

Производная сложной функции



Сложная функция

$$y = f(u), u \in U$$

$$u = \varphi(x), x \in X$$

Функция $y = f(\varphi(x))$, аргументом которой является функция $\varphi(x)$ называется **сложной функцией** независимой переменной x

Пример. $y = \lg u, u \in U = (0, +\infty)$

$$u = 1 - x^2, x \in \mathbf{R}$$

$$y = \lg(1 - x^2) \quad \text{-сложная}$$

$$1 - x^2 > 0$$

$$-1 < x < 1$$

$$X^* = (-1, 1)$$

Производная сложной функции

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Примеры:

$$1. ((5x - 3)^3)' = 3(5x - 3)^2 \cdot (5x - 3)' = \\ = 3(5x - 3)^2 \cdot 5 = 15(5x - 3)^2$$

$$2. (\sin(4x + 8))' = \cos(4x + 8) \cdot (4x + 8)' = \\ = \cos(4x + 8) \cdot 4 = 4 \cos(4x + 8)$$

1. $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$
2. $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$
3. $(e^u)' = e^u \cdot u'$
4. $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$
5. $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
6. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$
7. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
8. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
9. $(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
10. $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

11. $(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
12. $(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
13. $(\operatorname{arctg} u)' = \frac{u'}{1+u^2}$
14. $(\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$

Найдите производную сложной функции

$$f(x) = \cos 3x$$

$$f(x) = \sin(2x - \pi)$$

$$f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$f(x) = (3 - 4x)^6$$

$$f(x) = \sqrt{\cos x}$$

$$f(x) = \operatorname{ctg} \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sin^4 x}$$

$$15) f(x) = 2^{3x-4}$$

$$16) f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}$$

$$17) f(x) = e^{4x+7}$$

$$18) f(x) = \ln 4x$$

$$19) f(x) = \log_5(3x-4)$$

$$20) f(x) = 3 \arccos(4+3x)$$

$$21) f(x) = \frac{1}{2} \arctan 5x$$

$$22) f(x) = 2 \arcsin(3x-1)$$

$$23) f(x) = (6x-1) \tan(2x-1)$$

$$24) f(x) = e^{4x} (3x-1)^5$$

$$25) f(x) = 3^x \log_{0,5}(6x-1)$$

$$26) f(x) = \cos x \ln(5x+6)$$

Найти значение производной функции в заданной точке x_0 .

1) $y = 2x^3 - x^2 + 3, x_0 = 2$

2) $y = x^2(x^2 - 3), x_0 = -1$

3) $y = \frac{x^3 - 1}{x + 2}, x_0 = 1$

4) $y = (2x - 1)^5 - 7x, x_0 = 1$

5) $y = -\frac{3}{x} - 3x, x_0 = -1$

6) $y = (x + 1)^5 - 1,5x^2, x_0 = -1$

7) $y = \frac{1}{(x - 2)^7}, x_0 = 1$

8) $y = 1,5x^2, x_0 = 1$

9) $y = \sqrt{x}, x_0 = 4$

10) $y = \sqrt{2x^3 + 3}, x_0 = 1$

11) $y = \sqrt[3]{3x^2 - 1}, x_0 = 2$

12) $y = 5x^4 - 3x^3 + 5x, x_0 = -1$

13) $y = \frac{2x + 7}{x - 4}, x_0 = 5$

14) $y = \frac{3x^2 - 3}{x + 1} + 17x, x_0 = 2$

15) $y = x^2 - 4x, x_0 = 5$

16) $y = -7x + 5x^4 + x^8, x_0 = 0$

17) $y = x\sqrt{x - 5}, x_0 = 6$