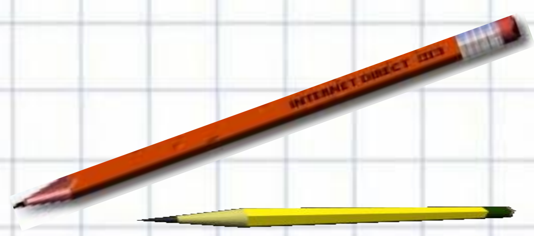
Понятие о производной функции.



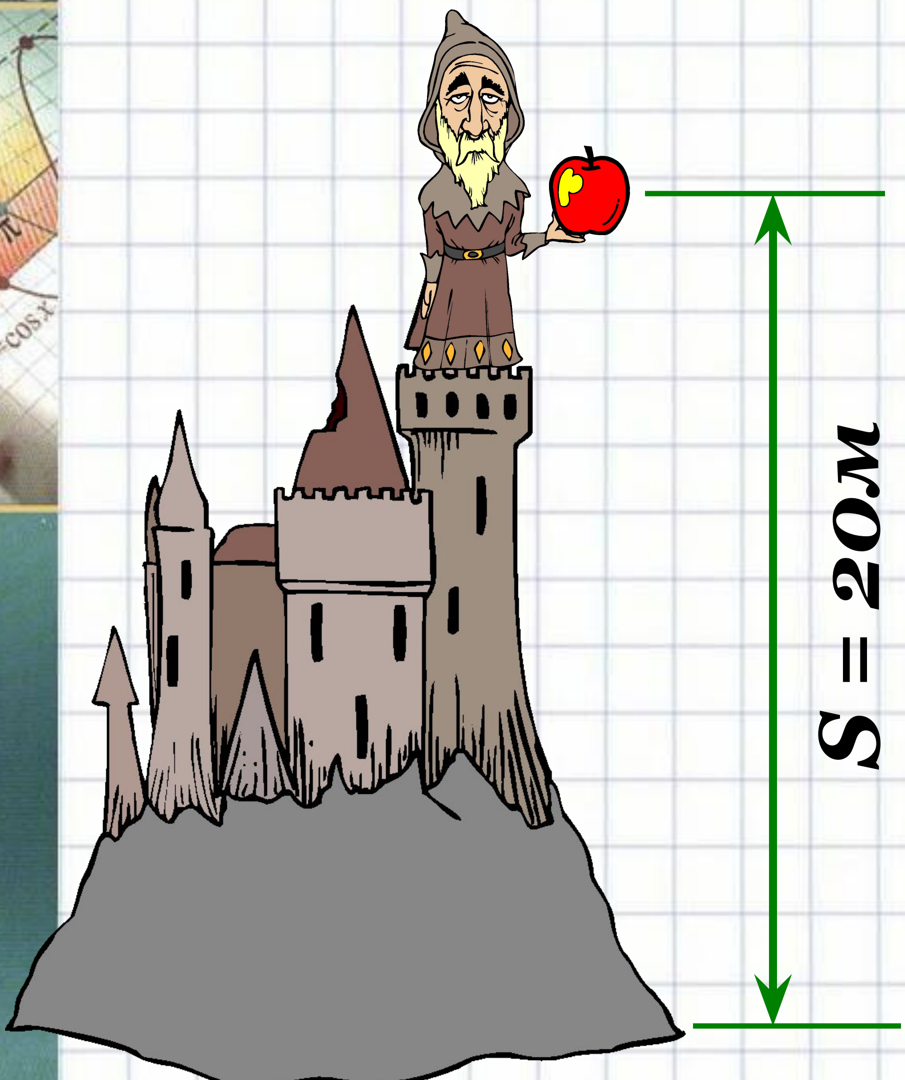
Задача №1

- **Свободно падающее тело за время t проходит расстояние**

$$S = \frac{gt^2}{2}$$

- **Найти мгновенную скорость тела в момент времени t, если**

$S = 20$ м $\qquad g \approx 10$ м/с^2



Т.к. $$S = \frac{gt^2}{2}$$

то $$20 = \frac{10t^2}{2}$$

$t = 2$ с,

По формуле

$v = gt$

найдем мгновенную скорость

$v = 10 \cdot 2 = 20$ м/с

Задача №2

По прямой, на которой заданы начало отсчета, единица измерения (метр) и направление, движется некоторое тело (материальная точка). Закон движения задан формулой S=S(t), где t – время (в секундах), S(t) – положение тела на прямой (координата движущейся материальной точки) в момент времени t по отношению к началу отсчета (в метрах). Найти скорость движения тела в момент времени t (в м/с).

Решение:

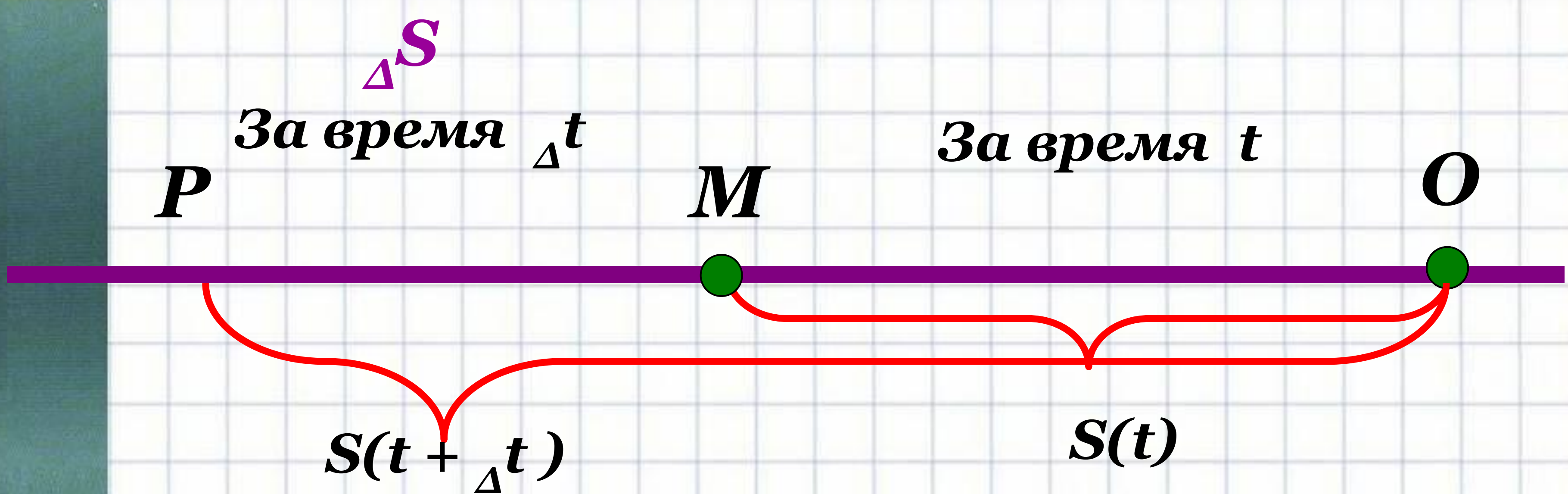
Дадим аргументу t приращение Δt, и рассмотрим ситуацию в момент времени $t+\Delta t$.

Значит, за Δt секунд тело переместилось из точки M в точку P.

Имеем: $MP = OP - OM = S(t+\Delta t) - S(t) = \Delta S$

Тогда средняя скорость движения точки за этот промежуток времени равна отношению

$$v_{средняя} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$



Рассмотрим, как связаны между собой средняя и

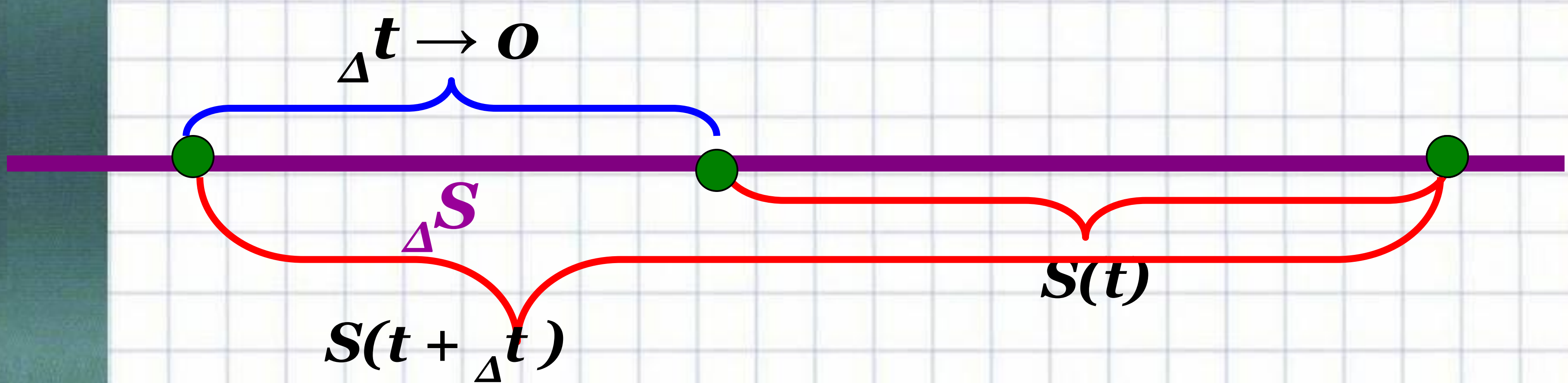
Число $\upsilon(t)$ называют пределом данного отношения при $\Delta t \to 0$

…едняя $=$

…кое скорость $\upsilon(t)$ в момент времени (ее называют **мгновенной скоростью**)?

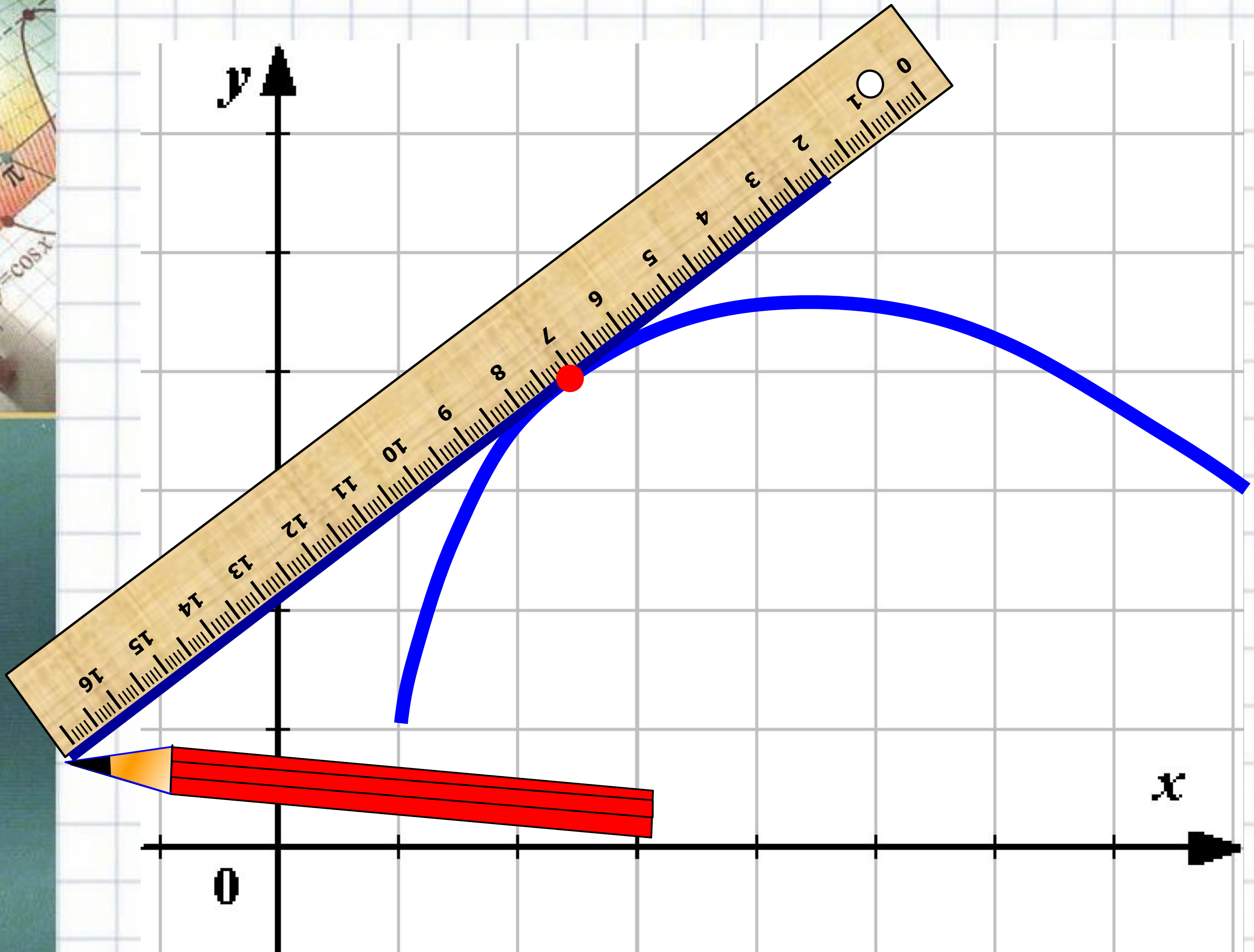
Это средняя скорость движения за промежуток времени Δt, при условии, что Δt выбирается все меньше и меньше; точнее при условии, что $\Delta t \to 0$.

$$\upsilon(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$



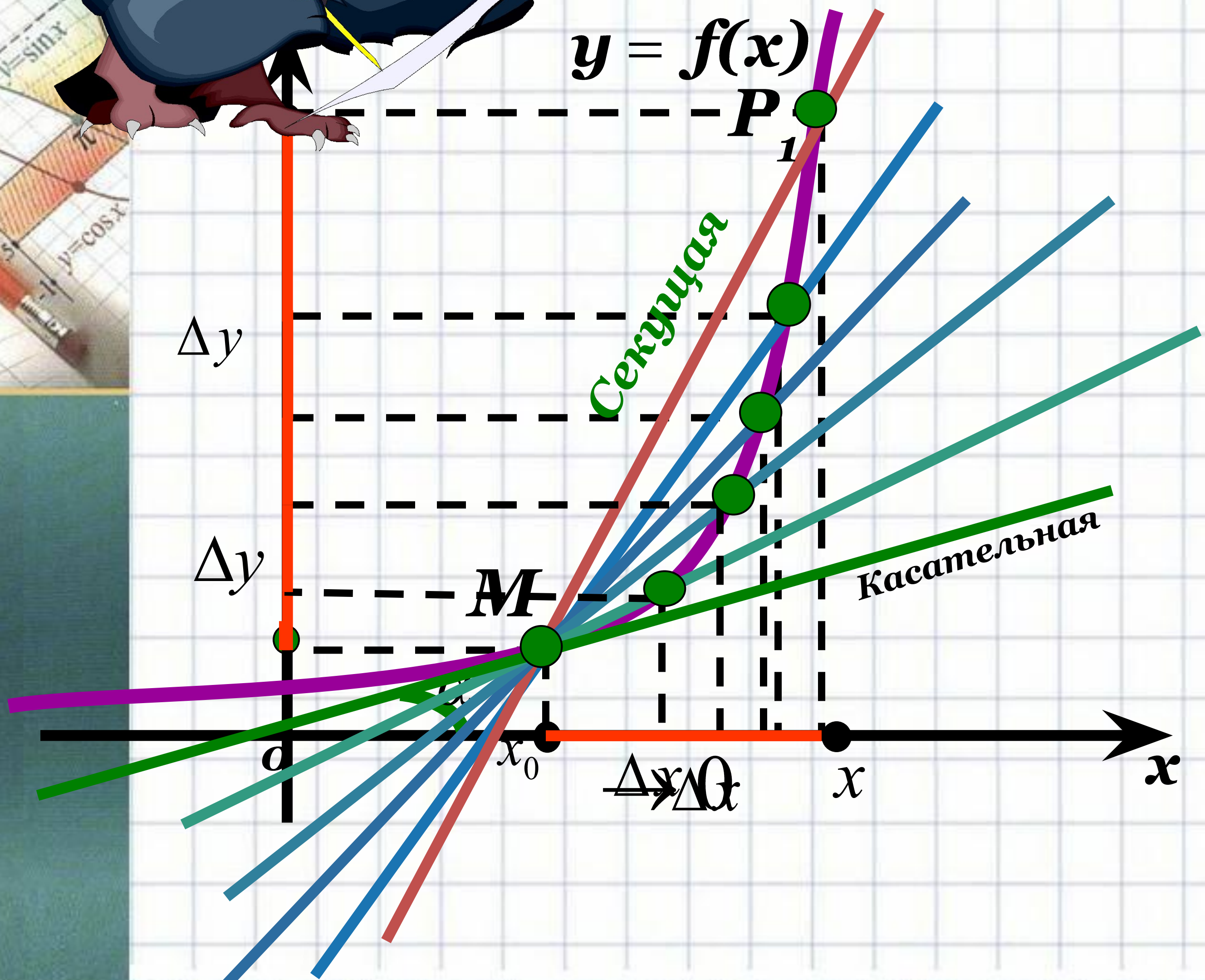
Касательная к кривой.

Термином «касательная» мы уже пользовались (на интуитивном уровне) в курсе алгебры 7 – 9 класса



Обычно касательную определяют следующим образом:

Касательной к кривой в точке M называют предельное положение секущей

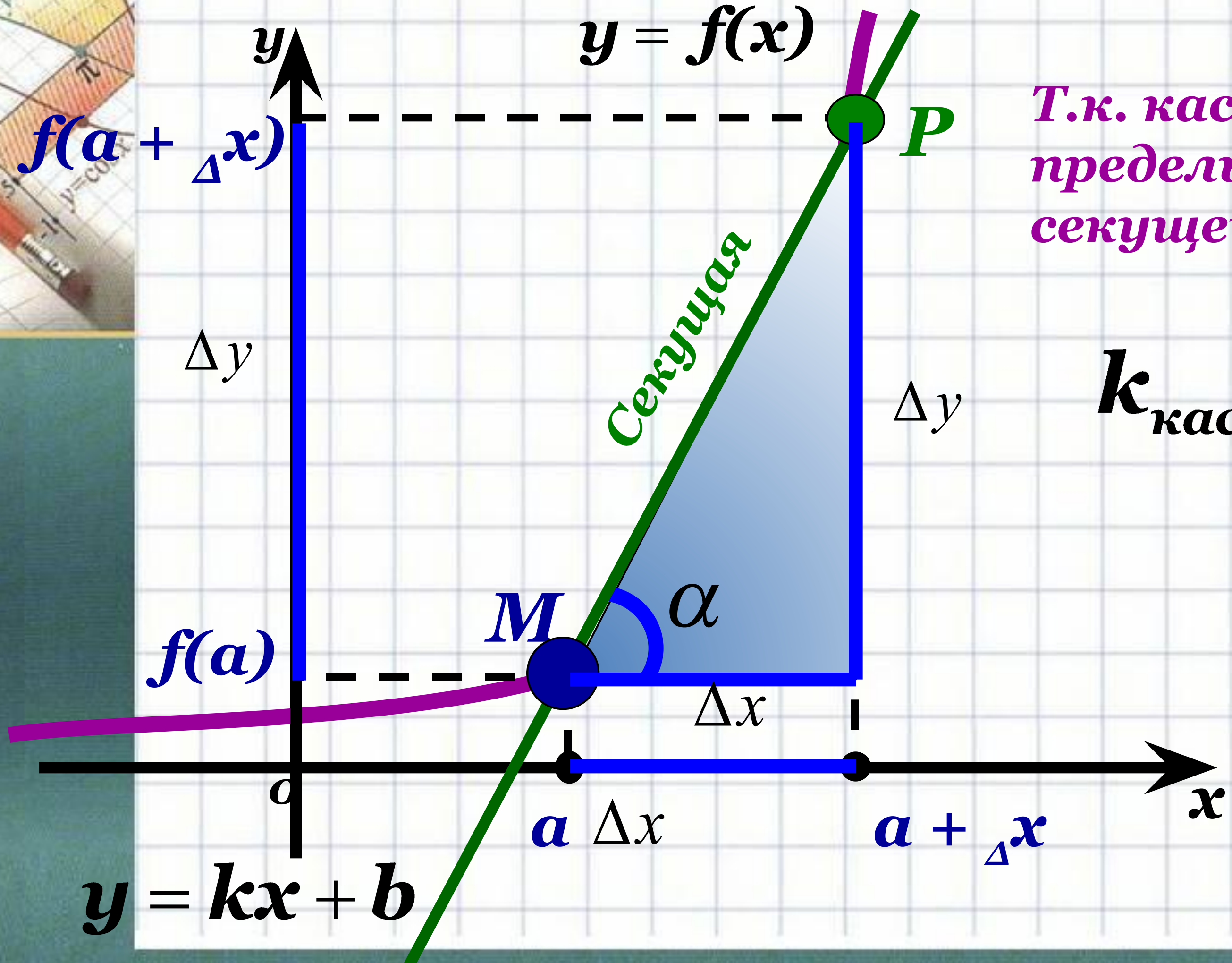


Задача №3

Дан график функции $y = f(x)$. На нем выбрана точка $M(a; f(a))$, в этой точке к графику функции проведена касательная (предполагается, что она существует). Найти угловой коэффициент касательной.

Угловой коэффициент секущей МР, т.е. тангенс угла между секущей и осью х, вычисляется по формуле

$$k_{сек} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Т.к. касательная есть предельное положение секущей

$$k_{кас} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- *Итак, две различные задачи привели к одной и той же математической модели – пределу отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю*

- *Многие задачи физики, химии, экономики и т.д. приводят в процессе решения к такой же модели. Значит, эту **математическую модель** надо специально изучить, т.е.*

  - ***присвоить ей новый термин;***
  - ***ввести для нее обозначение;***
  - ***исследовать свойства новой модели***

- *Пусть функция y =f(x) определена в точке x и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу x приращение Δx, такое, чтобы не выйти из указанной окрестности.*

Предел отношения $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$ называют производной функции y = f(x) в точке x и обозначают f ’ (x).

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

или

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

- **Если $f(x)$ имеет производную в точке x, то эта функция называется дифференцируемой в этой точке**

- **Если $f(x)$ имеет производную в каждой точке промежутка, то говорят, что эта функция имеет производную на этом промежутке**

- **Операция нахождения производной называется дифференцированием**

Пример №1

- Дано: $S(t) = 2t^2$
- Найти : мгновенную скорость

Пример №2

$$(x^2)' = 2x$$

- Найти производную функции

$$f(x) = x^2$$

Пример №3

$$(x^3)' = 3x^2$$

- Найти производную функции

$$f(x) = x^3$$

Примеры №4 и №5 стр. 227

Первые формулы!

$(x^2)'=2x$

$(x^3)'=3x^2$

$c'=0$

$(\text{к}x+\text{в})'=\text{к}$

Самостоятельно:

- **Найти производную**

а) $f(x) = 6 + 7x$ — $f'(x) = 7$

б) $f(x) = x + x^2$ — $f'(x) = 1 + 2x$

в) $f(x) = -2x + 5$ — $f'(x) = -2$