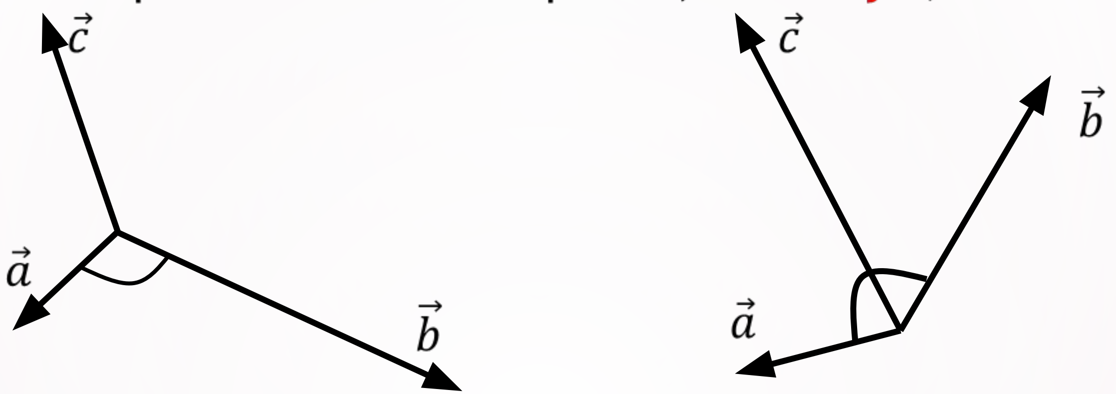
Векторное произведение векторов

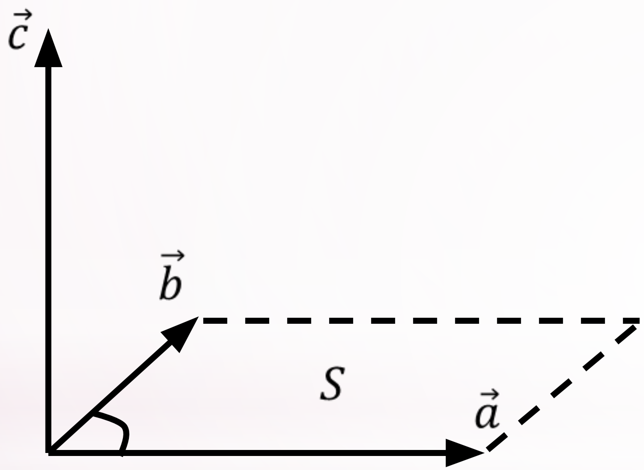
Три некомпланарных вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, взятые в указанном порядке, образуют *правую тройку*, если с конца третьего вектора $\vec{c}$ кратчайший поворот от первого вектора $\vec{a}$ ко второму вектору $\vec{b}$ виден совершающимся против часовой стрелки, и *левую*, если по часовой.



Векторным произведением вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ называется <u>*вектор*</u> $\vec{c}$_ который:

1) перпендикулярен векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, то есть $\vec{c}\perp\vec{a}$, $\vec{c}\perp\vec{b}$;

2) имеет длину, численно равную площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ как на сторонах,



то есть $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot sin\varphi$, где $\varphi = \left(\widehat{\vec{a};\vec{b}}\right)$.

3) векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют правую тройку векторов.

Векторное произведение векторов принято обозначать $\vec{a} \times \vec{b}$ или $[\vec{a}, \vec{b}]$.

Свойства векторного произведения

- При перестановке сомножителей векторное произведение меняет знак

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\left(\vec{b} \times \vec{a}\right).$$

- Векторное произведение обладает сочетательным свойством относительно скалярного множителя

$$\beta \cdot \left(\vec{a} \times \vec{b}\right) = (\beta \cdot \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times \left(\beta \cdot \vec{b}\right)$$

- Два ненулевых вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно нулевому вектору

$$\vec{a} || \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0},$$

в частности $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$.

- Векторное произведение обладает распределительным свойством

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}.$$

Пусть заданы два вектора $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$.

Выведем формулу векторного произведения.

Пользуясь свойствами векторного произведения, заполним таблицу, которая пригодится нам в дальнейшем:

Пусть заданы два вектора $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$.

Выведем формулу векторного произведения.

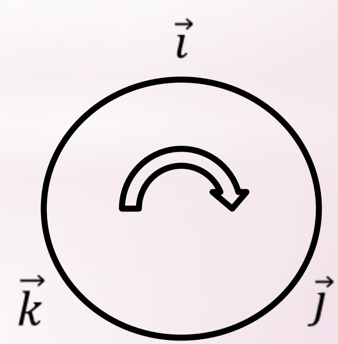
Пользуясь свойствами векторного произведения, заполним таблицу, которая пригодится нам в дальнейшем:

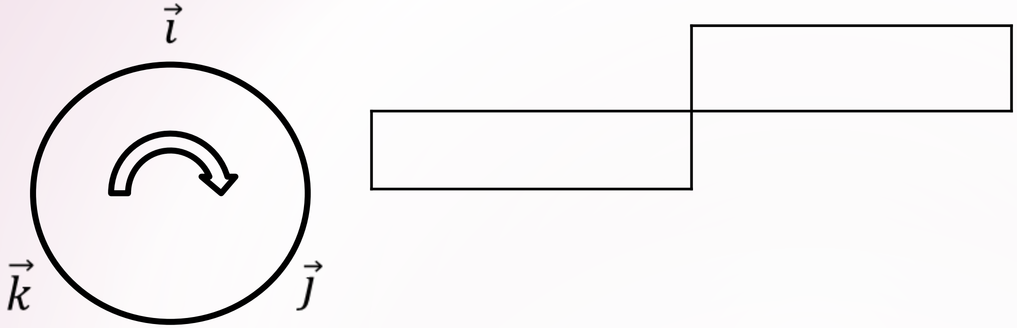
Пусть заданы два вектора $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$.

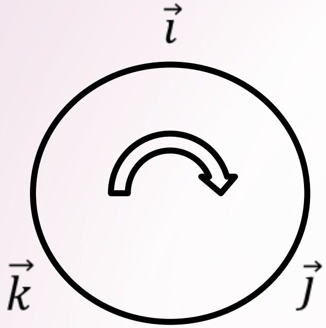
Выведем формулу векторного произведения.

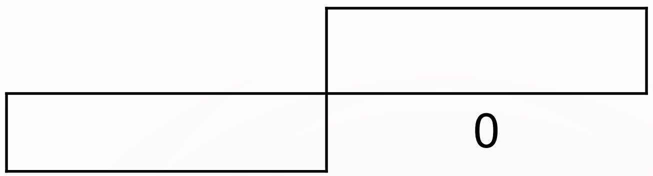
Пользуясь свойствами векторного произведения, заполним таблицу, которая пригодится нам в дальнейшем:

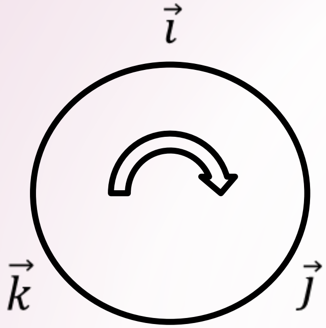
Чтобы не ошибиться со знаком, удобно, пользоваться схемой: если направление кратчайшего пути от первого вектора к второму совпадает с направлением стрелки, то произведение равно третьему вектору, если не совпадает — третий вектор берется со знаком «минус».




$\vec{i}$
$\vec{k}$
$\vec{j}$

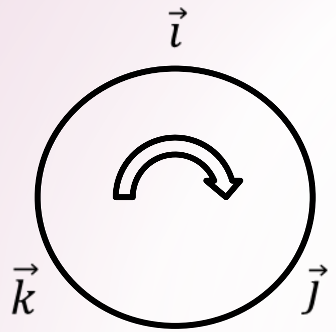

$\vec{i}$
$\vec{k}$
$\vec{j}$

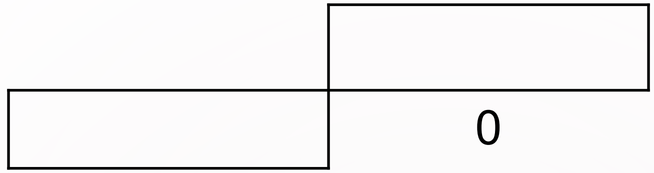

0



0

0

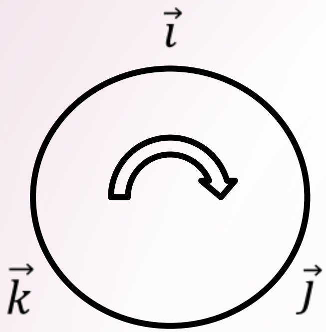




0

0

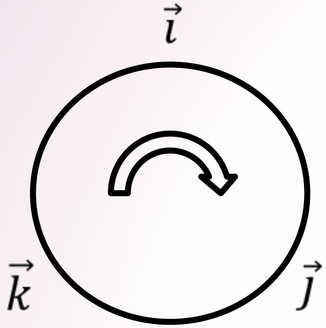
0

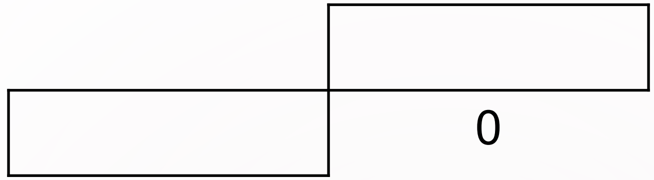


0

0

0

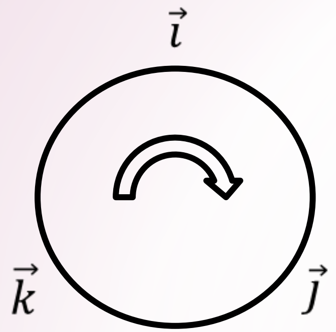


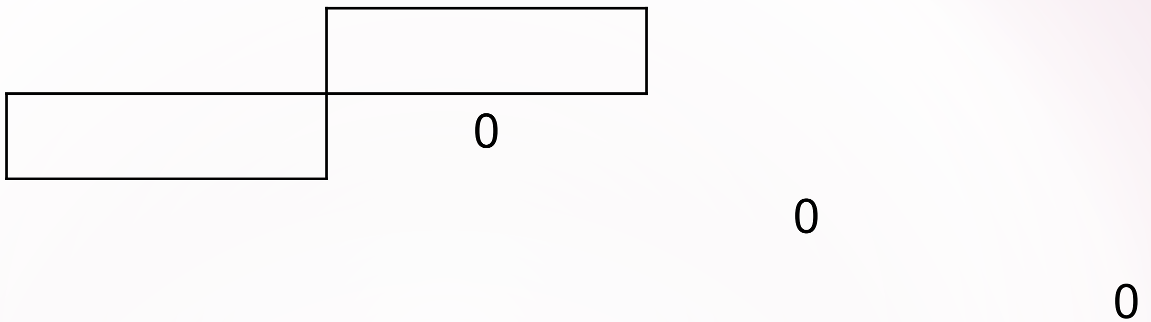


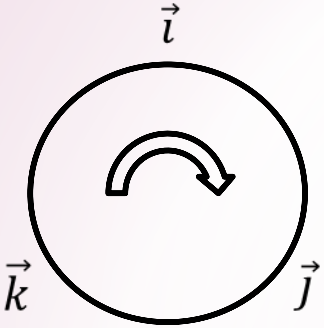
0

0

0


$\vec{i}$
$\vec{k}$
$\vec{j}$

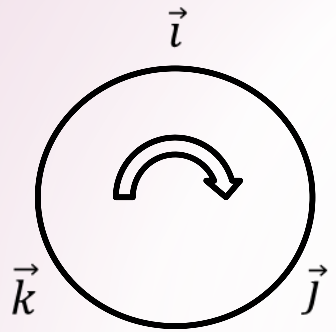

0
0
0



0

0

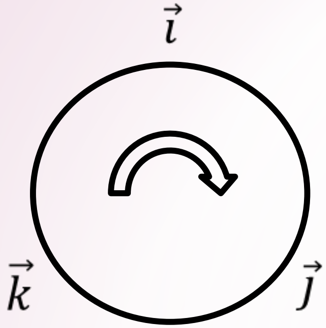
0



0

0

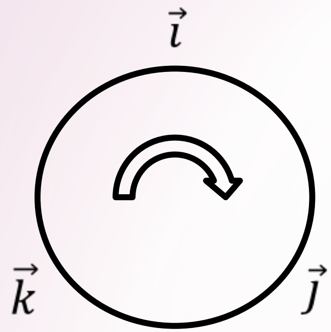
0



0

0

0



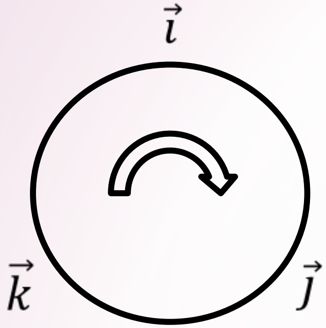
0

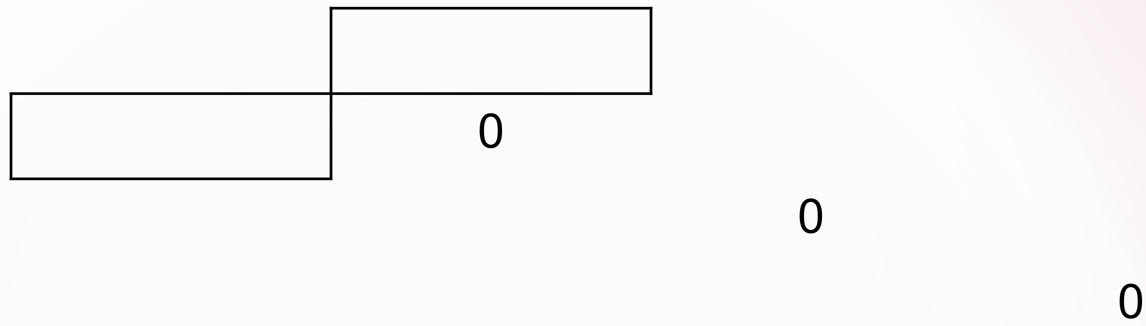
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

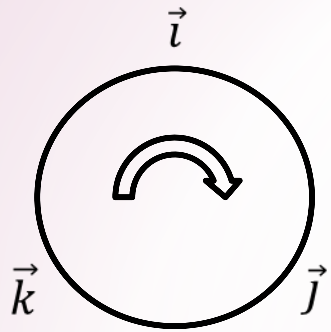
$\vec{a} \times \vec{b} =$





Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right)$$



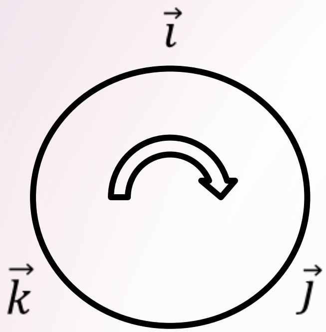
0

0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$



0

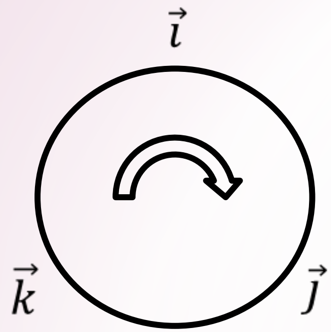
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) +$$



0

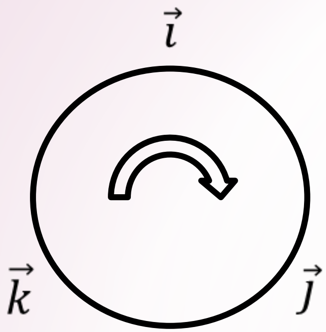
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) +$$



0

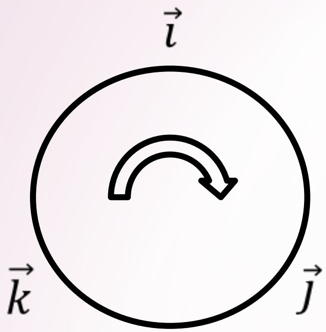
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) +$$



0

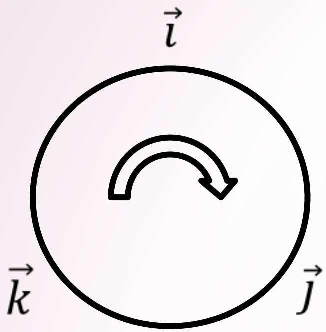
0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$



0

0

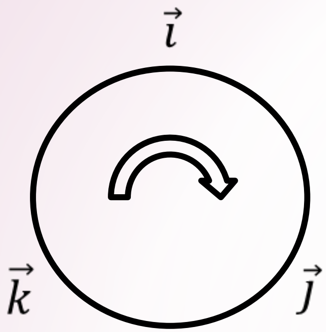
0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) +$$



0

0

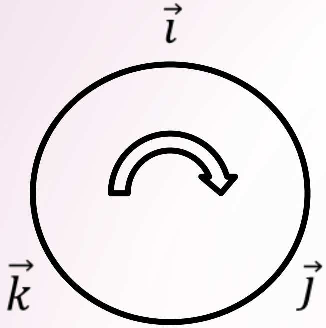
0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+ a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) +$$



0

0

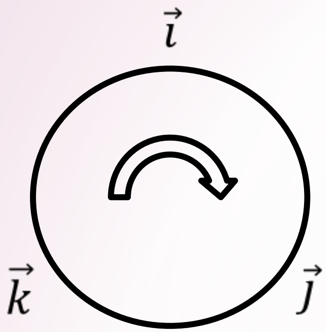
0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+ a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) +$$



0

0

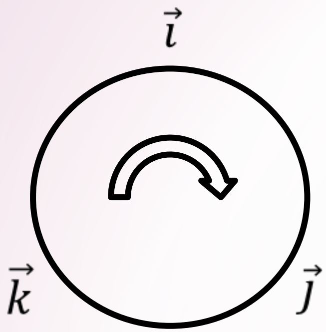
0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+ a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) =$$



0

0

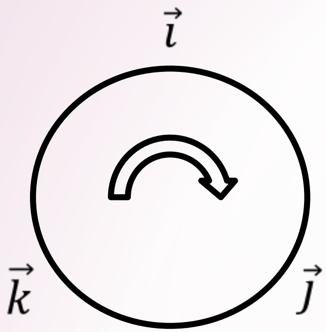
0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$



0

0

0

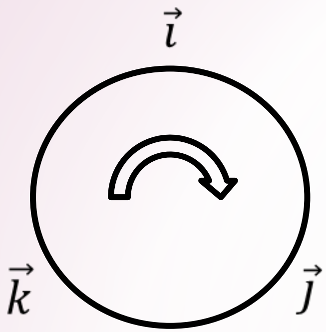
Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} +$$



0

0

0

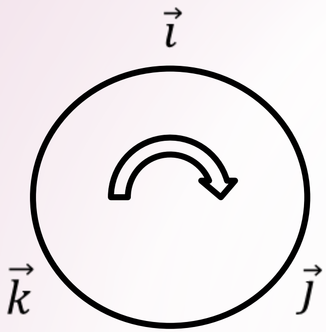
Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

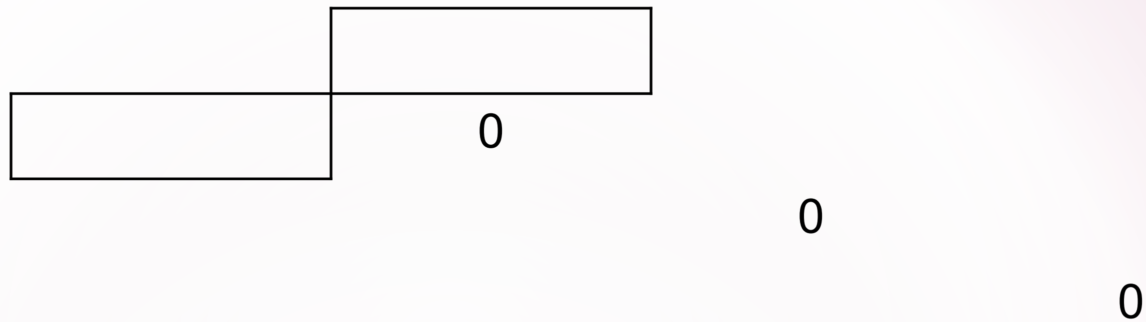
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) +$$





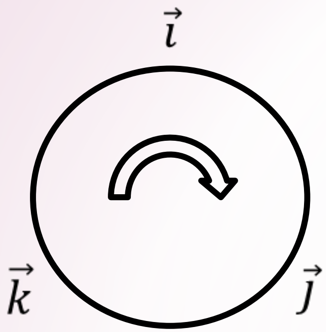
Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) +$$



0

0

0

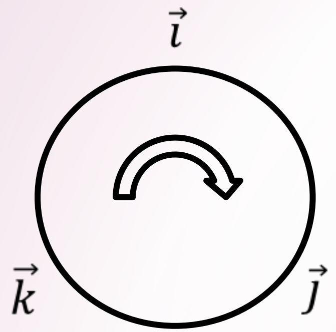
Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 +$$



0

0

0

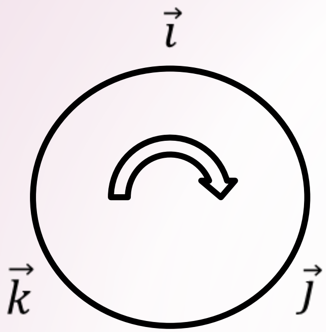
Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} +$$



0

0

0

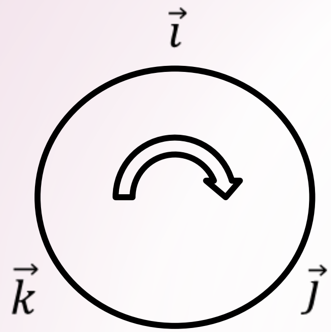
Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

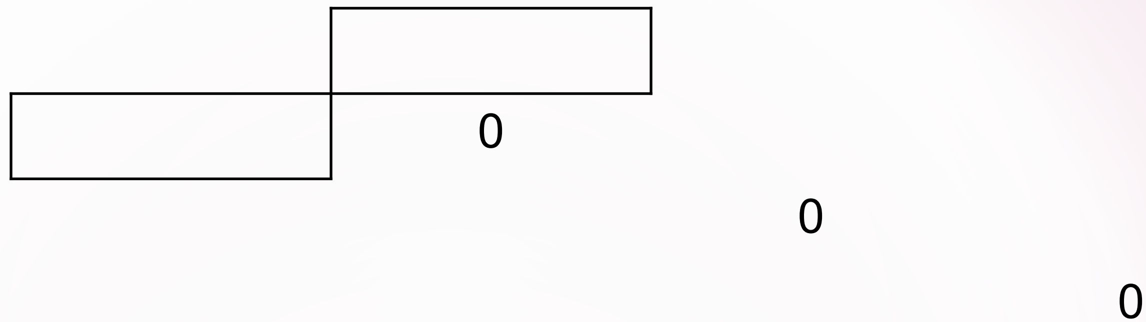
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} +$$





Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

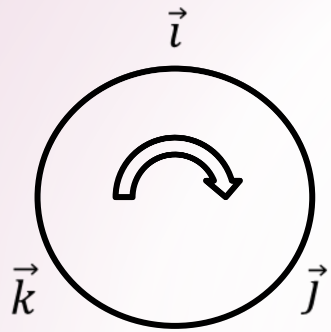
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) +$$



0

0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

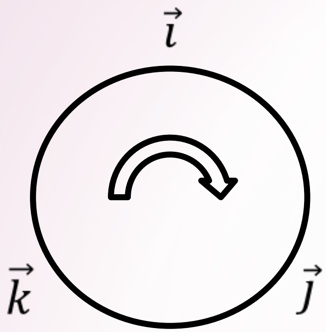
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

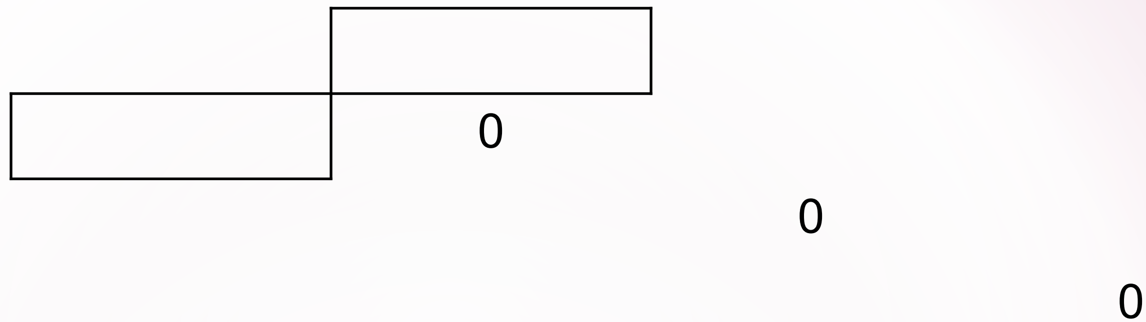
$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+ a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0$$





Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

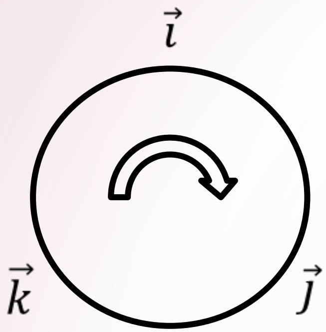
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k}$$



0

0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

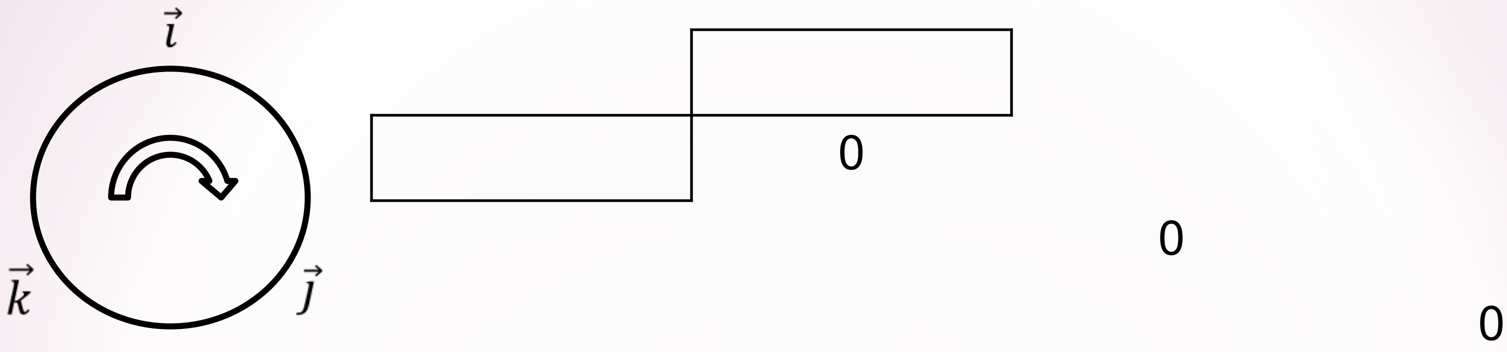
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j}$$



Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

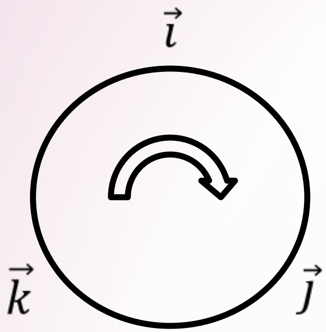
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k}$$



0

0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

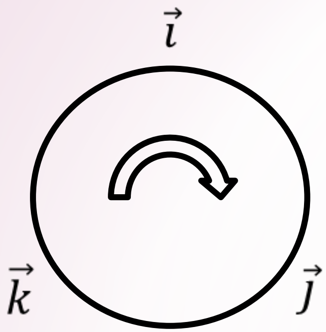
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+ a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i}$$



0

0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

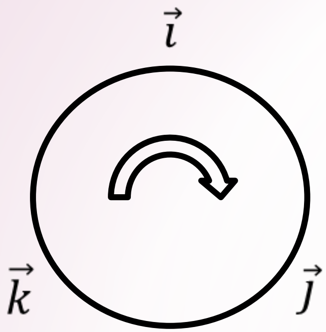
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

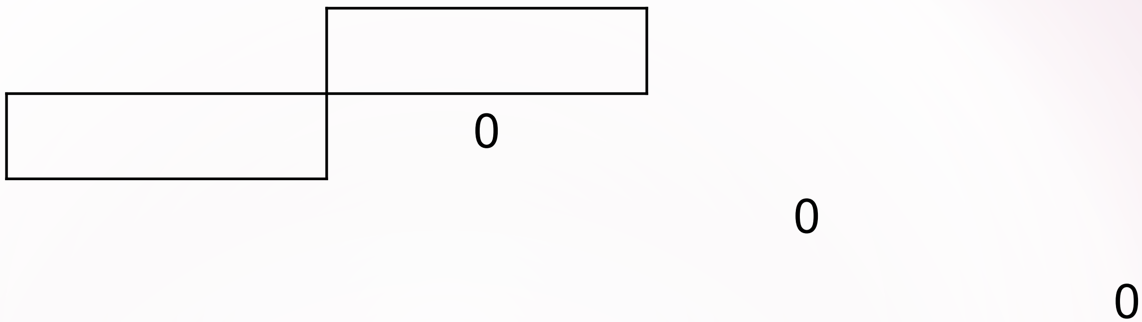
$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j}$$





Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

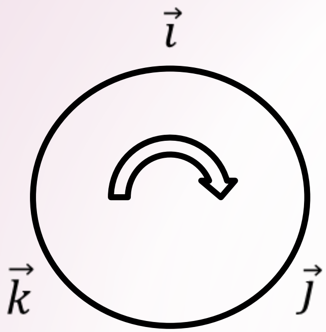
$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+ a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+ a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i}$$



0

0

0

Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

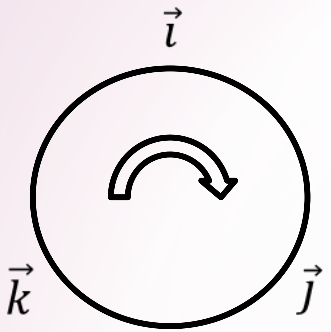
$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

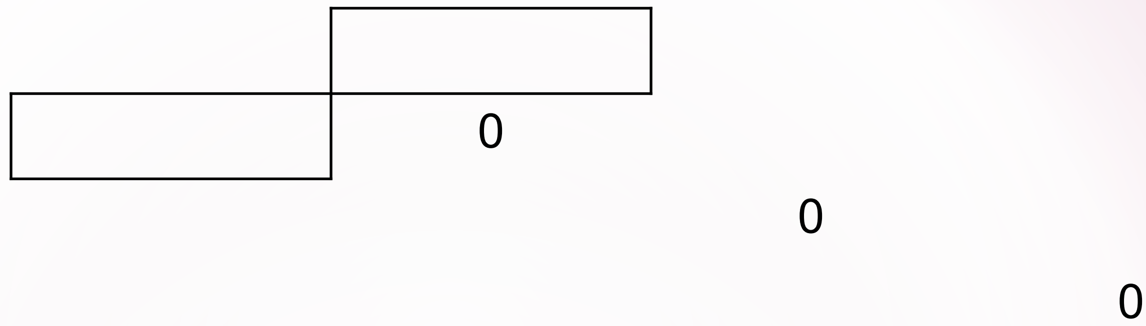
$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{i}$$





Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

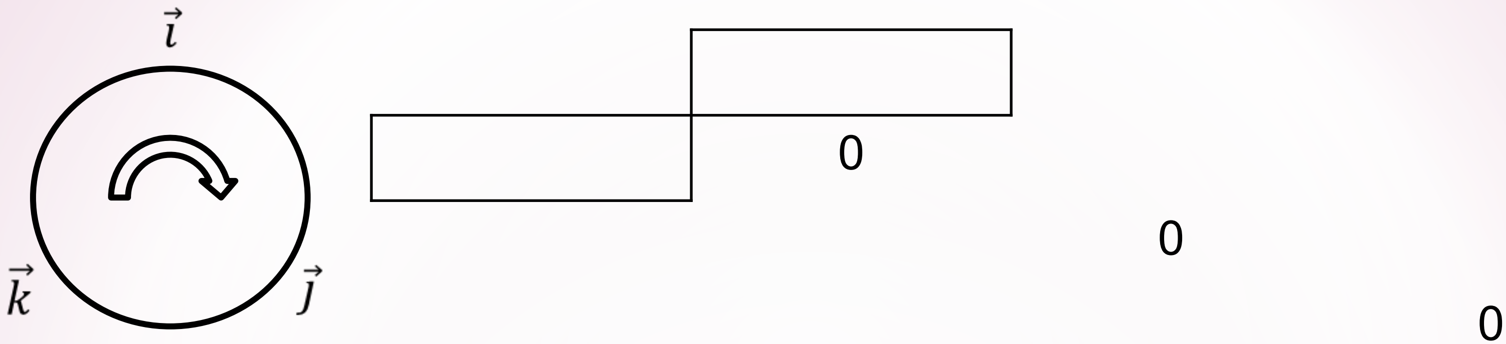
$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{i} + (-\, a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j}$$



Найдем векторное произведение этих векторов $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$ и $\vec{b} = b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}$, перемножая их как многочлены согласно свойств векторного произведения:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}\right) \times \left(b_x \cdot \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \cdot \vec{k}\right) = a_x \cdot b_x \cdot (\vec{i} \times \vec{i}) +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot (\vec{i} \times \vec{j}) + a_x \cdot b_z \cdot \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y \cdot b_x \cdot (\vec{j} \times \vec{i}) + a_y \cdot b_y \cdot (\vec{j} \times \vec{j}) +$$

$$+a_y \cdot b_z \cdot \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z \cdot b_x \cdot \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z \cdot b_y \cdot \left(\vec{k} \times \vec{j}\right) + a_z \cdot b_z \cdot \left(\vec{k} \times \vec{k}\right) = 0 +$$

$$+a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} + a_x \cdot b_z \cdot (-\vec{j}) + a_y \cdot b_x \cdot \left(-\vec{k}\right) + 0 + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} + a_z \cdot b_y \cdot$$

$$(-\vec{i}) + 0 = a_x \cdot b_y \cdot \vec{k} - a_x \cdot b_z \cdot \vec{j} - a_y \cdot b_x \cdot \vec{k} + a_y \cdot b_z \cdot \vec{i} + a_z \cdot b_x \cdot \vec{j} - a_z \cdot b_y \cdot \vec{i} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{i} + (-\, a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k}$$

$$\left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} + (-\, a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$\left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} + (-\, a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$\left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} + (-\, a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{\imath}$$

$$\left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} + (-\, a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{\jmath}$$

$$\left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} + (-\, a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{\imath} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{\jmath} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{i} + (-\,a_x \cdot b_z + a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \left(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y\right) \cdot \vec{i} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x) \cdot \vec{j} + \left(a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x\right) \cdot \vec{k} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Таким образом, векторное произведение можно найти по формуле:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Рассмотрим некоторые приложения векторного произведения.

Коллинеарность векторов

Если $\vec{a}||\vec{b}$, то $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$, верно и обратное утверждение.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} \Leftrightarrow \vec{a}||\vec{b}.$$

Площадь параллелограмма и треугольника

$S_{\text{пар}} = \left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$ - площадь параллелограмма;

$S_{\text{тр}} = \frac{1}{2}\left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$ - площадь треугольника.

Благодарим за внимание!