

Показательная функция, ее свойства и график

Понятие показательной функции

Функцию вида
 $y = a^x$, где $a \neq 1, a > 0$
называют
показательной функцией



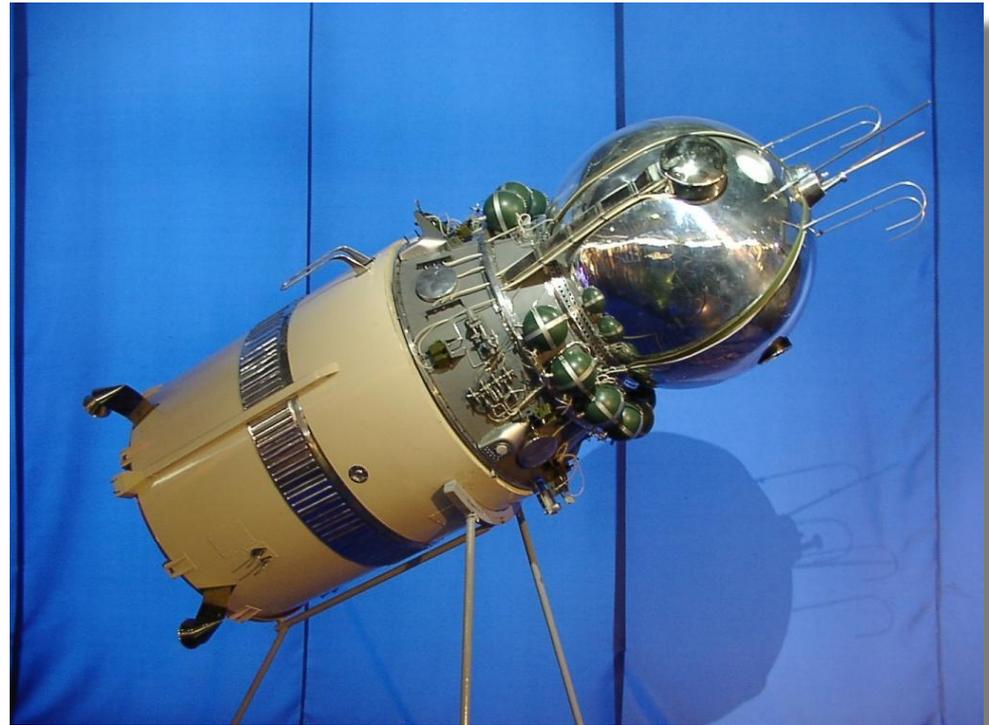
Показательная функция часто используется при описании различных физических процессов

1) Например, в теории межпланетных путешествий решается задача об определении массы топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость v . Эта масса M зависит от массы m самой ракеты (без топлива) и от скорости v_0 , с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя. Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то масса топлива

определяется формулой:

$M = m(e^{v/v_0} - 1)$ (формула К.Э. Циолковского).

Например, для того чтобы ракета с массой 1,5т имела скорость 8000м/с, надо взять примерно 80т топлива.



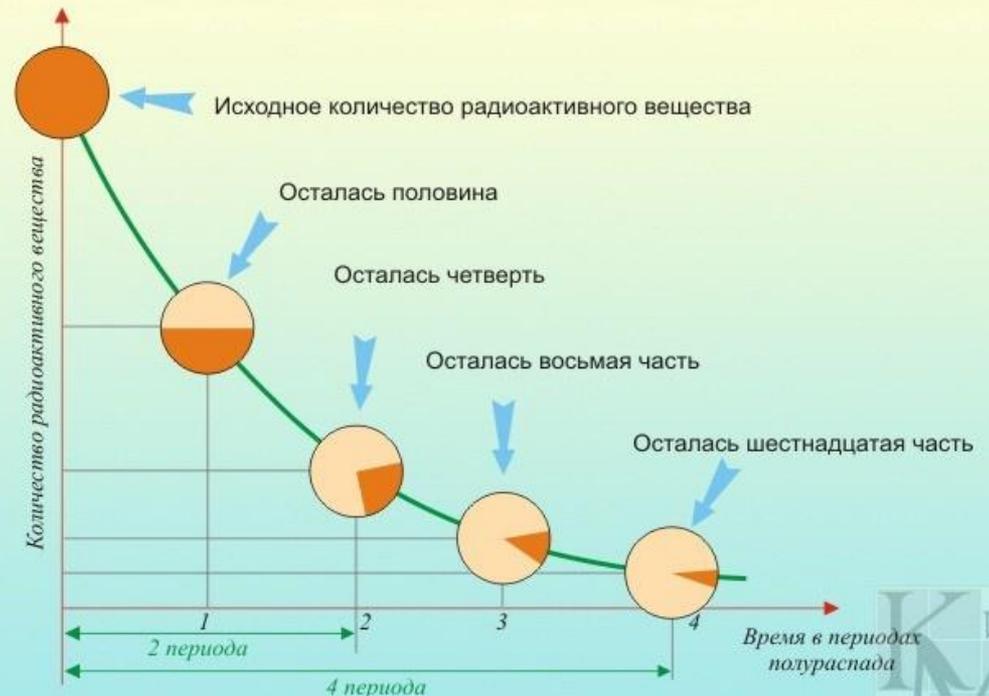
Показательная функция часто используется при описании различных физических процессов

2) Радиоактивный распад вещества задаётся формулой $m = m_0(1/2)^{t/t_0}$, где m и m_0 – масса радиоактивного вещества в момент времени t и в начальный момент времени $t = 0$; T – период полураспада (промежуток времени, за который первоначальное количество вещества уменьшается вдвое).

Когда радиоактивное вещество распадается, его количество уменьшается.

Через некоторое время остаётся половина первоначального количества вещества.

Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество.



Показательная функция часто используется при описании различных физических процессов

3) Изменение атмосферного давления p в зависимости от высоты h над уровнем моря описывается формулой $p = p_0 \cdot a^k$, где p_0 – атмосферное давление над уровнем моря, a – некоторая постоянная.



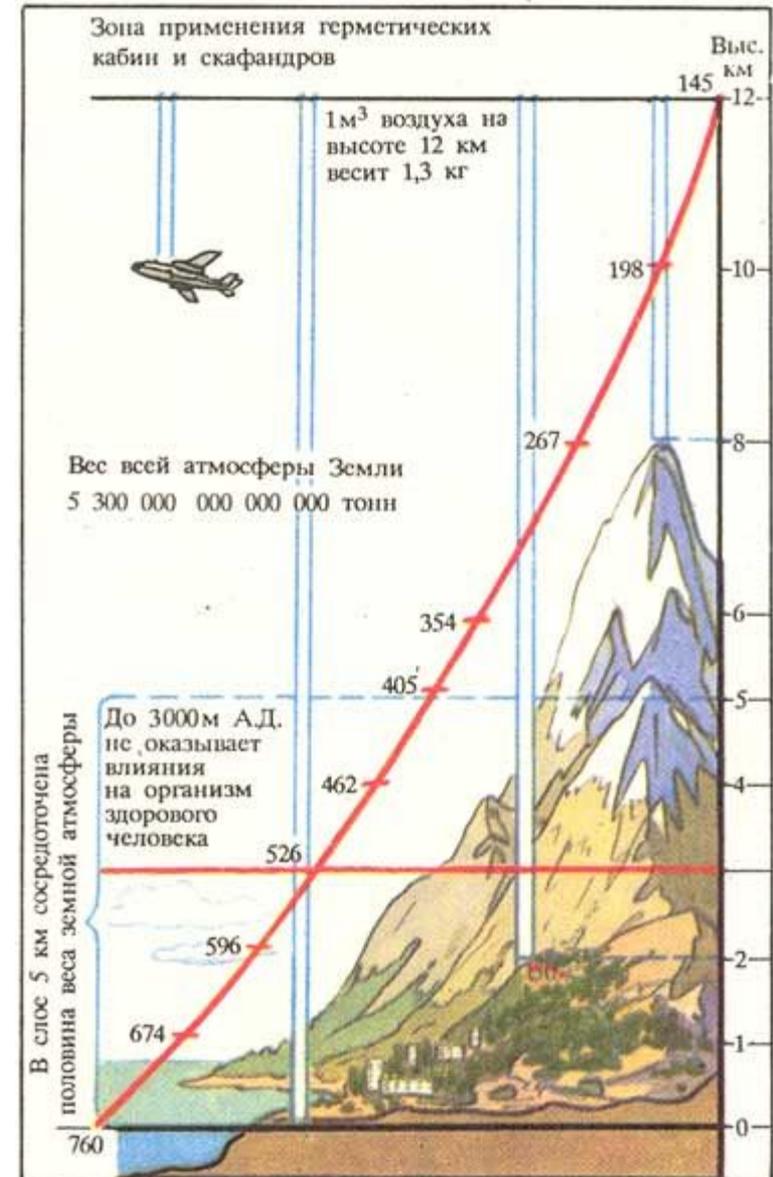
Барограф метеорологический
анероидный



Погодная станция Oregon
Scientific

Показательная функция часто используется при описании различных физических процессов

3) Изменение атмосферного давления p в зависимости от высоты h над уровнем моря



Свойства показательной функции $y = a^x$, $a \neq 1$, $a > 0$

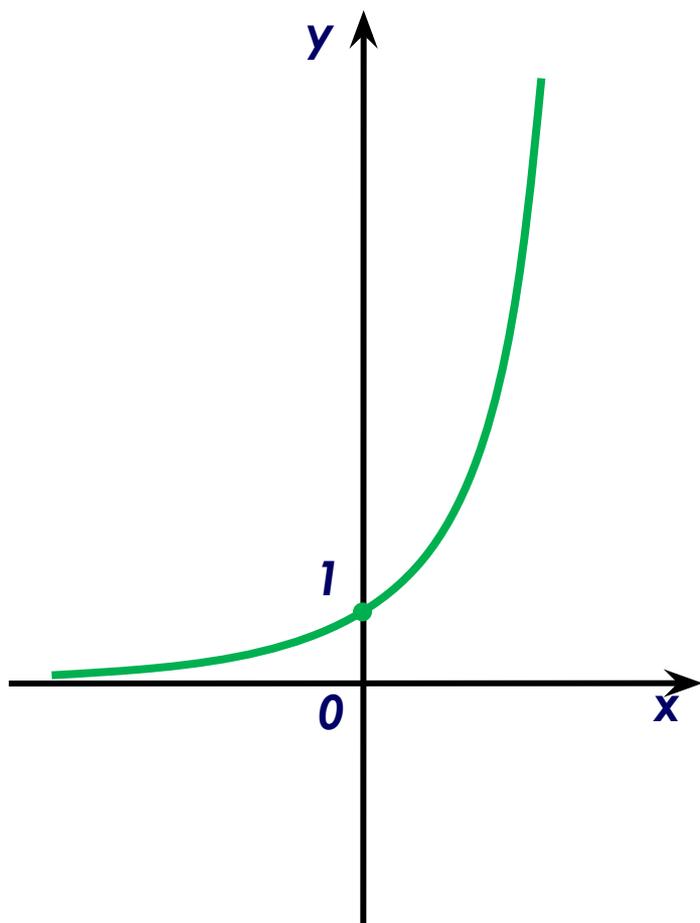
1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$,
 $E(y) = (0; +\infty)$.
2. а) Нулей не имеет;
б) точка пересечения с осью ординат $(0; 1)$,
т. к. $y(0) = a^0 = 1$.
3. а) При $a > 1$ функция **возрастает на R** ;
б) при $0 < a < 1$ функция **убывает на R** .
4. Ни четная функция, ни нечетная.
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу.
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
7. Непрерывна. Выпукла вниз.
8. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
 $a^n : a^m = a^{n-m}$
 $(a^n)^m = a^{nm}$
 $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
 $(a : b)^n = a^n : b^n$



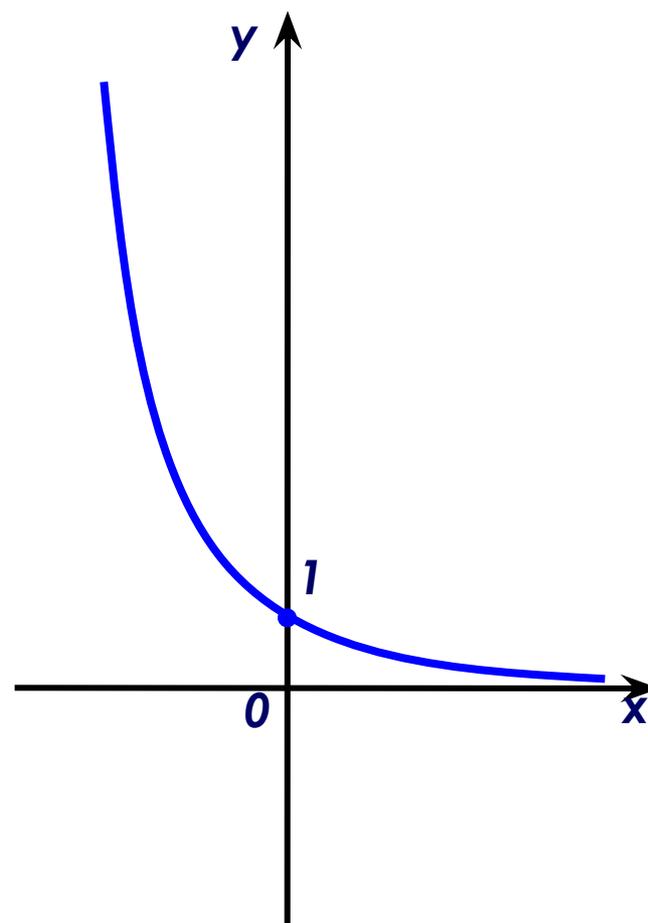
График показательной функции

$$y = a^x, a \neq 1, a > 0$$

$$y = a^x, a > 1$$



$$y = a^x, 0 < a < 1$$



Задание 1

Из предложенного списка функций, выбрать ту функцию, которая является показательной:

1. $y = 2x$;

2. $y = x^2$;

3. $y = 2^x$;

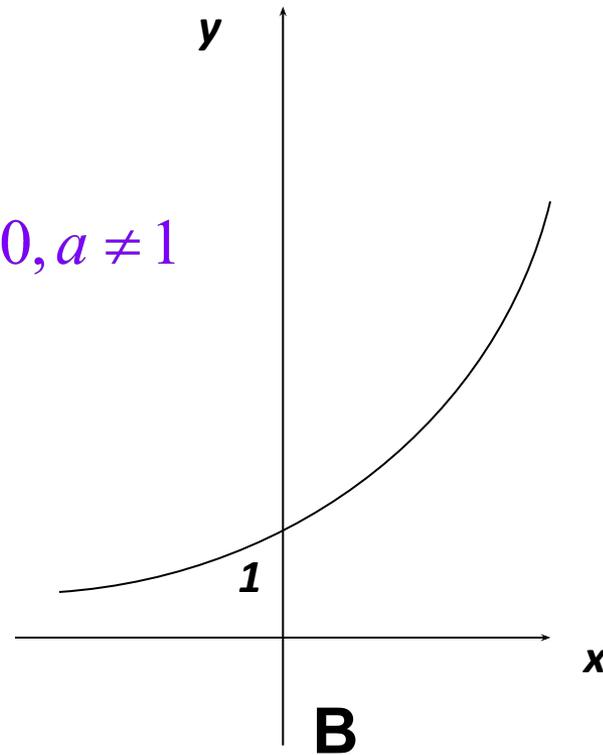
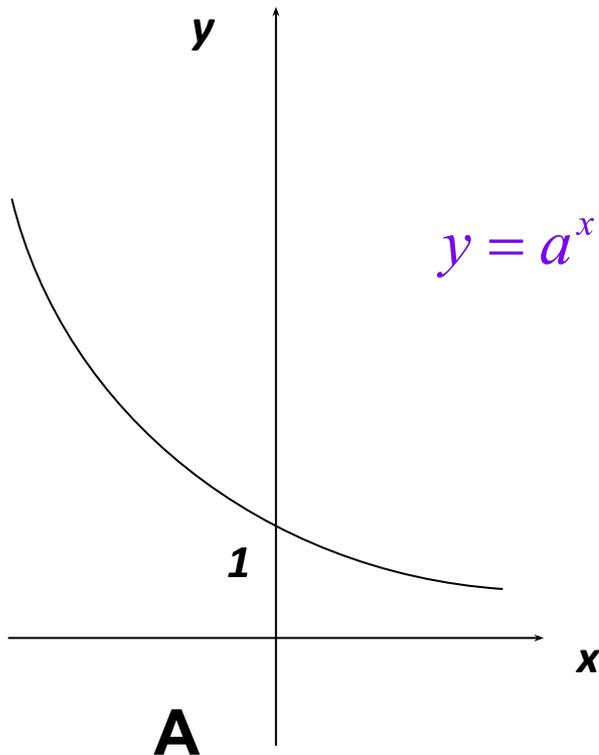
4. $y = \sqrt[3]{x}$.

Задание 2

Укажите вид графика для функции

1. $y = \pi^x$

2. $y = 0,48^x$



$y = a^x, a > 0, a \neq 1$

Задание 3

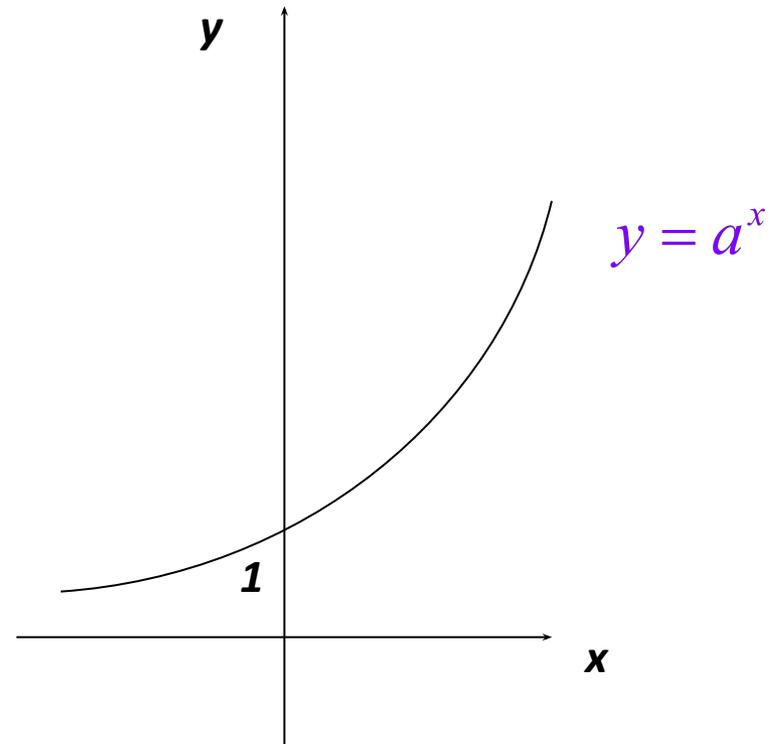
Дан график функции. Укажите эту функцию.

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

3. $y = 2^x$;

4. $y = 2^{-x}$.



Задание 4

Выберите функцию возрастающую :

1. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

2. $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$

3. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

4. $y = 10^{-x}$

Задание 5

Выберите функцию убывающую на \mathbb{R} :

1. $y = 5^x$;

2. $y = 10^x + 1$;

3. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$;

4. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$.