

Геометрическая задача на вычисление

- Окружности
- Углы
- Четырёхугольники
- Треугольник

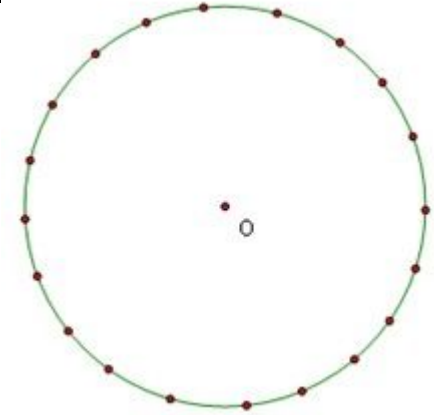
Окружность

Надо вспомнить:

- ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ
- СВОЙСТВА ХОРД
- УГЛЫ И ОКРУЖНОСТЬ
- ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ
- ДЛИНЫ И ПЛОЩАДИ

Окружность и круг

- Окружностью называется геометрическая фигура которая состоит из всех точек плоскости равноудаленных от заданной точки на заданное расстояние.
- Фигуру, ограниченную окружностью, называют кругом .
КРУГ = Окружность +
часть плоскости,
ограниченная ею



Свойства хорд

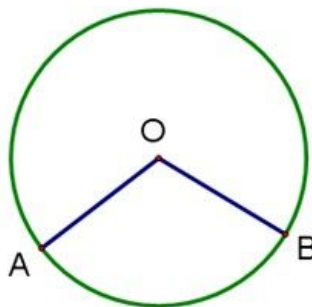
- Если хорды равноудалены от центра окружности, то они равны.
- Если хорды равны, то они равноудалены от центра окружности.
- Большая из двух хорд находится ближе к центру окружности.
- Наибольшая хорда является диаметром.
- Если диаметр делит хорду пополам, то он перпендикулярен ей.
- Если диаметр перпендикулярен хорде, то он делит ее пополам.
- Равные дуги стягиваются равными хордами.
- Дуги, заключенные между параллельными хордами, равны.
- Все вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.
- Все вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду, вершины которых лежат по одну сторону от этой хорды, равны.
- Все вписанные углы, опирающиеся на диаметр, прямые.
- Любая пара углов, опирающихся на одну и ту же хорду, вершины которых лежат по разные стороны хорды, составляют в сумме 180.

Углы и окружность

- **Центральный угол**

Центральным углом в окружности называется плоский угол с вершиной в ее центре.

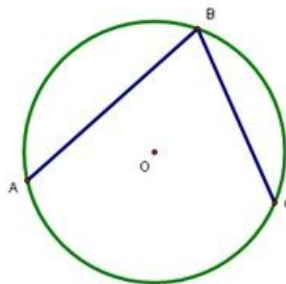
Угол AOB -центральный



- **Вписанный угол**

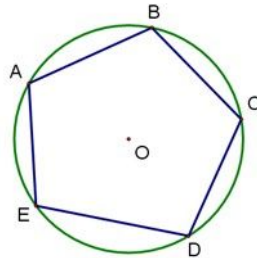
Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным.

Угол ABC -вписанный

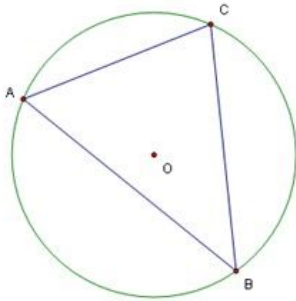


Вписанные и описанные окружности

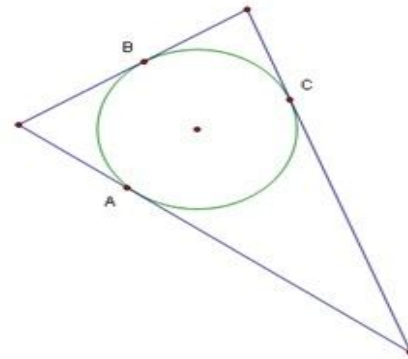
- Окружность описана около многоугольника, если она проходит через его вершины .



- Около каждого треугольника можно описать окружность.



- В каждый треугольник можно вписать окружность



Длины и площади

• Длины

длина окружности C радиуса R

$$C=2\pi R$$

длина дуги окружности L
радиуса R с центральным углом α

$$L=\pi R/180 * \alpha$$

• Площади

Площадь круга S круга радиуса R

$$S= \pi R^2$$

Площадь S сектора радиуса R с центральным углом

$$S=\frac{\pi R^2}{360} * \alpha$$

Четырехугольники

- Многоугольники
- Параллелограмм и трапеция
- Прямоугольник, ромб, квадрат
- Площадь
- Теорема Пифагора

Многоугольники

1. Многоугольник

- *Смежные отрезки*-это пара пересекающихся отрезков, не лежащих на одной прямой.
- *Диагональ*-отрезок, соединяющий любые две не соседние вершины
- Многоугольник называется *выпуклым*, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.
- Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2)*180^\circ$

2. Четырехугольник

- Две несмежные стороны четырехугольника называются *противоположными*.
- Две вершины, не являющиеся соседними, также называются *противоположными*.
- Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360°

Параллелограмм и трапеция

- *Параллелограммом* называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.
 1. В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны.
 2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
 3. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник- параллелограмм.
 4. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник-параллелограмм.
 5. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник- параллелограмм.
- *Трапецией* называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

Прямоугольник, ромб, квадрат

- *Прямоугольником* называется параллелограмм, у которого все углы прямые.
 1. Диагонали прямоугольника равны.
 2. Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм- прямоугольник.
- *Ромбом* называется параллелограмм, у которого все стороны равны.
 1. Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.
- *Квадратом* называется прямоугольник, у которого все стороны равны.
 1. Все углы квадрата прямые
 2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

Площадь

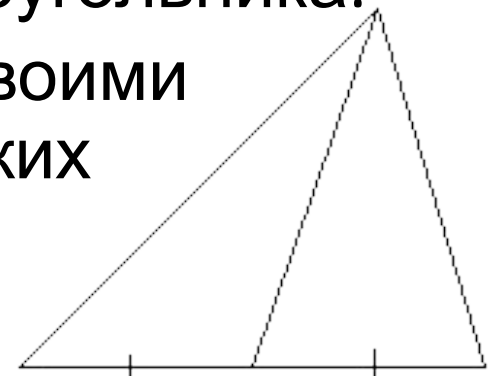
1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.
3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны
 - *Площадь прямоугольника* равна произведению его смежных сторон.
 - *Площадь параллелограмма* равна произведению его основания на высоту.
 - *Площадь треугольника* равна половине произведения его основания на высоту.
1. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.
2. Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания.
 - Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.
 - *Площадь трапеции* равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.

Теорема Пифагора

- В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

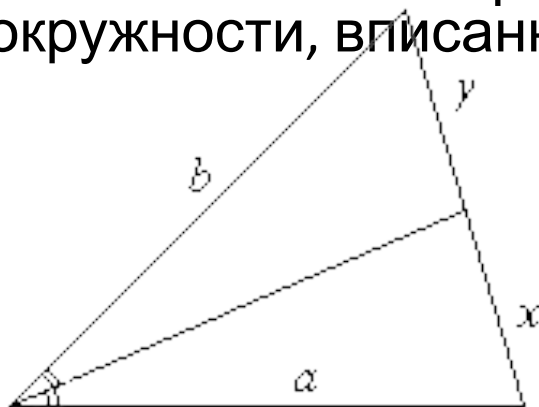
Треугольники

- *Медиана треугольника* — это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны этого треугольника.
1. Медиана разбивает треугольник на два треугольника одинаковой площади.
 2. Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины. Эта точка называется центром тяжести треугольника.
 3. Весь треугольник разделяется своими медианами на шесть равновеликих треугольников.



- *Биссектриса угла* — это луч, который исходит из его вершины, проходит между его сторонами и делит данный угол пополам.
- *Биссектрисой треугольника* называется отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой на противоположной стороне этого треугольника.

1. Биссектриса угла — это геометрическое место точек, равноудаленных от сторон этого угла.
2. Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам: $x/y = a/b$.
3. Точка пересечения биссектрис треугольника является центром окружности, вписанной в этот треугольник.

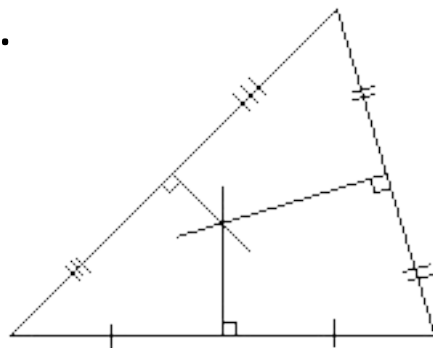


- *Высотой треугольника* называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону этого треугольника.
1. В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два треугольника, подобные исходному.
 2. В остроугольном треугольнике две его высоты отсекают от него подобные треугольники.



- Прямую, проходящую через середину отрезка перпендикулярно к нему, называют *серединным перпендикуляром к отрезку*.

1. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.
2. Верно и обратное утверждение: каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.
3. Точка пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника, является центром окружности, описанной около этого треугольника.



Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

1. Свойство средней линии треугольника
2. Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

