

# ***Геометрическая задача на вычисление***

- Окружности
- Углы
- Четырёхугольники
- Треугольник

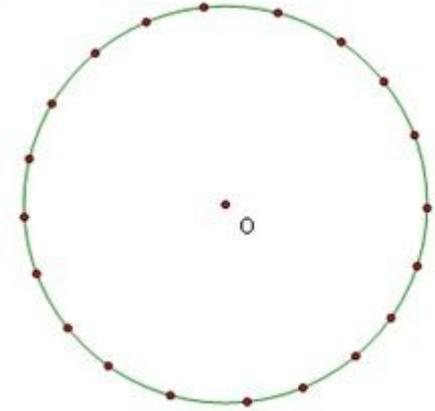
# *Окружность*

## Надо вспомнить:

- ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ
- СВОЙСТВА ХОРД
- УГЛЫ И ОКРУЖНОСТЬ
- ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ
- ДЛИНЫ И ПЛОЩАДИ

# Окружность и круг

- Окружностью называется геометрическая фигура которая состоит из всех точек плоскости равноудаленных от заданной точки на заданное расстояние.
- Фигуру, ограниченную окружностью, называют кругом .  
КРУГ = Окружность +  
часть плоскости,  
ограниченная ею



# Свойства хорд

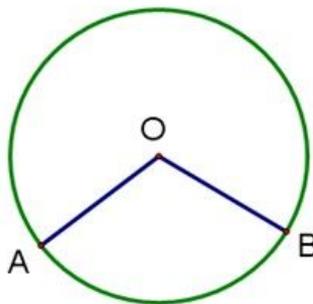
- Если хорды равноудалены от центра окружности, то они равны.
- Если хорды равны, то они равноудалены от центра окружности.
- Большая из двух хорд находится ближе к центру окружности.
- Наибольшая хорда является диаметром.
- Если диаметр делит хорду пополам, то он перпендикулярен ей.
- Если диаметр перпендикулярен хорде, то он делит ее пополам.
- Равные дуги стягиваются равными хордами.
- Дуги, заключенные между параллельными хордами, равны.
- Все вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.
- Все вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду, вершины которых лежат по одну сторону от этой хорды, равны.
- Все вписанные углы, опирающиеся на диаметр, прямые.
- Любая пара углов, опирающихся на одну и ту же хорду, вершины которых лежат по разные стороны хорды, составляют в сумме 180.

# Углы и окружность

- **Центральный угол**

Центральным углом в окружности называется плоский угол с вершиной в ее центре.

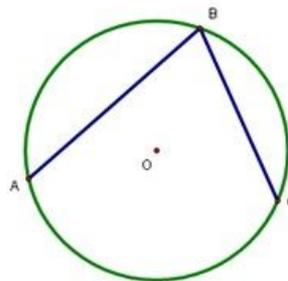
Угол  $AOB$ -центральный



- **Вписанный угол**

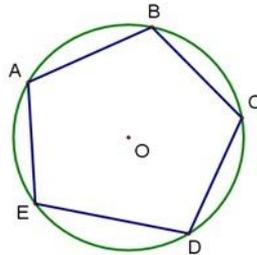
Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным.

Угол  $ABC$ -вписанный

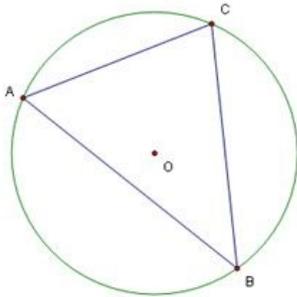


# Вписанные и описанные окружности

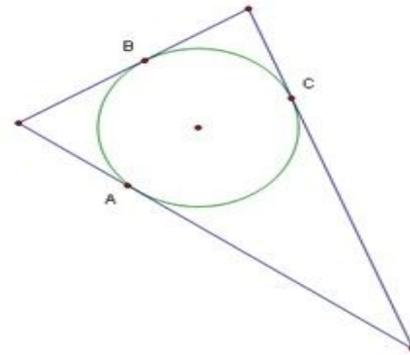
- Окружность описана около многоугольника, если она проходит через его вершины .



- Около каждого треугольника можно описать окружность.



- В каждый треугольник можно вписать окружность



# Длины и площади

## • Длины

длина окружности  $C$  радиуса  $R$

$$C=2\pi R$$

длина дуги окружности  $L$   
радиуса  $R$  с центральным углом  $\alpha$

$$L=\pi R/180 * \alpha$$

## • Площади

Площадь круга  $S$  круга радиуса  $R$

$$S= \pi R^2$$

Площадь  $S$  сектора радиуса  $R$  с центральным углом

$$S=\frac{\pi R^2}{360} * \alpha$$

# Четырехугольники

- Многоугольники
- Параллелограмм и трапеция
- Прямоугольник, ромб, квадрат
- Площадь
- Теорема Пифагора

# Многоугольники

## 1. Многоугольник

- *Смежные отрезки*-это пара пересекающихся отрезков, не лежащих на одной прямой.
- *Диагональ*-отрезок, соединяющий любые две не соседние вершины
- Многоугольник называется *выпуклым*, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.
- Сумма углов выпуклого n-угольника равна  $(n-2)*180^\circ$

## 2. Четырехугольник

- Две несмежные стороны четырехугольника называются *противоположными*.
- Две вершины, не являющиеся соседними, также называются *противоположными*.
- Сумма углов выпуклого четырехугольника равна  $360^\circ$

# Параллелограмм и трапеция

- *Параллелограммом* называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.
  1. В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны.
  2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
  3. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник- параллелограмм.
  4. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник-параллелограмм.
  5. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник- параллелограмм.
- *Трапецией* называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

# Прямоугольник, ромб, квадрат

- *Прямоугольником* называется параллелограмм, у которого все углы прямые.
  1. Диагонали прямоугольника равны.
  2. Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм- прямоугольник.
- *Ромбом* называется параллелограмм, у которого все стороны равны.
  1. Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.
- *Квадратом* называется прямоугольник, у которого все стороны равны.
  1. Все углы квадрата прямые
  2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

# Площадь

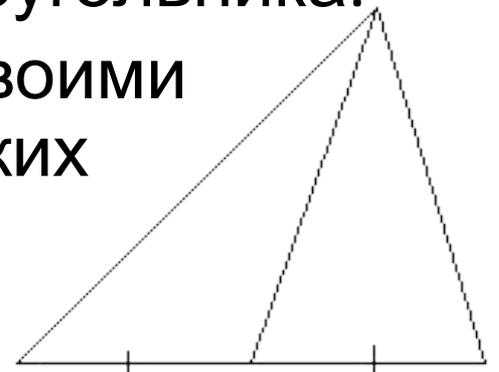
1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.
3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны
  - *Площадь прямоугольника* равна произведению его смежных сторон.
  - *Площадь параллелограмма* равна произведению его основания на высоту.
  - *Площадь треугольника* равна половине произведения его основания на высоту.
1. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.
2. Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания.
  - Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.
  - *Площадь трапеции* равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.

# Теорема Пифагора

- В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

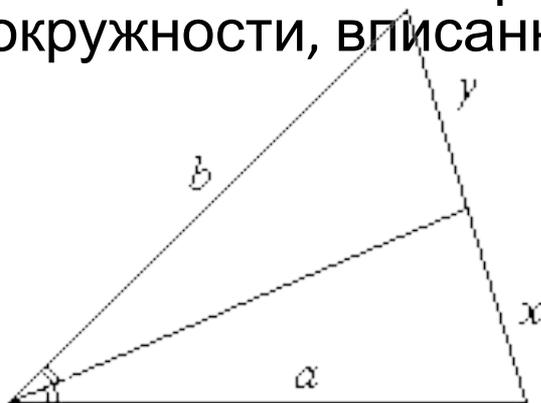
# Треугольники

- *Медиана треугольника* — это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны этого треугольника.
1. Медиана разбивает треугольник на два треугольника одинаковой площади.
  2. Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины. Эта точка называется центром тяжести треугольника.
  3. Весь треугольник разделяется своими медианами на шесть равновеликих треугольников.



- *Биссектриса угла* — это луч, который исходит из его вершины, проходит между его сторонами и делит данный угол пополам.
- *Биссектрисой треугольника* называется отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой на противоположной стороне этого треугольника.

1. Биссектриса угла — это геометрическое место точек, равноудаленных от сторон этого угла.
2. Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам:  $x/y = a/b$ .
3. Точка пересечения биссектрис треугольника является центром окружности, вписанной в этот треугольник.

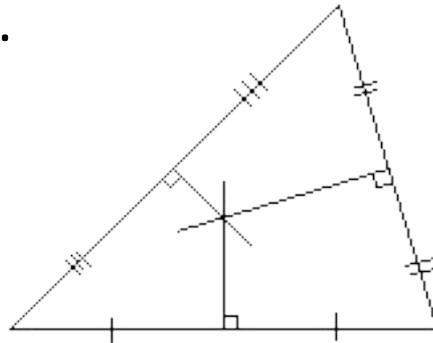


- *Высотой треугольника* называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону этого треугольника.
1. В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два треугольника, подобные исходному.
  2. В остроугольном треугольнике две его высоты отсекают от него подобные треугольники.



- Прямую, проходящую через середину отрезка перпендикулярно к нему, называют *серединным перпендикуляром к отрезку*.

1. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.
2. Верно и обратное утверждение: каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.
3. Точка пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника, является центром окружности, описанной около этого треугольника.



*Средней линией* треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

1. Свойство средней линии треугольника
2. Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

