

# ТРАНСФОРМАТОРЫ

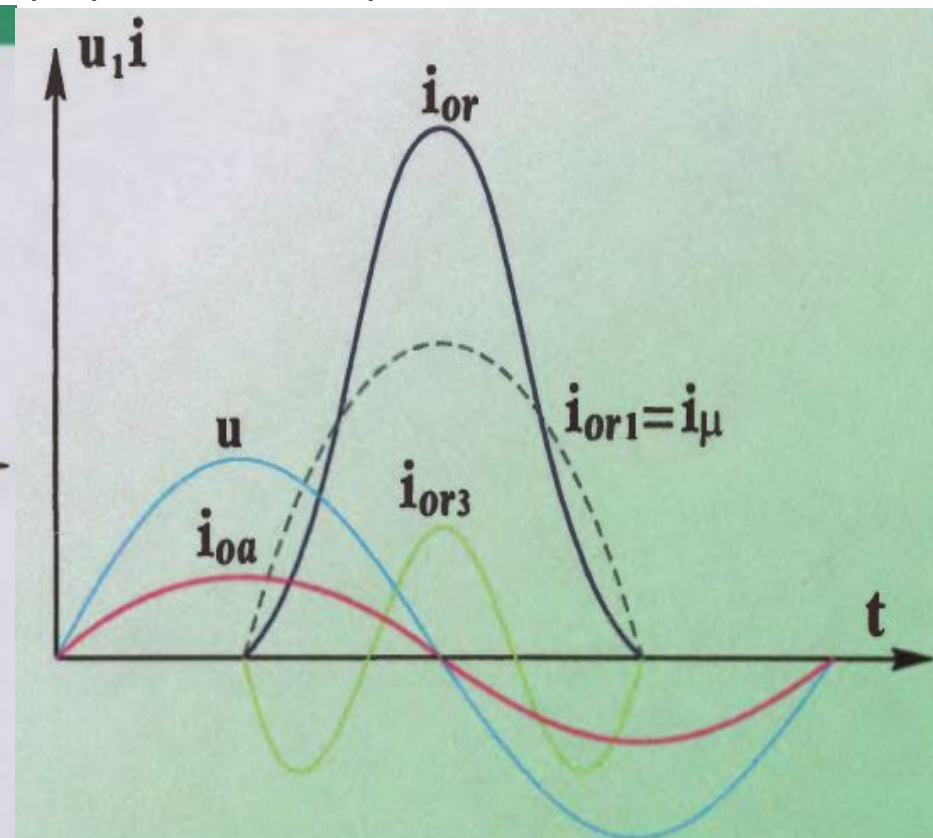
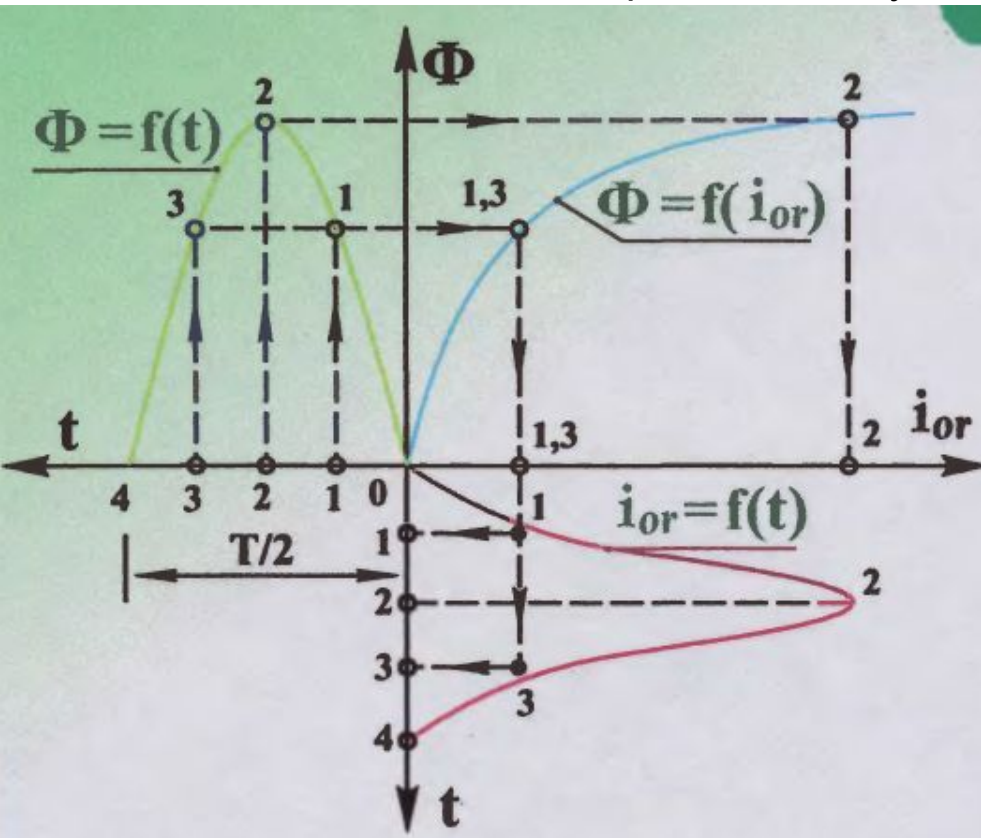
## ЛЕКЦИЯ 2\_1

Намагничивание сердечников трансформаторов.  
Приведение вторичной обмотки к первичной.  
Схема замещения.

# Намагничивание сердечников трансформаторов

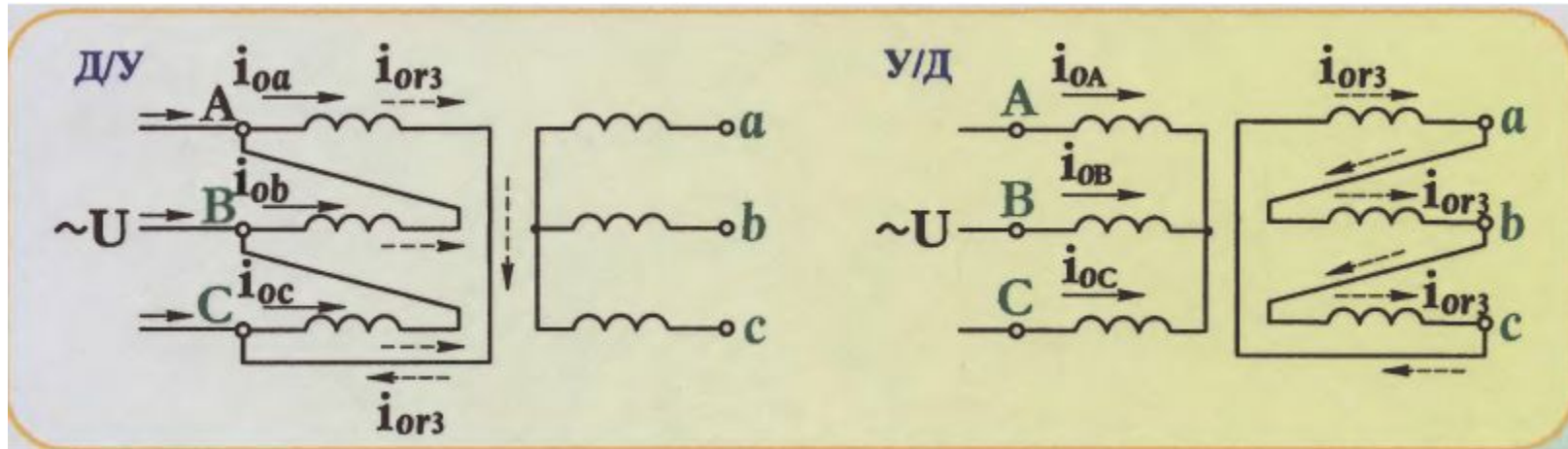
При намагничивании сердечников трансформаторов из-за насыщения магнитной цепи при питании синусоидальным напряжением возникает несинусоидальный намагничивающий ток, содержащий нечетные гармоники.

Так как магнитный поток определяется напряжением (см. лекцию 1, соотношения э. д. с. и напряжения в идеальном трансформаторе), то магнитный поток при синусоидальном напряжении должен быть синусоидален. Тогда форма намагничивающего тока определяется путем графических построений:

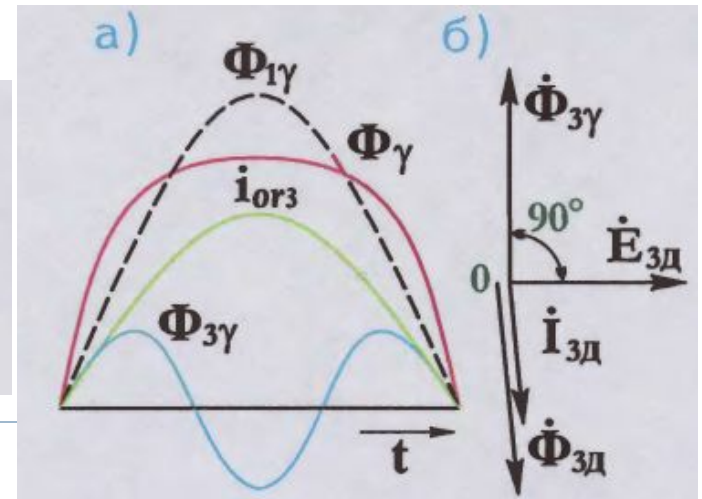


# Намагничивание сердечников трансформаторов

Для предотвращения несинусоидальности э.д.с. в трехфазных трансформаторах предпочтительно соединять обмотки по схеме звезда/треугольник или треугольник/ звезда.

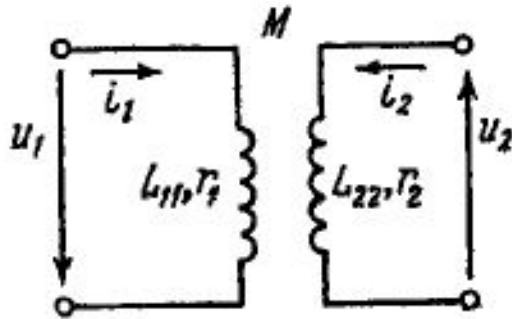


Форма кривой потока в магнитопроводе трёхфазного трансформатора с соединением обмоток по способу У/Д (а) и векторная диаграмма потоков и токов третьей гармоники (б)



# Уравнения напряжения трансформатора

Первичное напряжение  $u_1$  является приложенным, расходуется на падение напряжения  $r_1 i_1$  и уравновешивание э. д. с. первичной обмотки



$$e_1 = - \left( L_{11} \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \right)$$

и состоит поэтому из двух составляющих:  $r_1 i_1$  и  $-e_1$ .

Вторичное напряжение  $u_2$  возникает вследствие индуктирования во вторичной обмотке э. д. с.

$$e_2 = - \left( L_{22} \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \right),$$

и поэтому

$$u_2 = e_2 - r_2 i_2,$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= r_1 \dot{i}_1 + jx_{11} \dot{i}_1 + jx_{12} \dot{i}_2; \\ -U_2 &= r_2 \dot{i}_2 + jx_{22} \dot{i}_2 + jx_{12} \dot{i}_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}; \\ u_2 &= -r_2 i_2 - L_{22} \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}. \end{aligned}$$

$$x_{11} = \omega L_{11}; \quad x_{22} = \omega L_{22}; \quad x_{12} = \omega M$$

# Приведение вторичной обмотки к первичной

Представим себе, что реальная вторичная обмотка трансформатора с числом витков  $\omega_2$  заменена воображаемой, или приведенной, обмоткой с числом витков  $\omega'_2 = \omega_1$ . При этом число витков вторичной обмотки изменится в

$$k = \frac{\omega'_2}{\omega_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

раз. Величина  $k$  называется коэффициентом приведения или трансформации.

В результате такой замены, или приведения, э. д. с.  $E'_2$  и напряжение  $U'_2$  приведенной обмотки также изменяются в  $k$  раз по сравнению с величинами  $E_2$  и  $U_2$  реальной вторичной обмотки:

$$\dot{E}'_2 = k\dot{E}_2; \quad \dot{U}'_2 = k\dot{U}_2.$$

Чтобы мощности приведенной и реальной обмоток при всех режимах работы были равны, необходимо соблюдать равенство

$$\dot{U}'_2 \dot{I}'_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2,$$

где  $I'_2$  — приведенный вторичный ток. Отсюда

$$I'_2 = I_2/k.$$

# Приведение вторичной обмотки к первичной

сделаем в уравнениях напряжения трансформатора подстановки:

$$\dot{U}_2 = U'_2/k, \quad \dot{I}_2 = k\dot{I}'_2,$$

что в математическом отношении соответствует переходу от исходных реальных переменных  $U_2, I_2$  к новым (приведенным) переменным  $U'_2, I'_2$ . Умножив при этом второе из уравнений на  $k$ , получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= r_1\dot{I}_1 + jx_{11}\dot{I}_1 + jkx_{12}\dot{I}'_2; \\ -U'_2 &= k^2r_2\dot{I}'_2 + jk^2x_{22}\dot{I}'_2 + jkx_{12}\dot{I}_1. \end{aligned} \right\}$$

При переходе к электрической связи двух цепей в соответствующей схеме замещения должна появиться общая для обеих цепей ветвь, которая обтекается суммой токов обеих цепей  $I_1 + I'_2$ . Соответственно этому в уравнениях напряжений этих цепей должны появиться одинаковые члены с множителями  $(I_1 + I'_2)$ . Из уравнений видно, что для получения в них таких членов нужно прибавить к первому из этих уравнений и вычесть из него член  $jkx_{12}\dot{I}_1$  и прибавить ко второму и вычесть из него член  $jkx_{12}\dot{I}'_2$ . При этом получим

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= r_1\dot{I}_1 + j(x_{11} - kx_{12})\dot{I}_1 + jkx_{12}(\dot{I}_1 + \dot{I}'_2); \\ -U'_2 &= k^2r_2\dot{I}'_2 + j(k^2x_{22} - kx_{12})\dot{I}'_2 + jkx_{12}(\dot{I}_1 + \dot{I}'_2). \end{aligned} \right\}$$

# Приведение вторичной обмотки к первичной

---

Введем следующие наименования и обозначения:

1) приведенное активное сопротивление вторичной обмотки

$$r'_2 = k^2 r_2,$$

2) приведенное взаимное индуктивное сопротивление

$$x'_{12} = kx_{12};$$

3) индуктивное сопротивление рассеяния первичной обмотки

$$x_1 = x_{11} - kx_{12};$$

# Уравнения напряжений приведенного трансформатора

$$x_1 = x_{11} - kx_{12};$$

4) приведенное индуктивное сопротивление рассеяния вторичной обмотки

$$x'_2 = k^2 x_{22} - kx_{12} = x'_{22} - x'_{12} = k^2 x_2,$$

где

$$x_2 = x_{22} - \frac{x_{12}}{k}$$

представляет собой неприведенное индуктивное сопротивление рассеяния вторичной обмотки.

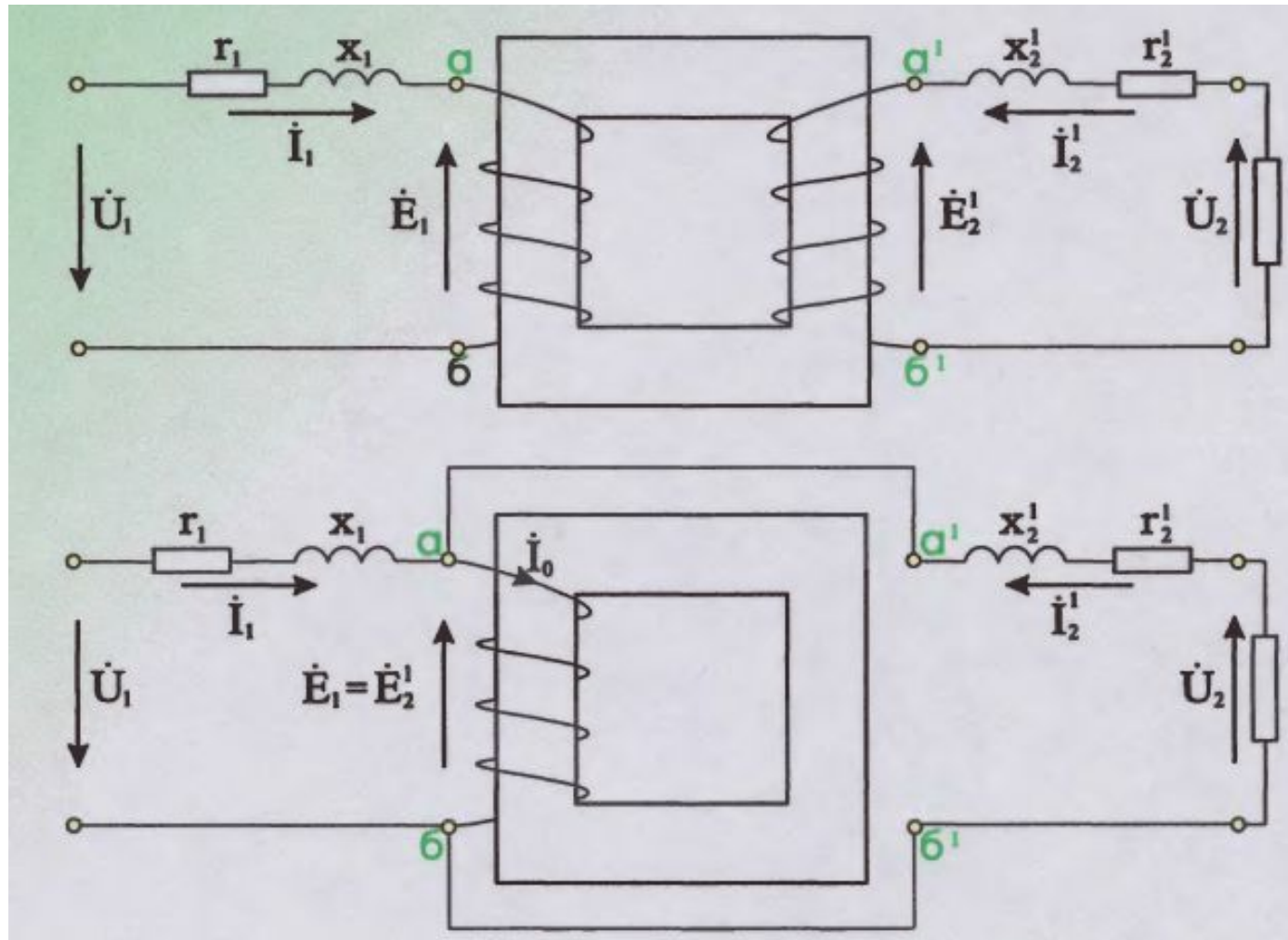
Введя перечисленные приведенные величины в уравнения, получим уравнения напряжения приведенного трансформатора:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1 + jx'_{12} (\dot{I}_1 + \dot{I}'_2); \\ -\dot{U}'_2 &= r'_2 \dot{I}'_2 + jx'_2 \dot{I}'_2 + jx'_{12} (\dot{I}_1 + \dot{I}'_2). \end{aligned}$$

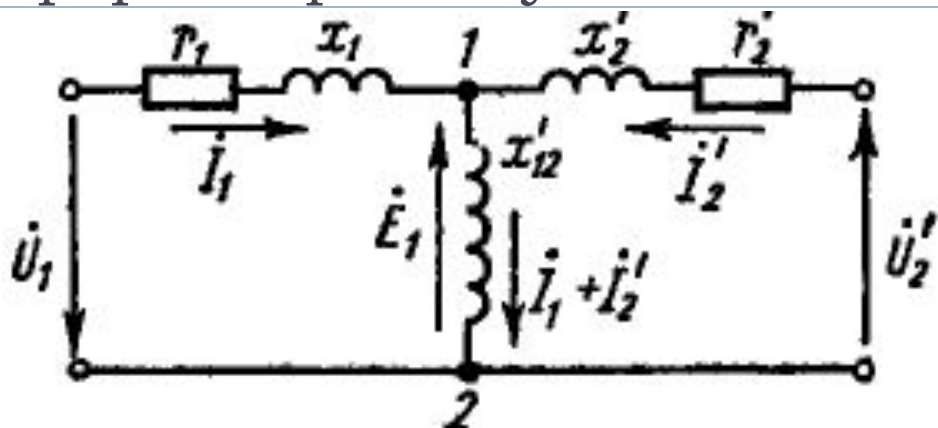
$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 r_1 + j\dot{I}_1 x_1; \\ \dot{U}'_2 &= \dot{E}_2 - \dot{I}'_2 r'_2 - j\dot{I}'_2 x'_2; \end{aligned}$$



# Схема замещения двухобмоточного трансформатора без учета магнитных потерь



# Схема замещения двухобмоточного трансформатора без учета магнитных потерь



$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1 + jx_{12}' (\dot{I}_1 + \dot{I}_2'); \\ -\dot{U}_2' &= r_2 \dot{I}_2' + jx_2 \dot{I}_2' + jx_{12}' (\dot{I}_1 + \dot{I}_2'). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 r_1 + j\dot{I}_1 x_1 \\ \dot{U}_2' &= \dot{E}_2' - \dot{I}_2' r_2' - j\dot{I}_2' x_2' \\ \dot{I}_M &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2' \end{aligned}$$

## Схема замещения двухобмоточного трансформатора с учетом магнитных потерь

Схема замещения с учетом магнитных потерь. Потери в стали сердечника  $\rho_{\text{мг}}$  при заданной частоте пропорциональны следующим величинам:

$$\rho_{\text{мг}} \sim B_c^2 \sim \Phi_c^2 \sim E_1^2.$$

Таким образом, потери  $\rho_{\text{мг}}$  пропорциональны квадрату напряжения  $U_{12}$  на зажимах 1—2 намагничивающей цепи схемы замещения.

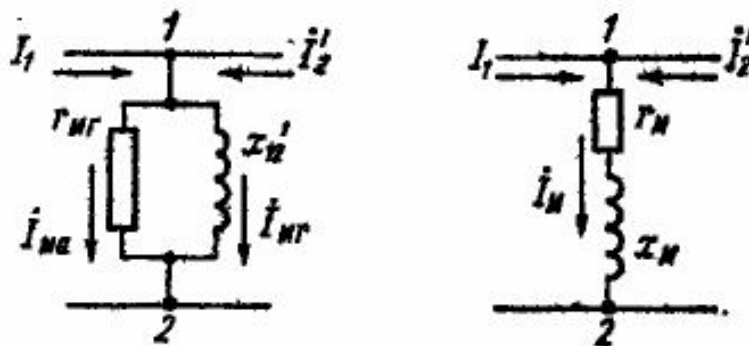
Если к этим зажимам параллельно  $x'_{12}$  подключить активное сопротивление  $r_{\text{мг}}$ , как показано на рис.

то потери в этом сопротивлении также будут пропорциональны  $U_{12}^2$ . Величину сопротивления  $r_{\text{мг}}$  можно подобрать так, чтобы потери в нем равнялись магнитным потерям:

$$\rho_{\text{мг}} = \frac{m_1 U_{12}^2}{r_{\text{мг}}} = \frac{m_1 E_1^2}{r_{\text{мг}}}.$$

Отсюда

$$r_{\text{мг}} = \frac{m_1 E_1^2}{\rho_{\text{мг}}}.$$



Намагничивающая цепь схемы замещения с учетом магнитных потерь

## Схема замещения двухобмоточного трансформатора с учетом магнитных потерь

Схема с двумя параллельными ветвями намагничивающей цепи хорошо согласовывается с реальными физическими явлениями. Однако расчеты на основе схемы замещения вести удобнее, если объединить две параллельные ветви схемы в одну общую ветвь. Тогда сопротивление этой ветви

$$Z_M = \frac{r_{MG} / jx'_{12}}{r_{MG} + jx'_{12}} = \frac{r_{MG} x'_{12}{}^2}{r_{MG}^2 + x'_{12}{}^2} + j \frac{r_{MG}^2 x'_{12}}{r_{MG}^2 + x'_{12}{}^2} = r_M + jx_M$$

Так как  $r_{MG} \gg x'_{12}$ , то

$$r_M \approx \frac{x'_{12}{}^2}{r_{MG}}; \quad x_M \approx x'_{12}$$

