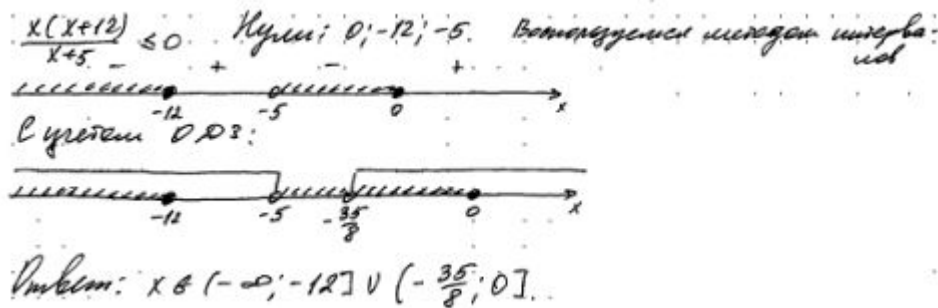
$$\frac{x}{x+5} + \frac{8x+1}{x^2+x+1} - 1 \leq 0$$

$$\frac{x(x^2+x+1) + (8x+1)(x+5) - (x+5)(x^2+x+1)}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0$$

$$\frac{x^3 + x^2 + x + 8x^2 + 40x + 5 - x^3 - x^2 - x - 5x^2 - 5x - 5}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0$$

$$\frac{8x^2 + 36x}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0$$

$$\frac{x^2 + 12x}{x+5} \leq 0 \text{ т.к. } x^2 + x + 1 > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}.$$



? баллов

Задание 15. Пример 3. Работа 2

Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$.

Ответ: $(-\infty; -12] \cup \left[-\frac{35}{8}; 0\right]$.

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$$

О.О.З: $8x^2 + 7 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$
 $x^2 + x + 1 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$
 $\frac{x}{x+5} + 7 > 0 \Rightarrow \frac{x+7x+35}{x+5} > 0 \Rightarrow \frac{8x+35}{x+5} > 0$

$$\log_{11} \frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} \geq \log_{11} \left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$$

$11 > 1 \Rightarrow$ перейдем к неравенству того же знака:

$$\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} \geq \frac{x}{x+5} + 7$$

$$\frac{8x^2 + 8x + 8 - 8x - 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{x}{x+5} + 7$$

$$8 - \frac{8x+1}{x^2+x+1} \geq \frac{x}{x+5} + 7$$

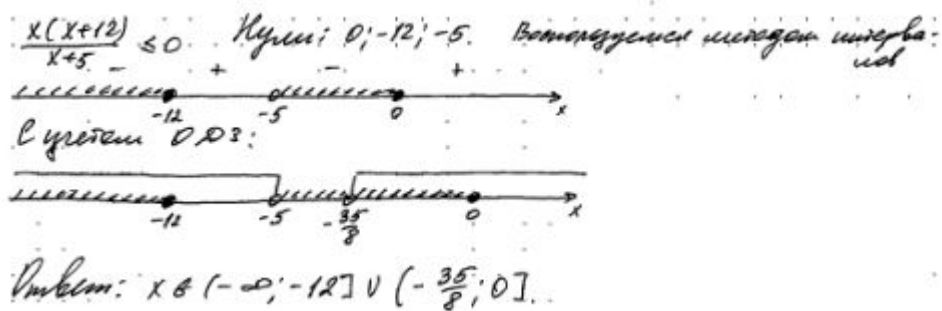
$$\frac{x}{x+5} + \frac{8x+1}{x^2+x+1} - 1 \leq 0$$

$$\frac{x(x^2+x+1) + (8x+1)(x+5) - (x+5)(x^2+x+1)}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0$$

$$\frac{x^3 + x^2 + x + 8x^2 + 40x + 5 - x^3 - x^2 - x - 5x - 5}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0$$

$$\frac{8x^2 + 36x}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0$$

$$\frac{x^2 + 12x}{x+5} \leq 0 \text{ т.к. } x^2 + x + 1 > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}.$$



2 балла



Проект демонстрационного варианта 2019 года

- 17 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Ответ: 7.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3



Задание 17. Пример 1

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3



Задание 17. Пример 1. Решение

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей. Ответ: 5.

По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0.$$

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен:

$$k; 0,9k; 0,8k; 0,7k; 0,6k; 0,5k.$$

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$$k - 0,9; 0,9k - 0,8; 0,8k - 0,7; 0,7k - 0,6; 0,6k - 0,5; 0,5k.$$

Общая сумма выплат составляет:

$$k(1 + 0,9 + 0,8 + 0,7 + 0,6 + 0,5) - (0,9 + 0,8 + 0,7 + 0,6 + 0,5) = \\ = (k - 1)(1 + 0,9 + 0,8 + 0,7 + 0,6 + 0,5) + 1 = 4,5(k - 1) + 1.$$

По условию, общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей, значит,

$$4,5(k - 1) + 1 > 1,2; 4,5 \cdot \frac{r}{100} + 1 > 1,2; r > 4\frac{4}{9}.$$

Наименьшее целое решение этого неравенства — число 5. Значит, искомое число процентов — 5.

Задание 17. Пример 1. Работа 1

ФИПИ

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга 15-го числа (млн)	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1 + 1 \cdot r$	0,9	$1 + 1r - 0,9$
3	$0,9 + 0,9 \cdot r$	0,8	$0,9 + 0,9r - 0,8$
4	$0,8 + 0,8r$	0,7	$0,8 + 0,8r - 0,7$
5	$0,7 + 0,7r$	0,6	$0,7 + 0,7r - 0,6$
6	$0,6 + 0,6r$	0,5	$0,6 + 0,6r - 0,5$
7	$0,5 + 0,5r$	0	$0,5 + 0,5r$

Тогда общая сумма выплат:

$$1 + 1 \cdot r - 0,9 + 0,9 + 0,9r - 0,8 + 0,8 + 0,8r - 0,7 + 0,7 + 0,7r - 0,6 + 0,6 + 0,6r - 0,5 + 0,5 + 0,5r = 1 + r + 0,9r + 0,8r + 0,7r + 0,6r + 0,5r = 1 + 4,5r$$

Общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$$1 + 4,5r > 1,2$$

$$4,5r > 0,2$$

$$r > 2,25$$

т.к. r - целое число, то

наименьшее $r = 3$.

Ответ: r наименьшее = 3

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 3.

? баллов

Задание 17. Пример 1. Работа 1

ФИПИ

месяц	сумма долга 1-го числа (млн р)	сумма долга (млн) 15-го числа	сумма выплат
1		1 млн	
2	$1 + 1 \cdot r$	0,9	$1 + 1r - 0,9$
3	$0,9 + 0,9 \cdot r$	0,8	$0,9 + 0,9r - 0,8$
4	$0,8 + 0,8r$	0,7	$0,8 + 0,8r - 0,7$
5	$0,7 + 0,7r$	0,6	$0,7 + 0,7r - 0,6$
6	$0,6 + 0,6r$	0,5	$0,6 + 0,6r - 0,5$
7	$0,5 + 0,5r$	0	$0,5 + 0,5r$

Тогда общая сумма выплат:

$$1 + 1 \cdot r - 0,9 + 0,9 + 0,9r - 0,8 + 0,8 + 0,8r - 0,7 + 0,7 + 0,7r - 0,6 + 0,6 + 0,6r - 0,5 + 0,5 + 0,5r = 1 + r + 0,9r + 0,8r + 0,7r + 0,6r + 0,5r = 1 + 4,5r$$

Общая сумма выплат должна быть больше 1,2 млн =>

$$1 + 4,5r > 1,2$$

$$4,5r > 0,2$$

$$r > 0,25$$

т.к. r - целое число, то

наименьшее $r = 3$.

Ответ: r наименьшее = 3

0 баллов

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:

Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

Задание 17. Пример 1. Работа 2

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

17) Всего было 6 выплат: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 \geq 1,2$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	0,12	0,163	0,156	0,149	0,142	0,135	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,125	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,12	1,18

Наименьшим числом, при котором $S > 1,2$ является 5. При $r=4, S < 1,2$.

Ответ: 5

$$P_1 = (1 + \frac{r}{100}) - 0,9$$

$$P_2 = 0,9(1 + \frac{r}{100}) - 0,8$$

$$P_3 = 0,8(1 + \frac{r}{100}) - 0,7$$

$$P_4 = 0,7(1 + \frac{r}{100}) - 0,6$$

$$P_5 = 0,6(1 + \frac{r}{100}) - 0,5$$

$$P_6 = 0,5(1 + \frac{r}{100})$$

? баллов

Задание 17. Пример 1. Работа 2

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

3 балла

17) Всего было 6 вариантов: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 \geq 1,2$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = S$$

r	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	S
7	0,12	0,163	0,156	0,149	0,142	0,135	1,315
5	0,15	0,145	0,14	0,135	0,13	0,125	1,225
4	0,14	0,136	0,132	0,128	0,124	0,12	1,18

$$P_1 = (1 + \frac{r}{100}) - 0,9$$

$$P_2 = 0,9(1 + \frac{r}{100}) - 0,8$$

$$P_3 = 0,8(1 + \frac{r}{100}) - 0,7$$

$$P_4 = 0,7(1 + \frac{r}{100}) - 0,6$$

$$P_5 = 0,6(1 + \frac{r}{100}) - 0,5$$

$$P_6 = 0,5(1 + \frac{r}{100})$$

Наименьшим числом, при котором $S > 1,2$ является 5. При $r=4, S < 1,2$.

Ответ: 5

Задание 17. Пример 1. Работа 3

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

Решение:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 > 1,2 \text{ млн, где } x - \text{ выплата}$$

$$N = 1 - \text{ сумма кредита}$$

$$r_{\min} = ? , \text{ где } r - \% \quad r \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = N + \frac{rN}{100} - 0,9 ; \quad x_2 = 0,9 + \frac{r \cdot 0,9}{100} - 0,8 ; \quad x_3 = 0,8 + \frac{r \cdot 0,8}{100} - 0,7 ;$$

$$x_4 = 0,7 + \frac{r \cdot 0,7}{100} - 0,6 ; \quad x_5 = 0,6 + \frac{r \cdot 0,6}{100} - 0,5 ; \quad x_6 = 0,5 + \frac{r \cdot 0,5}{100}$$

$$1 + \frac{r}{100} - 0,9 + 0,9 + \frac{r \cdot 0,9}{100} - 0,8 + 0,8 + \frac{r \cdot 0,8}{100} - 0,7 + 0,7 + \frac{r \cdot 0,7}{100} - 0,6 + 0,6 + \frac{r \cdot 0,6}{100} - 0,5 + 0,5 + \frac{r \cdot 0,5}{100} > 1,2$$

$$1 + \frac{3,5r}{100} > 1,2$$

$$r > \frac{20}{3,5}$$

Ответ: $r = 5\%$

$$\frac{3,5r}{100} > 0,2$$

$$r_{\min} = 5\%$$

? баллов

Задание 17. Пример 1. Работа 3

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

Ответ: 5.

1 балл

Удовлетворяет критерию на 1 балл:
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

Не удовлетворяет критерию на 2 балла:

Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:

- неверный ответ из-за вычислительной ошибки;
- верный ответ, но решение недостаточно обосновано

Решение:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 > 1,2 \text{ млн, где } x - \text{выплата}$$

$N = 1$ - сумма кредита

$r_{\min} = ?$, где $r - \% \quad r \in \mathbb{Z}$

$$x_1 = N + \frac{rN}{100} - 0,9 \quad ; \quad x_2 = 0,9 + \frac{r \cdot 0,9}{100} - 0,8 \quad ; \quad x_3 = 0,8 + \frac{r \cdot 0,8}{100} - 0,7 \quad ;$$

$$x_4 = 0,7 + \frac{r \cdot 0,7}{100} - 0,6 \quad ; \quad x_5 = 0,6 + \frac{r \cdot 0,6}{100} - 0,5 \quad ; \quad x_6 = 0,5 + \frac{r \cdot 0,5}{100}$$

$$1 + \frac{r}{100} - 0,9 + 0,9 + \frac{r \cdot 0,9}{100} - 0,8 + 0,8 + \frac{r \cdot 0,8}{100} - 0,7 + 0,7 + \frac{r \cdot 0,7}{100} - 0,6 + 0,6 +$$

$$+ \frac{r \cdot 0,6}{100} - 0,5 + 0,5 + \frac{r \cdot 0,5}{100} > 1,2$$

$$1 + \frac{3,5r}{100} = 1,2 \quad ; \quad r > \frac{20}{3,5}$$

$$\frac{3,5r}{100} > 0,2 \quad ; \quad r_{\min} = 5\%$$

Ответ: $r = 5\%$



ФИПИ

Задание 17. Пример 2

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3



Задание 17. Пример 2. Решение

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Ответ: 10.

Пусть сумма кредита составляет S рублей, а ежегодные выплаты X рублей,

$k = 1 + \frac{r}{100}$. По условию, долг перед банком (в рублях) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$S, kS - X, k^2S - kX - X, k^3S - k^2X - kX - X, k^4S - k^3X - k^2X - kX - X.$$

Таким образом, если долг будет выплачен двумя равными платежами X_2 , то

$$X_2 = \frac{k^2 \cdot (k-1)}{k^2 - 1} \cdot S = 106\,964.$$

Если долг будет выплачен четырьмя равными платежами X_4 , то

$$X_4 = \frac{k^4 \cdot (k-1)}{k^4 - 1} \cdot S = 58\,564.$$

Таким образом, $\frac{X_4}{X_2} = \frac{k^2}{k^2 + 1} = \frac{58\,564}{106\,964} = \frac{121}{221}$, откуда $k^2 = \frac{121}{100}$; $k = 1,1$.

Значит, $r = 10$.

Задание 17. Пример 2. Работа 1



В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Ответ: 10.

№ 17

$X = 58564$ (X - платеж для 4-ех лет)
 $y = 106964$ (y - платеж для 2-ух лет)
 S - сумма взятая в кредит
 $\beta = (1 + \frac{r}{100})$
 Для 4-ех лет истинно следующее уравнение
 $((S\beta - X)\beta - X)\beta - X)\beta - X = 0$
 $S\beta^4 - X\beta^3 - X\beta^2 - X\beta - X = 0$
 $S = \frac{X\beta^3 + X\beta^2 + X\beta + X}{\beta^4} = \frac{X(\beta^2 + 1)(\beta + 1)}{\beta^4}$
 Для 2-ух лет справедливо следующее уравнение
 $(S\beta - y)\beta - y = 0$
 $S\beta^2 - y\beta - y = 0$
 $S = \frac{y(\beta + 1)}{\beta^2}$

П.к. сумма кредита одинакова ($S = S$), то
 $\frac{y(\beta + 1)}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2 + 1)(\beta + 1)}{\beta^4}$
 $\frac{y}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2 + 1)}{\beta^4}$
 $y\beta^2 = X\beta^2 + X$
 $(y - X)\beta^2 = X$, т.к. $y = 106964$ и $x = 58564$, то
 $48400 \cdot \beta^2 = 58564$
 $\beta^2 = \frac{58564}{48400} = \frac{4 \cdot 121 \cdot 121}{4 \cdot 121 \cdot 100} = 1,21 \Rightarrow \beta = 1,1$
 $\Rightarrow r = 10\%$
 Ответ 10%

? баллов

Задание 17. Пример 2. Работа 1

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Ответ: 10.

№ 17

$$X = 58564 \quad (X - \text{платеж за 4-ея лет})$$

$$y = 106964 \quad (y - \text{платеж за 2-ея лет})$$

S - сумма взятая в кредит

$$\beta = \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Для 4-ея лет истинно следующее уравнение

$$(((S\beta - X)\beta - X)\beta - X)\beta - X = 0$$

$$S\beta^4 - X\beta^3 - X\beta^2 - X\beta - X = 0$$

$$S = \frac{X\beta^3 + X\beta^2 + X\beta + X}{\beta^4} = \frac{X(\beta^2 + 1)(\beta + 1)}{\beta^4}$$

Для 2-ея лет справедливо следующее уравнение

$$(S\beta - y)\beta - y = 0$$

$$S\beta^2 - y\beta - y = 0$$

$$S = \frac{y(\beta + 1)}{\beta^2}$$

П.к. сумма кредита одинакова ($S = S$), то

$$\frac{y(\beta + 1)}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2 + 1)(\beta + 1)}{\beta^4}$$

$$\frac{y}{\beta^2} = \frac{X(\beta^2 + 1)}{\beta^4}$$

$$y\beta^2 = X\beta^2 + X$$

$(y - X)\beta^2 = X$, т.к. $y = 106964$ и $X = 58564$, то

$$48400 \cdot \beta^2 = 58564$$

$$\beta^2 = \frac{58564}{48400} = \frac{4 \cdot 121 \cdot 121}{4 \cdot 121 \cdot 100} = 1,21 \Rightarrow \beta = 1,1$$

$$\Rightarrow r = 10\%$$

Ответ 10%

3 балла

Задание 17. Пример 2. Работа 2

17. Пусть $(1 + \frac{r}{100}) = x$	
Январь 2021	Sx
июнь 2021	$Sx - 58564$
январь 2022	$Sx^2 - 58564x$
июнь 2022	$Sx^2 - 58564x - 58564$
январь 2023	$Sx^3 - 58564x^2 - 58564x$
июнь 2023	$Sx^3 - 58564x^2 - 58564x - 58564$
январь 2024	$Sx^4 - 58564x^3 - 58564x^2 - 58564x$
июнь 2024	$Sx^4 - 58564x^3 - 58564x^2 - 58564x - 58564$

$$\begin{cases} Sx^2 - 106964x - 106964 = 0 \\ Sx^4 - 58564x^3 - 58564x^2 - 58564x - 58564 = 0 \end{cases}$$

$$1) S = \frac{106964}{x} + \frac{106964}{x^2}$$

$$2) S = \frac{58564}{x} + \frac{58564}{x^2} + \frac{58564}{x^3} + \frac{58564}{x^4}$$

$$\frac{106964}{x} + \frac{106964}{x^2} = \frac{58564}{x} + \frac{58564}{x^2} + \frac{58564}{x^3} + \frac{58564}{x^4}$$

$$\frac{49400}{x} + \frac{49400}{x^2} - \frac{58564}{x^3} - \frac{58564}{x^4} = 0 \quad | \cdot x^4$$

$$49400x^3 + 49400x^2 - 58564x - 58564 = 0$$

$$49400x^2(x+1) - 58564(x+1) = 0$$

$$(x+1)(49400x^2 - 58564) = 0$$

$$x = -1, \text{ не может по усл.}$$

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Ответ: 10.

$$49400x^2 = 58564$$

$$x = \frac{292}{100}$$

$$1 + \frac{r}{100} = \frac{292}{100}$$

$$r = 10$$

Ответ: 10%.

АКТИВ
Чтобы

3 балла



ФИПИ

Задание 17. Пример 3

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3



Задание 17. Пример 3. Решение

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

Пусть сумма кредита равна A тысяч рублей. По условию, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на 15-е число должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$A; A - 30; A - 60; \dots; A - 570; A - 600; 0.$$

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 3%, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на 1-е число такова:

$$1,03A; 1,03(A - 30); \dots; 1,03(A - 570); 1,03(A - 600).$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$0,03A + 30; 0,03(A - 30) + 30; \dots; 0,03(A - 570) + 30; 1,03(A - 600).$$

Всего следует выплатить

$$20 \cdot 0,03 \cdot \frac{2A - 570}{2} + 600 + 1,03(A - 600) = 1,63A - 189 \text{ (тыс. рублей),}$$

откуда $1,63A - 189 = 1604$; $1,63A = 1793$; $A = 1100$.

Значит, сумма, которую планируется взять в кредит, равна 1 млн 100 тыс. рублей.

Задание 17. Пример 3. Работа 1

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

месяц	Долг	+%	выплата
1	a	$1,03a$	$0,03a + 30$
2	$a - 30$	$1,03(a - 30)$	$0,03(a - 30) + 30$
⋮			
20	$a - 30 \cdot 19$	$1,03(a - 30 \cdot 19)$	$0,03(a - 30 \cdot 19) + 30$
21	$a - 30 \cdot 20$	$1,03(a - 30 \cdot 20)$	$1,03(a - 30 \cdot 20)$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 9,63 \\ \hline 189,0 \end{array}$$

$$30 \cdot 20 + 0,03 \cdot (a + a - 30 + \dots + a - 30 \cdot 19) + a - 30 \cdot 20 + 0,03(a - 30 \cdot 20) = 1604$$

$$a + 0,03(21a - 190 + 30 \cdot 2 + \dots + 30 \cdot 20) = 1604$$

$$a + 0,03(21a - \frac{80 + 30 \cdot 20 \cdot 20}{2}) = a + 0,03(21a - 6300) = 1604$$

$$1,63a - 189 = 1604, \quad 1,63a = 1793, \quad a = \frac{1793 \cdot 100}{163} = 1100$$

См. лист 3

ответ: 1100 тысяч руб.

3 балла

Задание 17. Пример 3. Работа 2

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

1) S - сумма кредита (млн. руб.)

2) $30 + 0,03S$ - выплаты за 1-й месяц ~~(до 14)~~
 $30 + 0,03(S - 30)$ - выплаты за 2-й месяц.

$600 + 0,03(S + (S - 30) + (S - 60) + \dots + (S - 570))$ - выплаты за 20 месяцев
 $600 + 0,03(20S - 5700) = 0,65 + 429$

3) $S - (0,65 + 429)$ - задолженность на 21 мес.
 $1,03(S - (0,65 + 429))$ - выплата за 21 мес.

4) $1,031(S - 0,45 - 429) + 0,65 + 429 = 1604$

5) $1,012S + 12,87 = 1604$
 $S = \frac{1604 + 12,87}{1,012} = 1577,15$ млн. руб.
 Ответ: 1577,15 млн. руб.

? баллов

Задание 17. Пример 3. Работа 2

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 — 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 — к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
 Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

1) S - сумма кредита (млн. руб.)

2) $30 + 0,03S$ - выплаты за 1-й месяц
 $30 + 0,03(S - 30)$ - выплаты за 2-й месяц

$600 + 0,03(S + (S - 30) + (S - 60) + \dots + (S - 150))$ - выплаты за 20 месяцев
 $600 + 0,03(20S - 5700) = 0,65 + 429$

3) $S - (0,65 + 429)$ - задолженность на 2-й мес. $A - 600$
 $1,03(S - (0,65 + 429))$ - выплаты за 2-й мес. $1,03(A - 600)$

4) $1,03(S - 0,65 - 429) + 0,65 + 429 = 1604$

5) $1,012S + 12,87 = 1604$
 $S = \frac{1604 + 12,87}{1,012} = 1577,15$ млн. руб.
 Ответ: 1577,15 млн. руб.

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:

Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

Задание 17. Пример 3. Работа 3

ФИПИ

Пусть S - сумма кредита; все в тысячах.
Взять на 21 месяц.
Месяц. Дан \rightarrow Выплата \rightarrow Осталось

1)	$1,03S$	$0,03S + 30$	$S - 30$
2)	$1,03(S - 30)$	$0,03(S - 30) + 30$	$S - 60$
3)	$1,03(S - 60)$	$0,03(S - 60) + 30$	$S - 90$
...			
21)	$1,03(S - 30 \cdot 20)$	$0,03(S - 30 \cdot 20) + 30$	0

V - сумма всех выплат.

$$V = (0,03S + 30) + (0,03(S - 30) + 30) + \dots + 0,03(S - 30 \cdot 20) + 30 =$$

$$= 21 \cdot (0,03S + 30) - \underbrace{30 \cdot 0,03 \cdot 60 \cdot 0,03 \dots}_X$$

? баллов

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

$$X = \frac{0 + 0,03 \cdot 30 \cdot 20}{2} \cdot 21 = 21 \cdot 0,3 \cdot 30 = 21 \cdot 9 = 189 \text{ т.р.}$$

$$V = 0,63S + 630 - 189; \quad V = 1604$$

$$0,63S = 1604 + 189 - 630 = 1163$$

$$S = \frac{1163 \cdot 100}{63};$$

$$\begin{array}{r} 1163 \overline{) 63} \\ \underline{63} \\ 533 \\ \underline{504} \\ 290 \\ \underline{252} \\ 380 \\ \underline{378} \\ 200 \\ \underline{189} \\ 110 \\ \underline{108} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

$$S = 18,4603137 \cdot 100 \cdot 1000 \text{ рублей}$$

$$S = 1846031 \text{ рублей.}$$

Ответ: $S = 1846031$ рублей.

Задание 17. Пример 3. Работа 3

ФИПИ

Пусть S - сумма кредита; всё в тысячах.
Взяли на 21 месяц.
Месяц. Дан \rightarrow Выплата \rightarrow Осталось

1)	$1,03S$	$0,03S + 30$	$S - 30$
2)	$1,03(S - 30)$	$0,03(S - 30) + 30$	$S - 60$
3)	$1,03(S - 60)$	$0,03(S - 60) + 30$	$S - 90$
...			
21)	$1,03(S - 30 \cdot 20)$	$0,03(S - 30 \cdot 20) + 30$	0

V - сумма всех выплат.

$$V = (0,03S + 30) + (0,03(S - 30) + 30) + \dots + 0,03(S - 30 \cdot 20) + 30 =$$

$$= 21 \cdot (0,03S + 30) - \underbrace{30 \cdot 0,03 - 60 \cdot 0,03 \dots}_X$$

0 баллов

Не удовлетворяет критерию на 1 балл:

Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

Ответ: 1 миллион 100 тысяч рублей.

$$X = \frac{0 + 0,03 \cdot 30 \cdot 20}{2} \cdot 21 = 21 \cdot 0,3 \cdot 30 = 21 \cdot 9 = 189 \text{ т.р.}$$

$$V = 0,63S + 630 - 189; \quad V = 1604$$

$$0,63S = 1604 + 189 - 630 = 1163$$

$$S = \frac{1163 \cdot 100}{63};$$

$$S = 1846031,37 \cdot 100 = 1846031 \text{ рублей}$$

$$S = 1846031 \text{ рублей.}$$

Ответ: $S = 1846031$ рублей.

$$\begin{array}{r} 1163 \overline{) 63} \\ \underline{63} \\ 533 \\ \underline{504} \\ 290 \\ \underline{252} \\ 380 \\ \underline{378} \\ 200 \\ \underline{189} \\ 110 \\ \underline{105} \\ 50 \\ \underline{42} \\ 8 \\ \underline{6} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$