

# ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ.

## ЛЕКЦИЯ 3

<mailto:esolodovnik@yandex.ru>

Составитель: Солодовник Е.В.

кафедра Механики деформируемого твердого  
тела

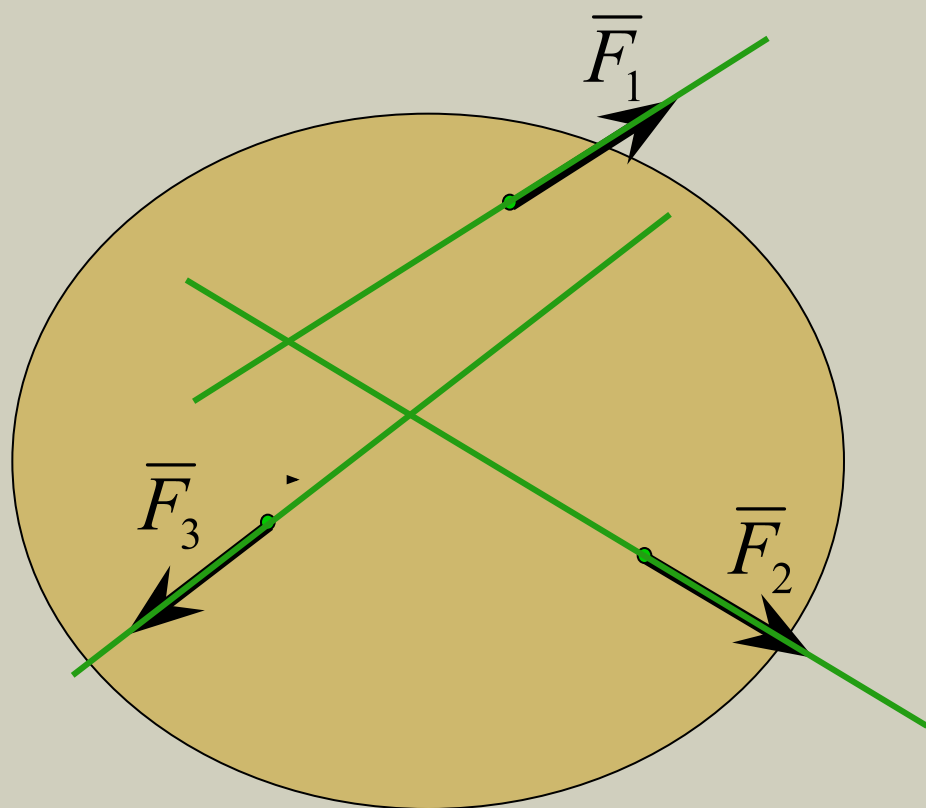
ТОГУ

---

## 3.1. Приведение произвольной плоской системы сил к простейшему виду

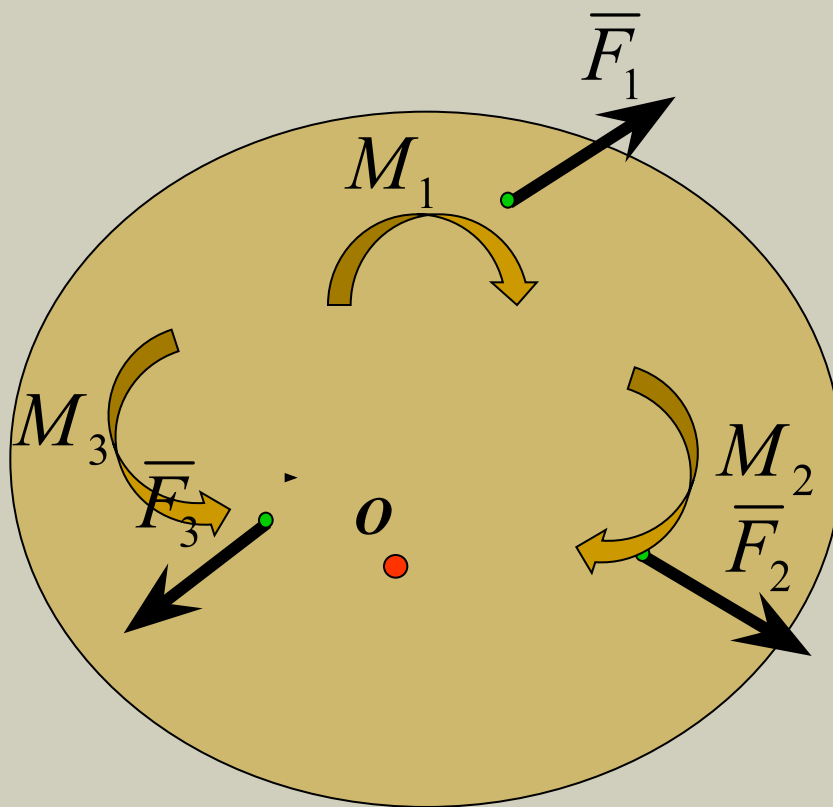
---

*Плоской произвольной системой сил (ППСС)* называется плоская система сил, линии действия которых не пересекаются в одной точке.



# Приведение произвольной плоской системы сил к простейшему виду

1. Выберем центр приведения – **точку O**



2. Перенесем в точку **O** последовательно все силы. При этом, согласно *теореме о параллельном переносе силы*, к системе добавляется пара сил с соответствующим моментом.

# Приведение произвольной плоской системы сил к простейшему виду

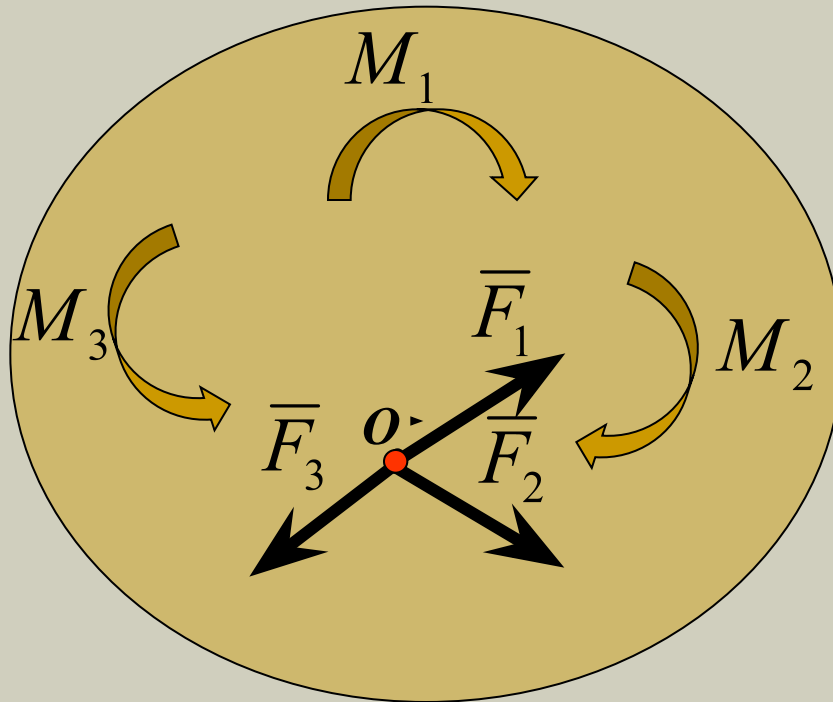
3. В результате приведения всех сил к **точке** **O** получена система сил, сходящихся в одной точке:  $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3$

и система пар сил с моментами, равными моментам переносимых сил относительно центра приведения:

$$M_1 = M_O(\bar{F}_1),$$

$$M_2 = M_O(\bar{F}_2),$$

$$M_3 = M_O(\bar{F}_3).$$



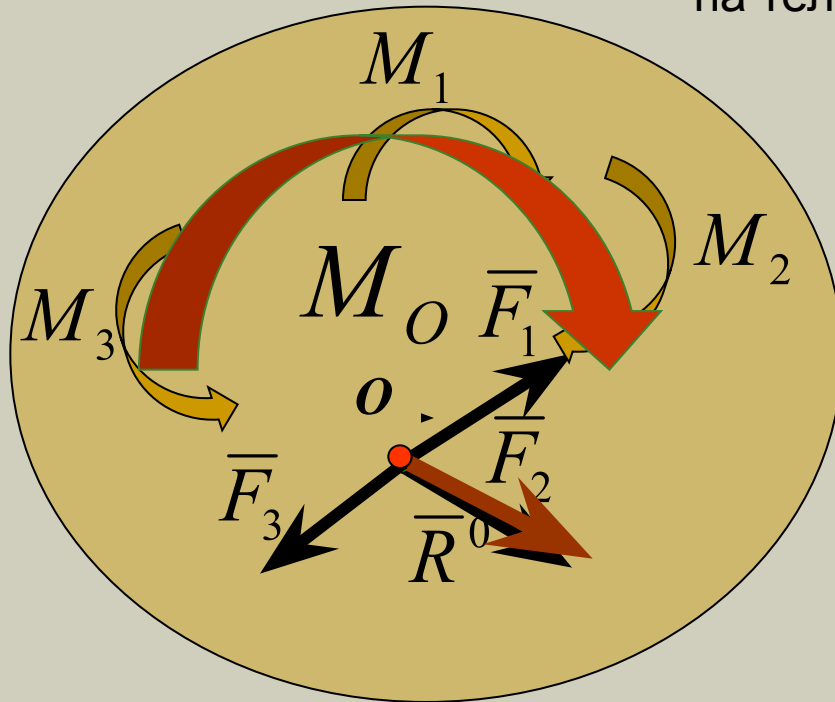
# Приведение произвольной плоской системы сил к простейшему виду

4. Система сил, сходящихся в точке **O** приводится к одной результирующей силе  $R^0$  – главному вектору всех сил, равному геометрической сумме всех сил действующих на тело:

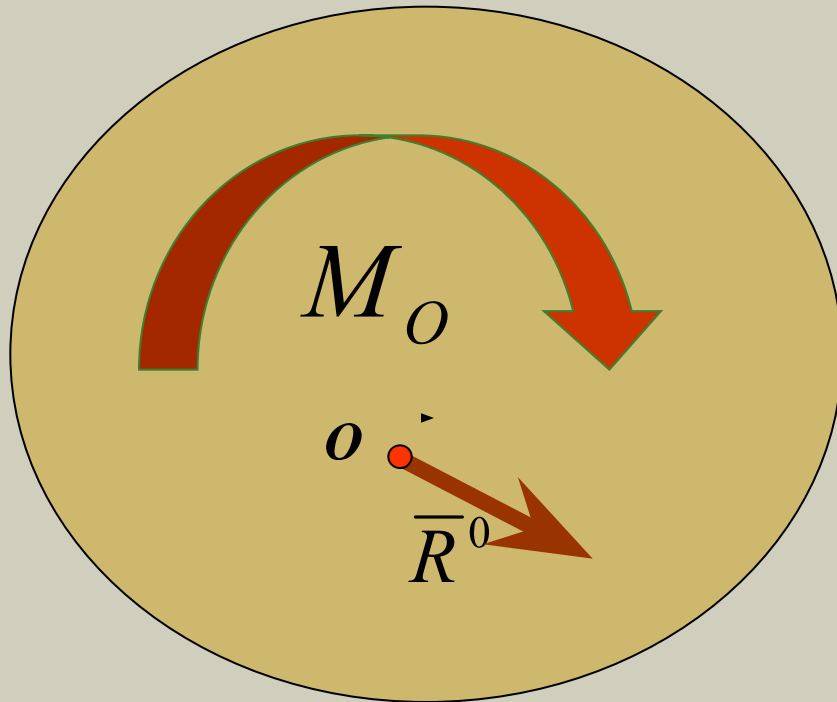
$$\bar{R}^0 = \sum \bar{F}_k = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n$$

Моменты складываются и приводятся к одному результирующему моменту  $M_0$  – главному моменту всех сил

$$M_0 = \sum M_0(\bar{F}_i)$$



Таким образом произвольная плоская система сил приводится к **главному вектору всех сил**, равному геометрической сумме всех сил действующих на тело и к **главному моменту всех сил**, равному сумме моментов всех действующих сил относительно центра приведения.



---

## 3.2. Условия равновесия произвольной плоской системы сил

---



# Условия равновесия произвольной плоской системы сил

- Необходимым и достаточным условием равновесия плоской системы сил являются равенство нулю **главного вектора всех сил системы  $R^0$**  и **главного момента всех сил системы  $M_0$**

$$\bar{R}^0 = \sum \bar{F}_k = 0$$

и

$$M_0 = \sum M_0(\bar{F}_i) = 0$$

Три формы уравнений равновесия для плоской произвольной системы сил

Основная форма условий равновесия (I форма)

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0 \\ \sum F_{ky} = 0 \\ \sum M_O(F_k) = 0 \end{cases}$$

За моментную точку (точка  $O$ ) может быть выбрана любая точка плоскости

II форма условий равновесия

$$\begin{cases} \sum M_A(F_k) = 0 \\ \sum M_B(F_k) = 0 \\ \sum F_{kx} = 0 \end{cases}$$

Ось  $x$  не должна быть перпендикулярной к прямой, проходящей через центры  $A$  и  $B$

III форма условий равновесия

$$\begin{cases} \sum M_A(F_k) = 0 \\ \sum M_B(F_k) = 0 \\ \sum M_C(F_k) = 0 \end{cases}$$

Центры  $A$ ,  $B$  и  $C$  не должны лежать на одной прямой

где :

$$\sum F_{kx} = 0 \quad - \text{уравнение проекций всех сил на ось } x$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad - \text{уравнение проекций всех сил на ось } y$$

$$\sum M_O(F_k) = 0 \quad - \text{уравнения моментов всех сил относительно разных точек: } O,$$

$$\sum M_A(F_k) = 0 \quad A, B, C.$$

$$\sum M_B(F_k) = 0$$

$$\sum M_C(F_k) = 0$$

Моментной может быть выбрана любая точка плоскости.

Важно!

- Для одного твердого тела можно составить только три (!) независимых уравнения равновесия по одной из предложенных форм (Для одного твердого тела можно составить только три (!) независимых уравнения равновесия по одной из предложенных форм (I, II, III))

*Важно!*

- В задаче на равновесие одного твердого тела может быть только **три** неизвестные силы (обычно это реакции связей). Тогда задача будет статически определимой, то есть *решаемой!*

---

## **3.3. Виды сил, действующих на тело**

## Виды сил, действующих на тело:

**Активные силы** – силы, стремящиеся изменить положение данного тела.

Как правило заданы по условию задачи.

- **Сосредоточенные силы** - силы, действие которых сосредоточено в одной точке.
- **Распределенная нагрузка.**
- **Пары сил с заданным моментом.**

**Реактивные силы** - силы, препятствующие изменению положения данного тела.

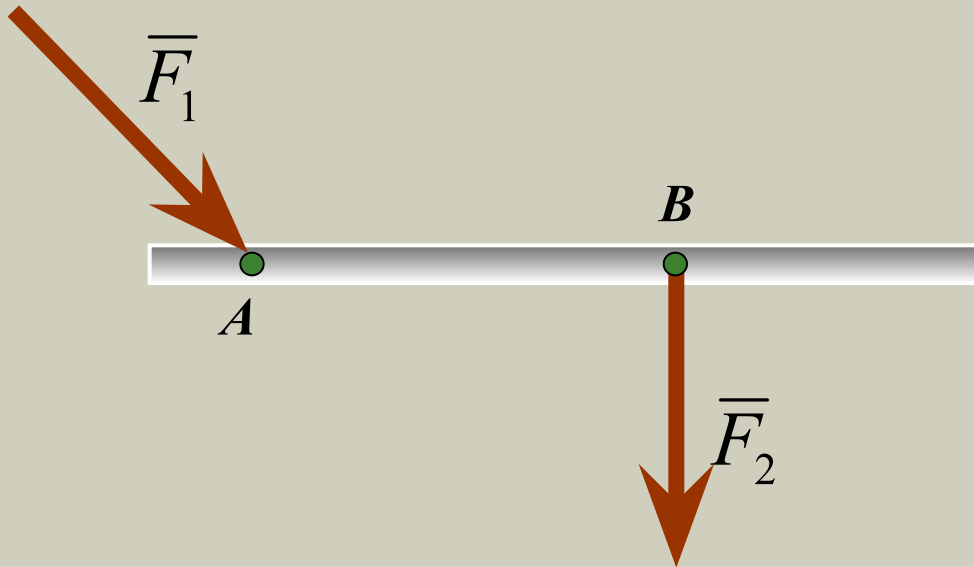
Возникают в результате действия связей на тело.

Как правило являются неизвестными силами. Их действие зависит от активной нагрузки на тело.

см. таблицу реакций связей



**Сосредоточенные силы** - силы, действие которых сосредоточено в одной точке.





# *Распределенная нагрузка - силы, действие которых распределено на определенном участке.*

Действие распределенной нагрузки характеризуется *интенсивностью  $q$*

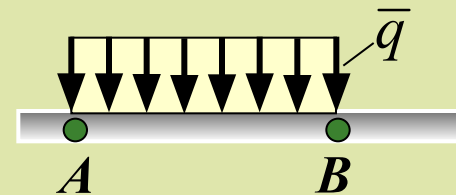
*Интенсивность  $q$*  – сила, действующая на единицу длины отрезка.

Измеряется в *Ньютонах/метр*.

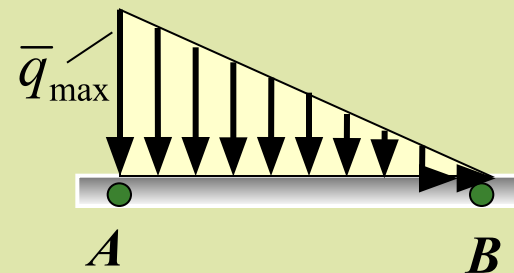
При решении задач распределенная нагрузка заменяется *сосредоточенной силой  $Q$* ,

*модуль* которой равен суммарному значению всей действующей нагрузки (силовой фигуры), и приложенной так, чтобы линия действия силы прошла через центр тяжести силовой фигуры.

1. Равномерно распределенная нагрузка

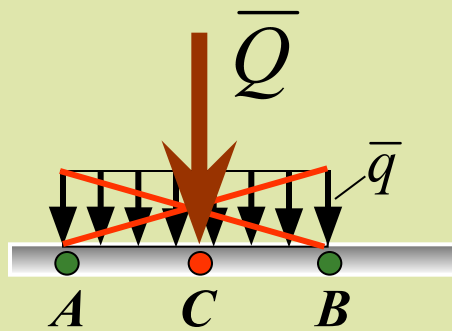


2. Неравномерно распределенная нагрузка



# Замена распределенной нагрузки сосредоточенной силой

## 1. Равномерно распределенная нагрузка:



$$Q = q \cdot l$$

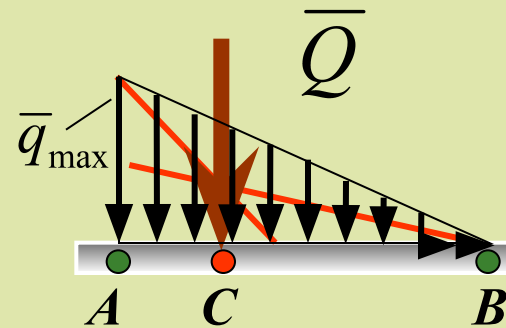
$$AC = \frac{1}{2}l$$

$q$  – интенсивность,

$l = AB$  – длина участка,

$Q$  – результирующая  
сосредоточенная сила.

## 2. Равномерно убывающая нагрузка:



$$Q = \frac{1}{2}q \cdot l$$

$$AC = \frac{1}{3}l$$

$q$  – интенсивность,

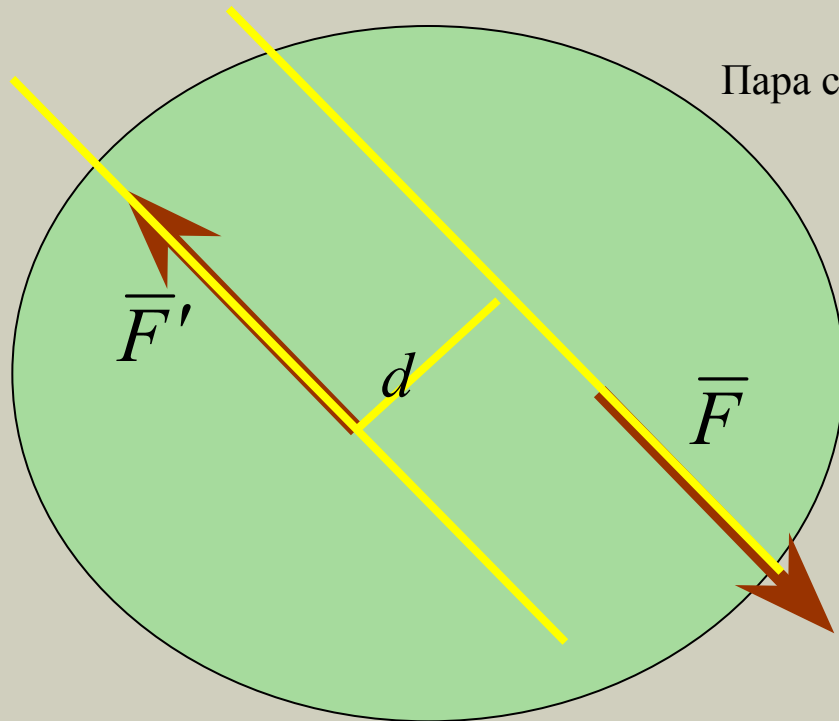
$l = AB$  – длина участка,

$Q$  – результирующая  
сосредоточенная сила.



**Пара сил** – это система двух равных по модулю параллельных сил, направленных в противоположные стороны.

Силы пары не образуют уравновешенную систему сил, хотя геометрическая сумма сил пары равна нулю.



Пара сил *Плечом пары* стремится вращать тело. *называется расстояние между линиями действия сил пары.*

- Действие пары сил на твёрдое тело характеризуется моментом пары сил
- *Момент пары в плоскости* – это алгебраическая величина, значение которой равно произведению одной из сил пары на ее плечо.

$$M = F \cdot d$$