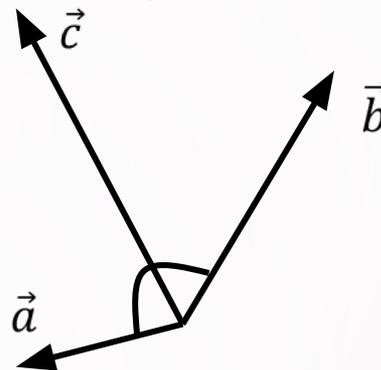
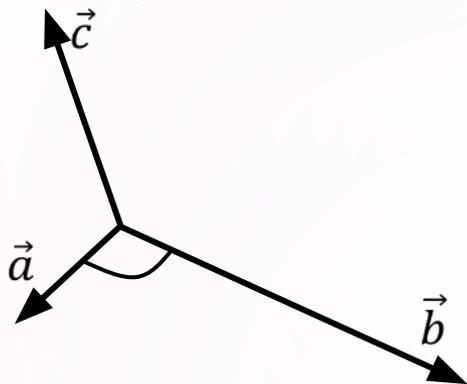


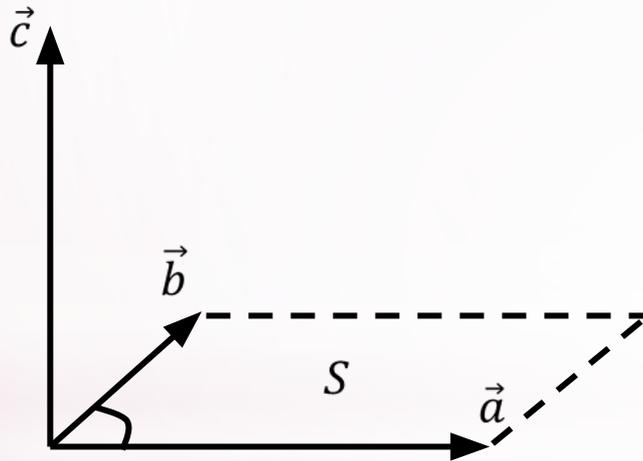
Векторное произведение векторов

Три некопланарных вектора \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , взятые в указанном порядке, образуют **правую тройку**, если с конца третьего вектора \vec{c} кратчайший поворот от первого вектора \vec{a} ко второму вектору \vec{b} виден совершающимся против часовой стрелки, и **левую**, если по часовой.



Векторным произведением вектора \vec{a} на вектор \vec{b} называется **вектор** \vec{c} который:

- 1) перпендикулярен векторам \vec{a} и \vec{b} , то есть $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$;
- 2) имеет длину, численно равную площади параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} как на сторонах,



то есть $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi$, где $\varphi = (\widehat{\vec{a}; \vec{b}})$.

- 3) векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} образуют правую тройку векторов.

Векторное произведение векторов принято обозначать $\vec{a} \times \vec{b}$ или $[\vec{a}, \vec{b}]$.

Свойства векторного произведения

- ❖ При перестановке сомножителей векторное произведение меняет знак

$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a}).$$

- ❖ Векторное произведение обладает сочетательным свойством относительно скалярного множителя

$$\beta \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = (\beta \cdot \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\beta \cdot \vec{b})$$

- ❖ Два ненулевых вектора \vec{a} и \vec{b} коллинеарны тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно нулевому вектору

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0},$$

в частности $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$.

- ❖ Векторное произведение обладает распределительным свойством

$$(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}.$$

Пусть заданы два вектора $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$.

Выведем формулу векторного произведения.

Пользуясь свойствами векторного произведения, заполним таблицу, которая пригодится нам в дальнейшем:

Пусть заданы два вектора $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$.

Выведем формулу векторного произведения.

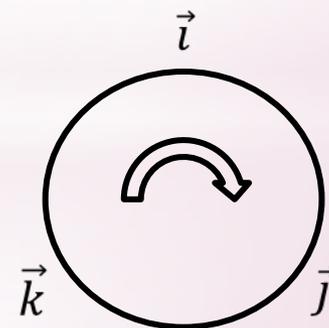
Пользуясь свойствами векторного произведения, заполним таблицу, которая пригодится нам в дальнейшем:

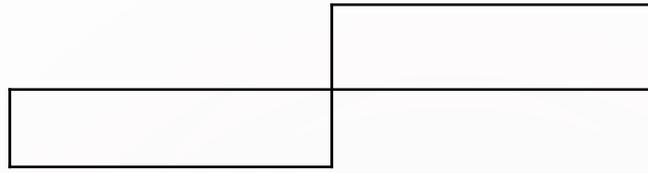
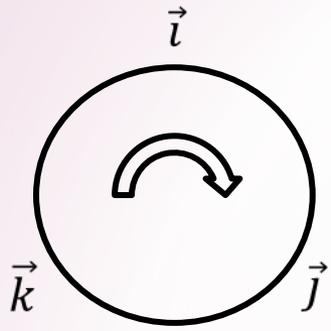
Пусть заданы два вектора $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$.

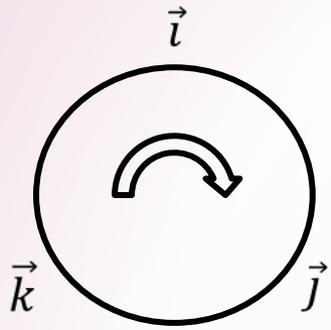
Выведем формулу векторного произведения.

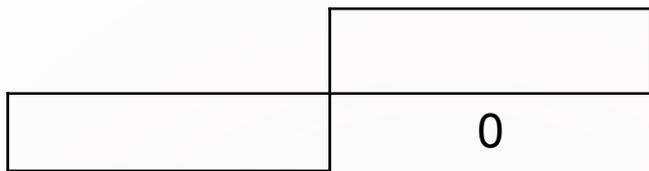
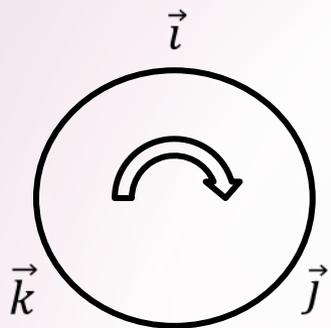
Пользуясь свойствами векторного произведения, заполним таблицу, которая пригодится нам в дальнейшем:

Чтобы не ошибиться со знаком, удобно, пользоваться схемой: если направление кратчайшего пути от первого вектора к второму совпадает с направлением стрелки, то произведение равно третьему вектору, если не совпадает — третий вектор берется со знаком «минус».

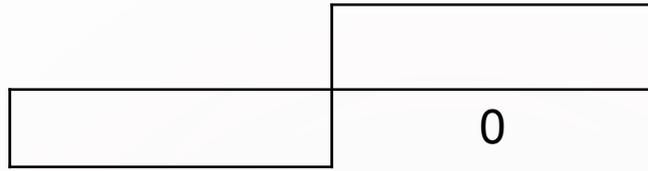
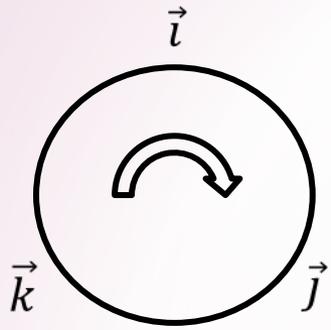






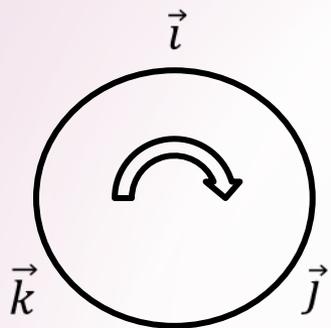


0



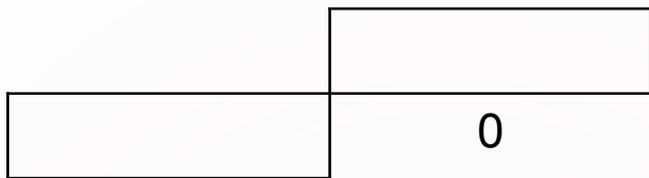
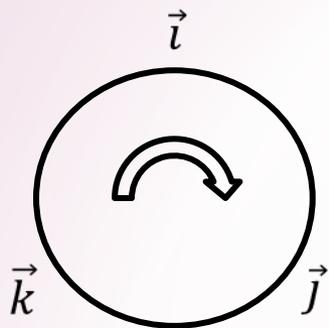
0

0



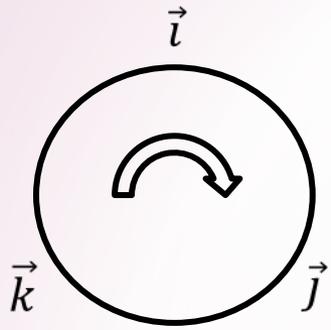
0

0



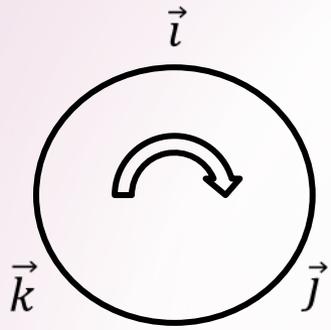
0

0



0

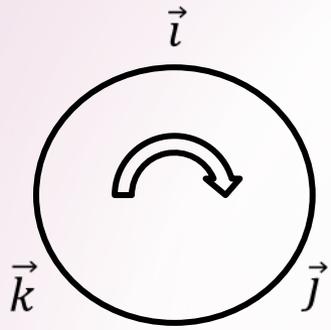
0



0

0

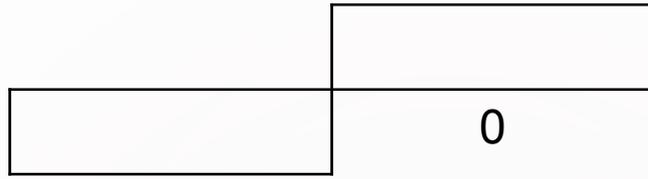
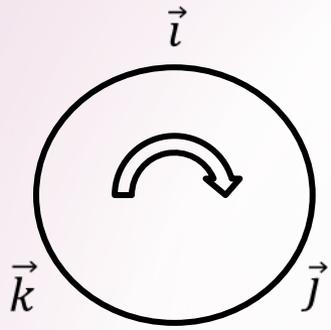
0



0

0

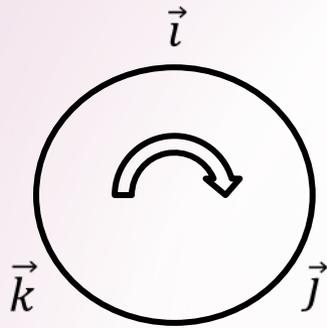
0



0

0

0

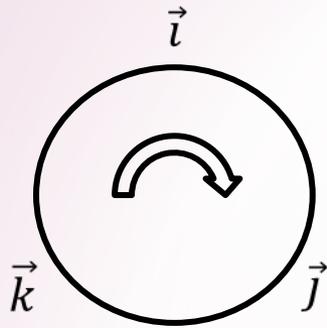


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} =$$

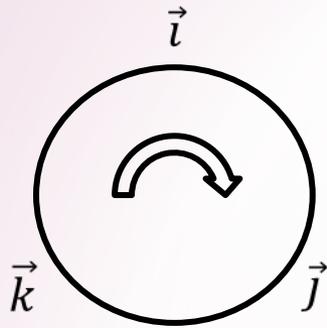


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k})$$

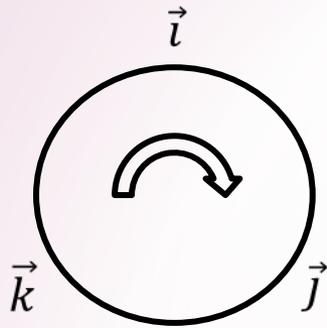


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

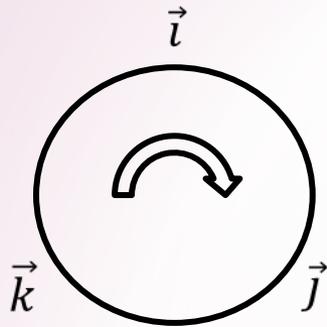


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$
$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) +$$



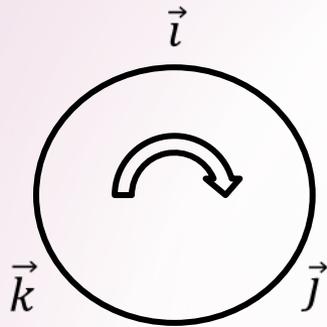
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) +$$



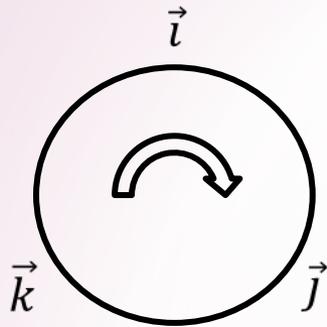
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) +$$



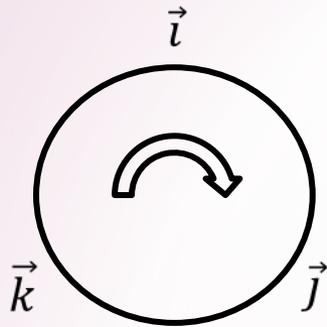
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

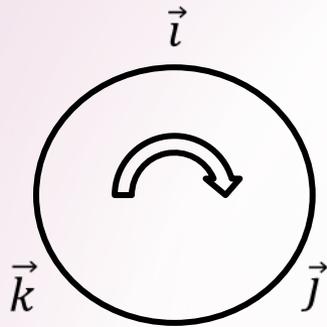


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + \end{aligned}$$

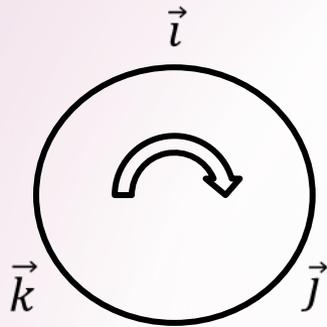


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + \end{aligned}$$

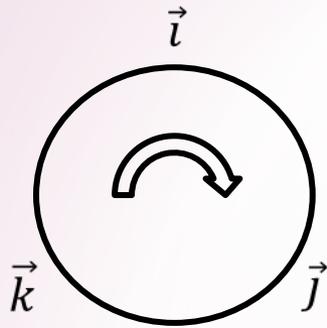


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + \end{aligned}$$

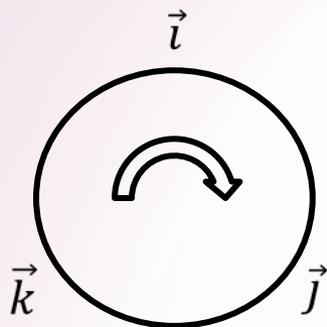


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = \end{aligned}$$

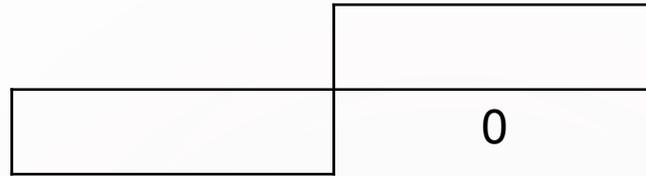
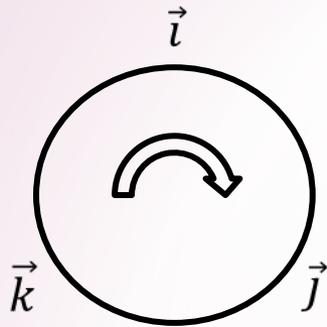


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \end{aligned}$$

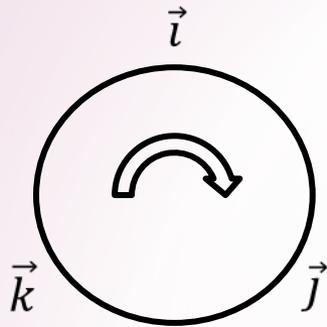


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + \end{aligned}$$

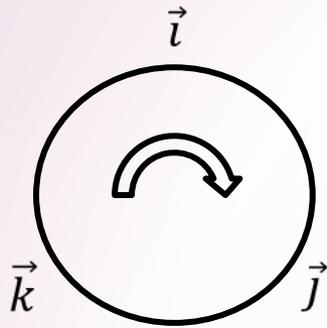


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + \end{aligned}$$

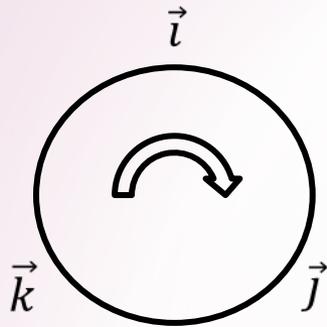


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + \end{aligned}$$

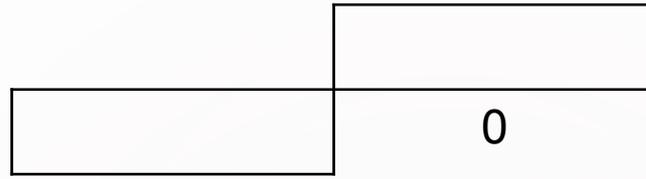
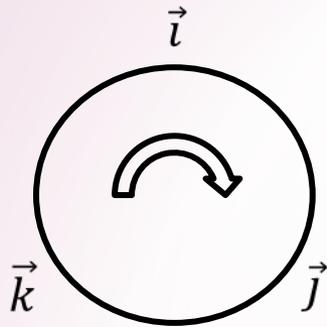


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + \end{aligned}$$

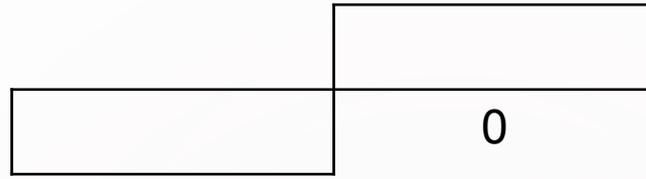
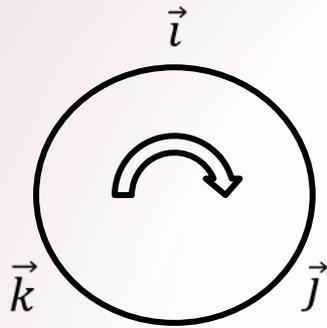


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + \end{aligned}$$

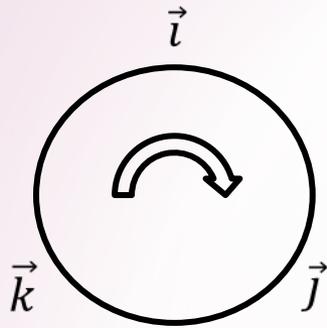


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + \end{aligned}$$

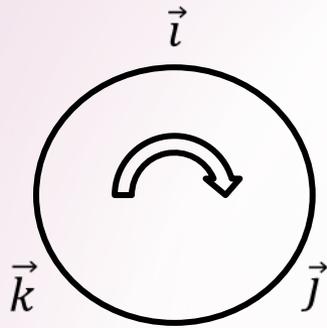


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + \end{aligned}$$

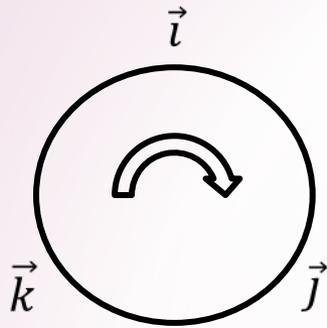


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 \end{aligned}$$

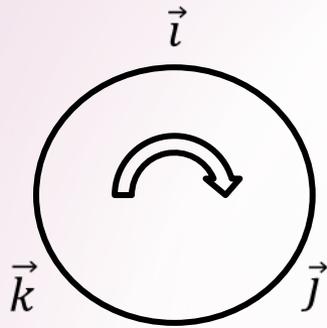


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} \end{aligned}$$

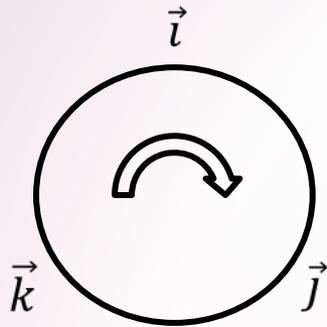


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} \end{aligned}$$

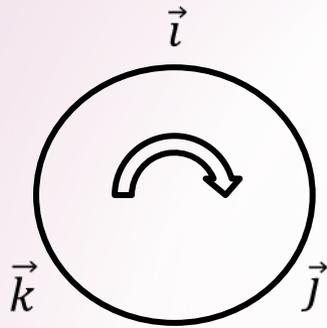


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} \end{aligned}$$

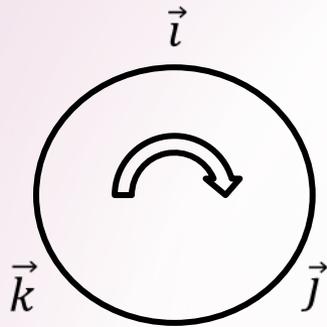


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} \end{aligned}$$

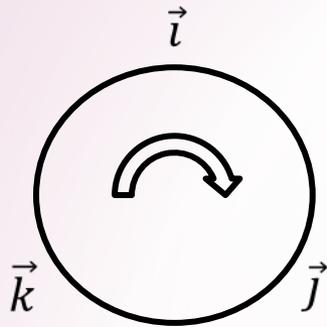


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} \end{aligned}$$

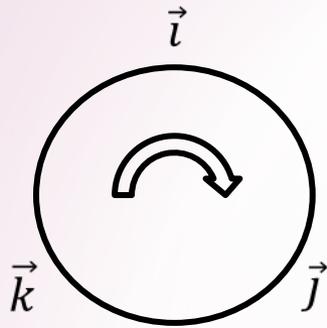


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i} \end{aligned}$$

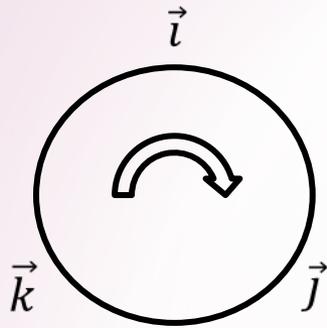


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i} = \\ &= (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} \end{aligned}$$

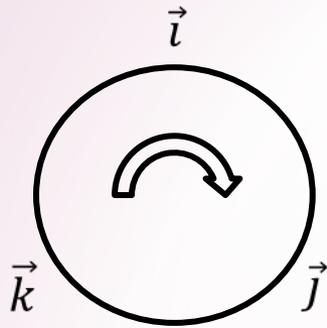


0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i} = \\ &= (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} \end{aligned}$$



0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}) \times (b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) + \\ &+ a_y \cdot b_z \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + a_z \cdot b_x \cdot (\vec{k} \times \vec{i}) + a_z \cdot b_y \cdot (\vec{k} \times \vec{j}) + a_z \cdot b_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}) = 0 + \\ &+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot (-\vec{k}) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot \\ &(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i} = \\ &= (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} \end{aligned}$$

$$(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} =$$

$$\begin{aligned} & (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\ & = (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\ & = (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\ & = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\ & = (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\ & = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\ & = (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\ & = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (-a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\
& = (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} = \\
& = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Таким образом, векторное произведение можно найти по формуле:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Рассмотрим некоторые приложения векторного произведения.

Коллинеарность векторов

Если $\vec{a} \parallel \vec{b}$, то $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$, верно и обратное утверждение.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}.$$

Площадь параллелограмма и треугольника

$S_{\text{пар}} = |\vec{a} \times \vec{b}|$ - площадь параллелограмма;

$S_{\text{тр}} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$ - площадь треугольника.

Благодарим за
внимание!