Лекция № 3

Моменты случайных функций

Дисциплина: “Статистическая теория радиотехнических систем”

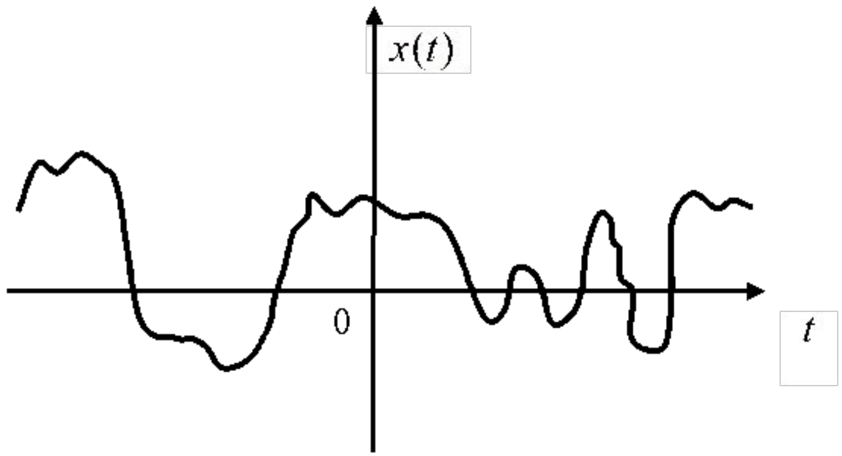

Рис. 1.1 – Случайный процесс

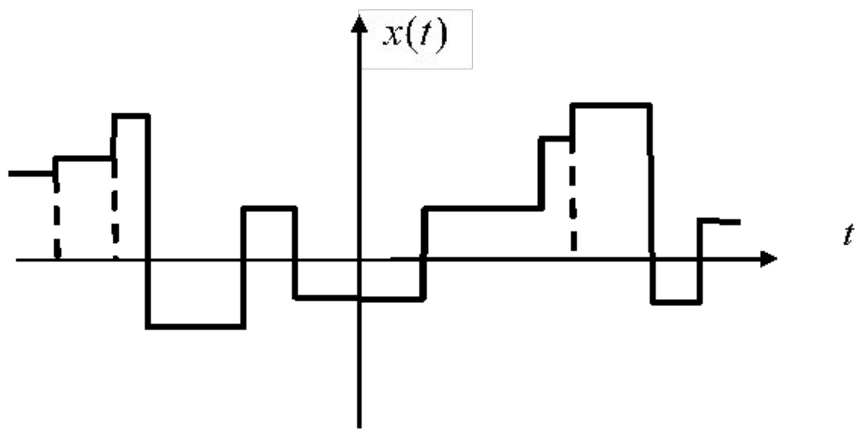

Рис. 1.2 – Дискретный случайный процесс

Процессы с независимыми значениями

$$w_n(x_1, x_2 \dots x_n; t_1, t_2 \dots t_n) = \prod_{i=1}^{n} w_1(x_i, t_i) \tag{1.1}$$

Процессы с некоррелированными значениями

$$M\{\xi(t_1)\xi(t_2)\} = M\{\xi(t_1)\}M\{\xi(t_2)\} \tag{1.2}$$

Процессы с независимыми приращениями

$t_1 < t_2 < \dots < t_n$ $(n \geq 3)$ разности значений процесса $\xi(t_2) - \xi(t_1)$ взаимно независима.

Процессы с некоррелированными приращениями

$$M\{[\xi(t_2) - \xi(t_1)][\xi(t_4) - \xi(t_3)]\} =$$

$$= M\{\xi(t_2) - \xi(t_1)\}M\{\xi(t_4) - \xi(t_3)\} \tag{1.3}$$

при любых моментах времени $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$

Марковские процессы

$$w_n(x_n, t_n | x_1 \dots \dots . x_{n-1}, t_1 \dots \dots . t_{n-1}) = w_2(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}), t_n > t_{n-1}, n > 2 \tag{1.4}$$

$$w_n(x_1, x_2, \dots \dots x_n; t_1, t_2, \dots \dots t_n) = w_1(x_1, t_1) \prod_{i=2}^{n} w_2(x_i, t_i | x_{i-1}, t_{i-1}) \tag{1.5}$$

Стационарные процессы

$$m_x(t) = const$$

$$K_x(t_1, t_2) = K_x(t_1 - t_2) = K_x(\tau) \qquad (1.6)$$

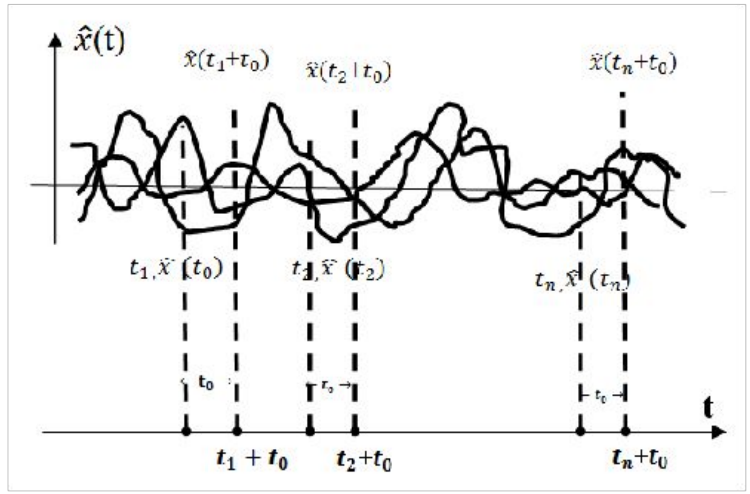

Рис. 1.3 – Стационарные случайные процессы.

$$w_n(x_1, x_2, \dots \dots x_n; t_1, t_2, \dots \dots t_n) = w_n(x_1, x_2, \dots \dots x_n; t_1 + t_0, t_2 + t_0, \dots \dots t_n + t_0) \qquad (1.7)$$

$$w_n(x_1, x_2, \dots \dots x_n; t_1, t_2, \dots \dots t_n) = w_n(x_1, x_2, \dots \dots x_n; 0, t_2 - t_1, \dots \dots, t_n - t_1) \qquad (1.8)$$

Вытекают следующие свойства процесса

$$w_1(x; t) = w_1(x; t + t_0) = w_1(x) \qquad (1.9)$$

$$w_2(x_1, x_2, t_1, t_2) = w_2(x_1, x_2, t_1 + t_0, t_2 + t_0) = w_2(x_1, x_2, t_2 - t_1) = w_2(x_1, x_2, \tau) \qquad (1.10)$$

$$m_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x w_1(x, t) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x w_1(x) dx = m_x = const \qquad (1.11)$$

$$K_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_x)(x_2 - m_x) w_2(x_1, x_2, \tau) dx_1 dx_2 \qquad (1.12)$$

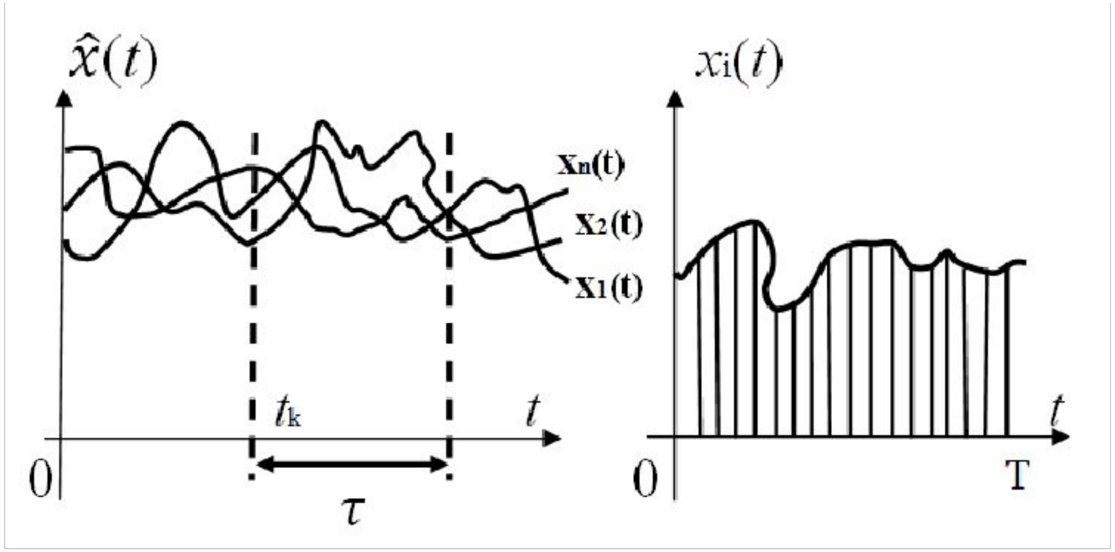

Рис. 1.4 – сечение случайного процесса $\hat{x}(t_k)$ и возможные значения реализаций в момент t_k: $x_1(t_k), x_2(t_k), \dots \dots ., x_n(t_k)$

$$\hat{m}(t_k) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i(t_k)}{n} \tag{1.13}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i(t_k)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i(t_k+\tau)}{n} \tag{1.14}$$

$$\lim_{n\to\infty} m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x\, w(x)\, dx \tag{1.15}$$

$$\bar{x} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} x\, w(x)\, dx = m_x \tag{1.16}$$

$$D_x = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T [x_i(t) - m_x]^2 dt \tag{1.17}$$

$$K_x(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T [x_i(t) - m_x][x_i(t-\tau) - m_x]\, dt \tag{1.18}$$

$$P(x \le x(t) \le x + dx) = f_x(x)dx = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta T_i (x \le x_i(t) \le x + dx)}{T}. \tag{1.19}$$

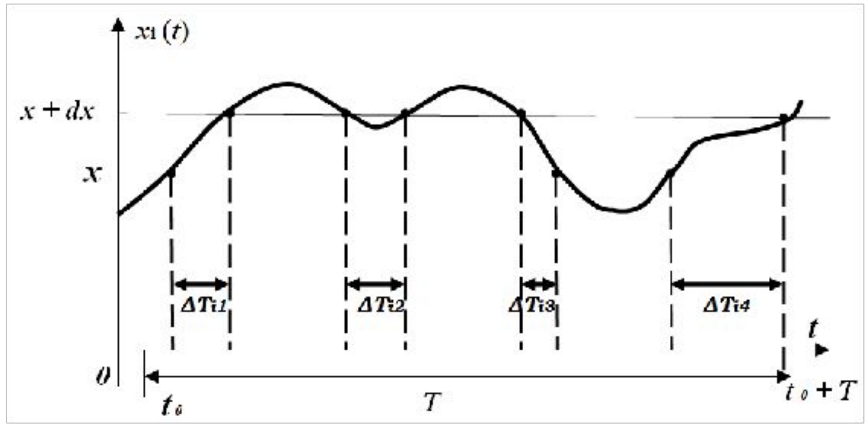

Рис. 1.5 – случайный процесс

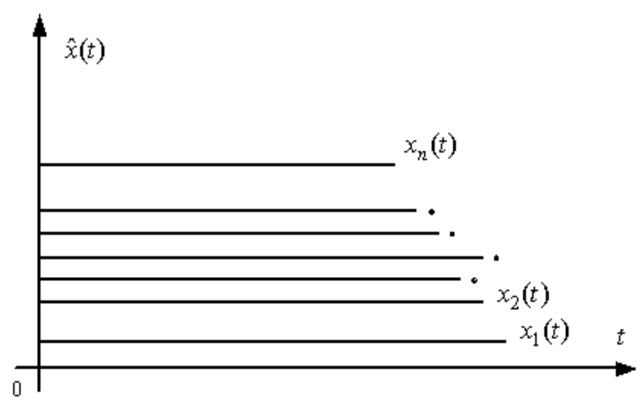

Рис. 1.6- Реализации случайного процесса