

**СОЧЕТАН
ИЯ**

Сочетан

ия

Число всех выборов n элементов из m данных **без учёта порядка** называют числом **сочетаний из m элементов по n** .

1. Все сочетания отличаются друг от друга хотя бы одним элементом;
2. Порядок элементов здесь не существен;

Разница между сочетанием и размещением заключается в том, что если в размещении переставить местами элементы, то получится другое размещение, но сочетание не зависит от порядка входящих в него элементов.

Сочетан

ия

Число всех выборов n элементов из m данных **без учёта порядка** называют числом **сочетаний из m элементов по n** .

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{n!} \quad C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!}$$

Найдите:

Число сочетаний из 6 по 3:

$$C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 20;$$

Число сочетаний из 4 по 4:

$$C_4^4 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 1;$$

Задача №1

Из 20 учащихся надо выбрать двух дежурных.
Сколькими способами это можно сделать?



Решение:

Надо выбрать двух человек из 20.

Ясно, что от порядка выбора ничего не зависит, то есть

Иванов  - Петров  или Петров  - Иванов  - это одна

и та же пара дежурных. Следовательно, это будут сочетания из 20 по 2.

$$C_{20}^2 = \frac{20 \cdot 19}{1 \cdot 2} = 190$$

Задача №2.

У Минотавра в лабиринте томятся 25 пленников.

а) Сколькими способами он может выбрать себе трёх из них на завтрак, обед и ужин?

б) А сколько существует способов, чтобы отпустить трёх пленников на свободу?

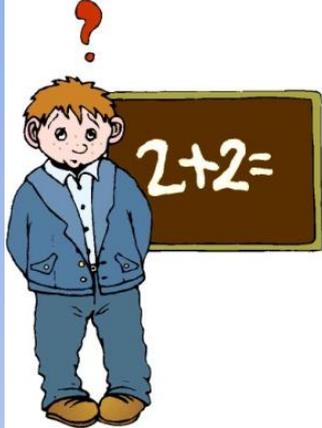
Решение:

А) Порядок важен. $A_{25}^3 = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$

Б) Порядок не важен $C_{25}^3 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2300$

Задача №3

- В классе 27 учеников, из них нужно выбрать троих. Сколькими способами это можно сделать, если:
 - а) первый ученик должен решить задачу, второй — сходить за мелом, третий — пойти дежурить в столовую;
 - б) им следует спеть хором?



Р е ш е н и е. В случае а) порядок важен, а в случае б) — нет.
Значит, в первом случае получим A_{27}^3 , во втором — C_{27}^3 .

$$\text{а) } A_{27}^3 = 27 \cdot 26 \cdot 25 = 17550;$$

$$\text{б) } C_{27}^3 = \frac{A_{27}^3}{3!} = \frac{27 \cdot 26 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 9 \cdot 13 \cdot 25 = 2925.$$



Задача №4

Сколькими различными способами из семи участников математического кружка можно составить команду из двух человек для участия в олимпиаде?

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$

Задача №5

В отделе работают 5 ведущих и 8 старших сотрудников. В командировку надо послать двух ведущих и двух старших научных сотрудников. Сколькими способами может быть сделан выбор?

$$C_5^2 \cdot C_8^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 280$$



Задача №6

Из перетасованной колоды, состоящей из 36 карт, наугад взяты 4 карты. Какова вероятность того, что все взятые карты тузы?

Задача №7

В партии из 50 деталей находятся 10 бракованных.

Вынимают из партии наудачу четыре детали.

Определить, какова вероятность того, что все 4 детали окажутся бракованными.

Всего исходов: $C_{50}^4 = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4900$

Благоприятных исходов: $C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$

Вероятность: $p = \frac{210}{4900} = \frac{3}{70}$

Составим таблицу:

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	m элементов n клеток	m элементов n клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$	$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!}$