СОЧЕТАН ИЯ

Сочетан
ия

Число всех выборов n элементов из m данных без учёта порядка называют числом сочетаний из m элементов по n.

1. **Все сочетания отличаются друг от друга хотя бы одним элементом;**
2. **Порядок элементов здесь не существенен;**

Разница между сочетанием и размещением заключается в том, что если в размещении переставить местами элементы, то получится другое размещение, но сочетание не зависит от порядка входящих в него элементов.

Сочетания

Число всех выборов n элементов из m данных **без учёта порядка** называют числом **сочетаний из m элементов по n**.

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{n!}$$

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!\,n!}$$

Найдите:

Число сочетаний из 6 по 3:

$$C_6^3 = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 3} = 20;$$

Число сочетаний из 4 по 4:

$$C_4^4 = \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 1;$$

Задача №1

Из 20 учащихся надо выбрать двух дежурных.
Сколькими способами это можно сделать?

<u>Решение:</u>

Надо выбрать двух человек из 20.
Ясно, что от порядка выбора ничего не зависит, то есть

Иванов  - Петро  или Петро  - Иван  - это одна

и та же пара дежурных. Следовательно, это будут сочетания из 20 по 2.

$$C_{20}^{2} = \frac{20 \cdot 19}{1 \cdot 2} = 190$$

Задача №2.

У Минотавра в лабиринте томятся 25 пленников.

а)Сколькими способами он может выбрать себе трёх из них на завтрак, обед и ужин?

б)А сколько существует способов, чтобы отпустить трёх пленников на свободу?

Решение:

А) Порядок важен.

$$A_{25}^{3} = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$$

Б) **Порядок не важен**

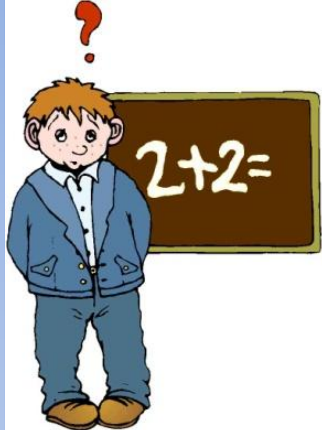
$$C_{25}^{3} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2300$$

Задача №3

- В классе 27 учеников, из них нужно выбрать троих. Сколькими способами это можно сделать, если:

а) первый ученик должен решить задачу, второй — сходить за мелом, третий — пойти дежурить в столовую;

б) им следует спеть хором?



Р е ш е н и е. В случае а) порядок важен, а в случае б) — нет. Значит, в первом случае получим A_{27}^3, во втором — C_{27}^3.

а) $A_{27}^3 = 27 \cdot 26 \cdot 25 = 17550$;

б) $C_{27}^3 = \dfrac{A_{27}^3}{3!} = \dfrac{27 \cdot 26 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 9 \cdot 13 \cdot 25 = 2925$. ◁■

Задача №4

Сколькими различными способами из семи участников математического кружка можно составить команду из двух человек для участия в олимпиаде?

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!\cdot 5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 5!} = \frac{6\cdot 7}{2} = 21$$

Задача №5

В отделе работают 5 ведущих и 8 старших сотрудников. В командировку надо послать двух ведущих и двух старших научных сотрудников. Сколькими способами может быть сделан выбор?

$$C_5^2 \cdot C_8^2 = \frac{5\cdot 4}{2}\cdot\frac{8\cdot 7}{2} = 280$$

Задача №6

Из перетасованной колоды, состоящей из 36 карт, наугад взяты 4 карты. Какова вероятность того, что все взятые карты тузы?

Задача №7

В партии из 50 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу четыре детали.

Определить, какова вероятность того, что все 4 детали окажутся бракованными.

Всего исходов:

$$C_{50}^{4} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4900$$

Благоприятных исходов:

$$C_{10}^{4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$$

Вероятность:

$$p = \frac{210}{4900} = \frac{3}{70}$$

Составим таблицу:

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	m элементов n клеток	m элементов n клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$	$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!}$