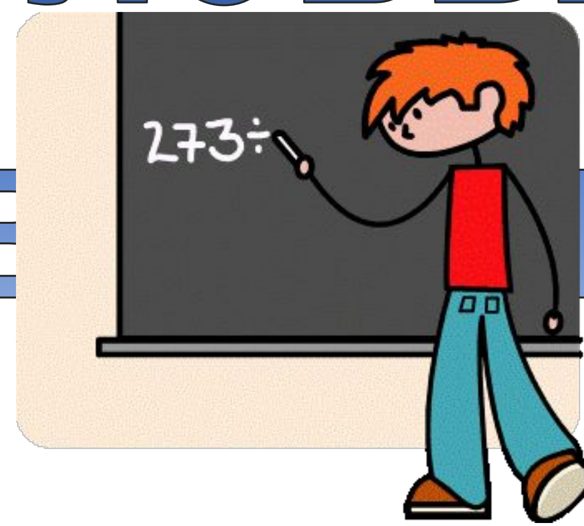
Числовые

пос дов ьно



Определение числовой последовательности

Функцию вида $y = f(x)$, где $x \in N$ называют *функцией натурального аргумента* или *числовой последовательностью*.

Обозначают $y=f(n)$ или $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n, \ldots$

Рассмотрим функцию $y = x^2, x \in N$

График состоит из отдельных точек.

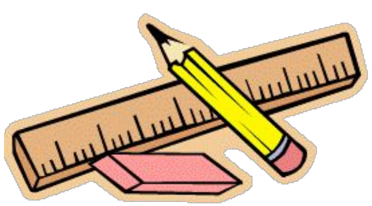
$f(1) = 1^2 = 1$

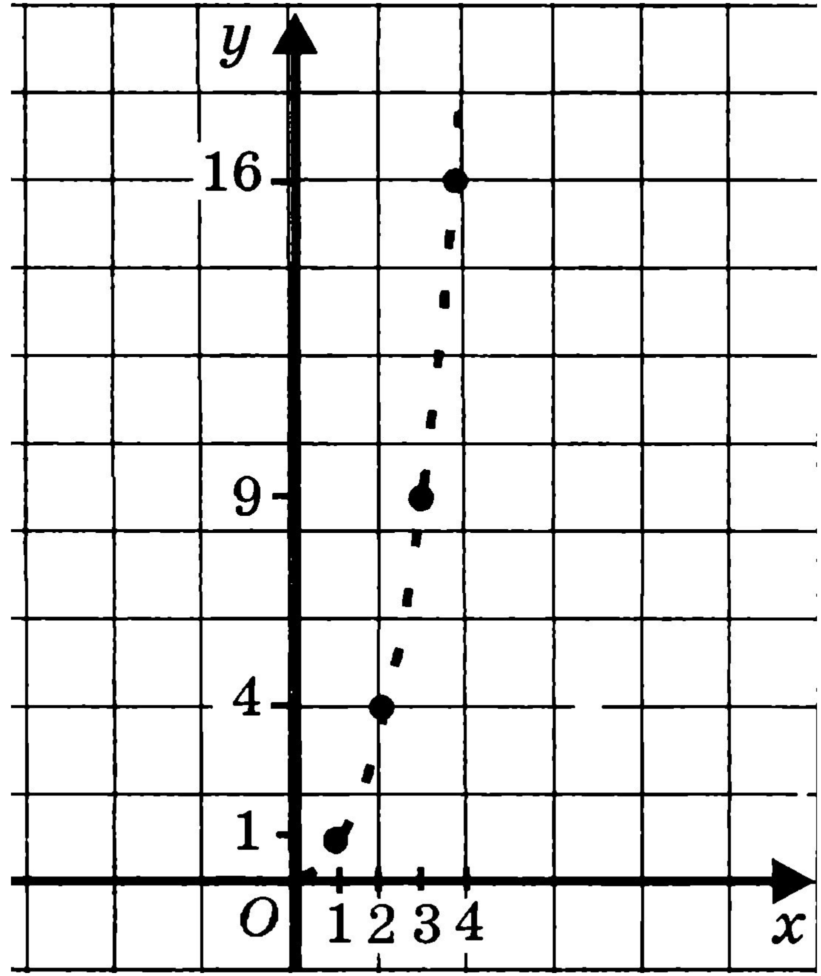
$f(2) = 2^2 = 4$

$f(3) = 3^2 = 9$

…

$f(n) = n^2$





$f(n) = n^2$

Получим последовательность чисел

1, 4, 9, 16, 25, …, n^2, …

Последовательность квадратов натуральных чисел

$y_1 = 1$ – **I член последовательности**

$y_2 = 4$ – **II член последовательности**

$y_3 = 9$ – **III член последовательности**

$y_n = n^2$ – n-**ый член последовательности**

Способы задания последовательности

Аналитическое задание числовой последовательности.

Последовательность задана *аналитически*, если указана формула ее *n*-го члена

$$y_n = f(n)$$

Пример 1:

$y_n = n^2$

последовательность 1,4,9,16,…, n^2,…

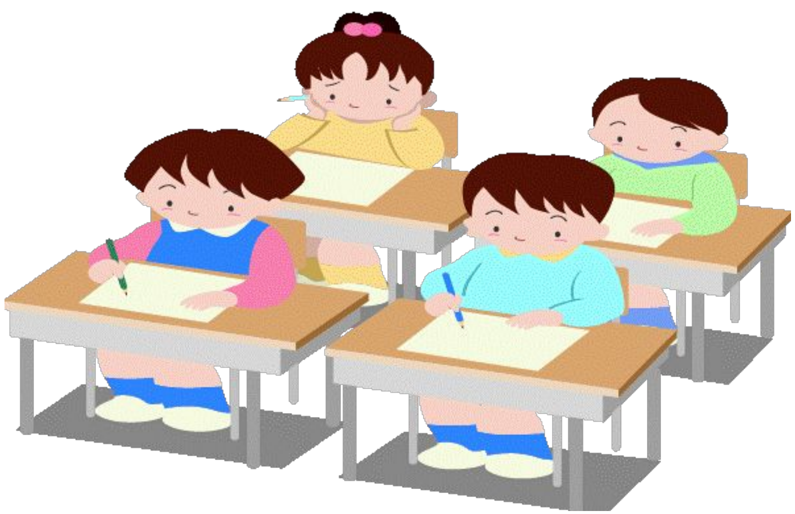
Способы задания последовательности

Аналитическое задание числовой последовательности.

Пример 2:

$$y_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$$

Найти первый, третий и шестой члены последовательности



Способы задания последовательности

Аналитическое задание числовой последовательности.

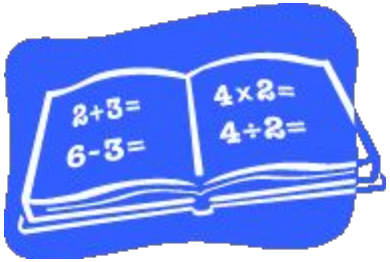
Пример 3:

Задать последовательность формулой *n*-го члена:

а) 2, 4, 6, 8, … **б) 4, 8, 12, 16, 20, …**

$$y_n = 2n$$

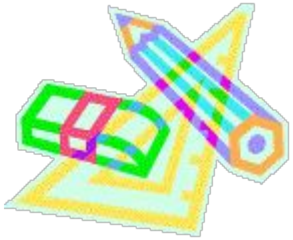
$$y_n = 4n$$



Способы задания последовательности

Словесное задание числовой последовательности.

Правило составления последовательности описывается словами



Пример :

последовательность простых чисел

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, …

последовательность кубов натуральных чисел

1, 8, 27, 64, 125, …

Способы задания последовательности

Рекуррентное задание числовой последовательности.

Указывается правило позволяющее вычислить n-й член последовательности, если известны ее предыдущие члены.

При вычислении членов последовательности по этому правилу мы все время возвращаемся назад, выясняем чему равны предыдущие члены, поэтому такой способ называют рекуррентным (от латинского recurrere – возвращаться)

Способы задания последовательности

Рекуррентное задание числовой последовательности.

Пример 1:

$y_1=3,\ y_n=y_{n-1}+4$, если n = 2, 3, 4, …

Каждый член последовательности получается из предыдущего прибавлением к нему числа 4

$y_1 = 3$

$y_2 = y_1 + 4 = 3 + 4 = 7$

$y_3 = y_2 + 4 = 7 + 4 = 11$

$y_4 = y_3 + 4 = 11 + 4 = 15$ и т.д.

Получаем последовательность

3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, …

Способы задания последовательности

Рекуррентное задание числовой последовательности.

Пример 2:

$y_1=1,\ y_2=1,\ y_n=y_{n-2}+y_{n-1}$

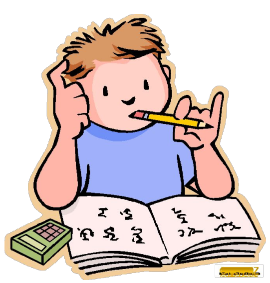
Каждый член последовательности равен сумме двух предыдущих членов

$y_1=1 \qquad y_2=1 \qquad y_3=y_1+y_2=1+1=2$

$y_4=y_2+y_3=1+2=3 \qquad y_5=y_3+y_4=2+3=5$ **и т.д.**

Получаем последовательность

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …



Способы задания последовательности

Рекуррентное задание числовой последовательности.

Выделяют 2 особенно важные рекуррентно заданные последовательности:

1) Арифметическая прогрессия

$y_1 = a,\ y_n = y_{n-1} + d$, a и d – числа, $n = 2, 3, \ldots$

2) Геометрическая прогрессия

$y_1 = b,\ y_n = y_{n-1} \cdot q$, b и q – числа, $n = 2, 3, \ldots$

Монотонные последовательности

Последовательность (y_n) – **возрастающая**, если каждый ее член (кроме первого) больше предыдущего, т.е.

$y_1 < y_2 < y_3 < y_4 < \ldots < y_n < \ldots$

Пример:

2, 4, 6, 8, 10, …

Если $a > 1$, то последовательность $y_n = a^n$ – **возрастает.**

Последовательность (y_n) – **убывающая**, если каждый ее член (кроме первого) меньше предыдущего, т.е. $y_1 > y_2 > y_3 > y_4 > \ldots > y_n > \ldots$

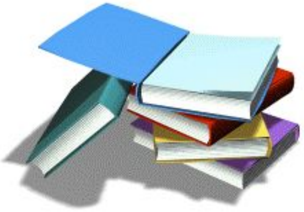
Пример:

-1, -3, -5, -7, -9, …

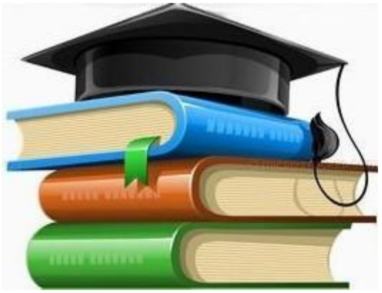
Если $0 < a < 1$, то последовательность $y_n = a^n$ – **убывает.**

Монотонные последовательности

Возрастающие и убывающие последовательности называются *монотонными*.



Последовательности, которые не возрастают и не убывают, являются *немонотонными*.



В классе

№ 15.3, 15.7, 15.8, 15.10

Домашнее задание

№ 15.4, 15.6, 15.9, 15.11