



Понятие о производной функции.





Задача №1

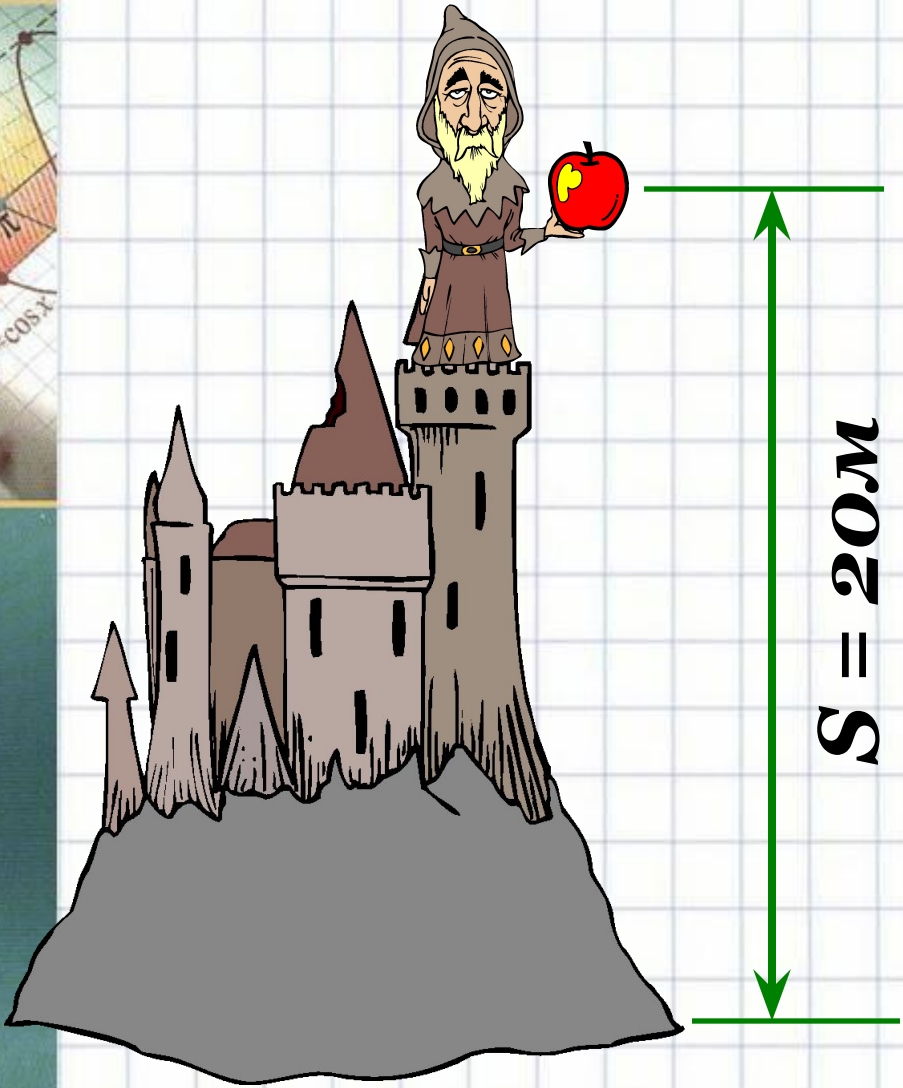
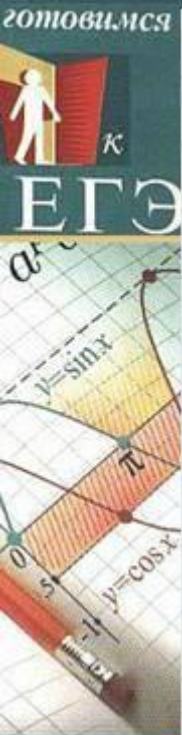
- Свободно падающее тело за время t проходит расстояние

$$S = \frac{gt^2}{2}$$

- Найти мгновенную скорость тела в момент времени t , если

$$S = 20 \text{ м}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$



Т.к. $S = \frac{gt^2}{2}$

то $20 = \frac{10t^2}{2}$

$t = 2 \text{ с,}$

По формуле

$v = gt$

найдем
мгновенную
скорость

$v = 10 \cdot 2 = 20 \text{ м/с}$

Задача

№2

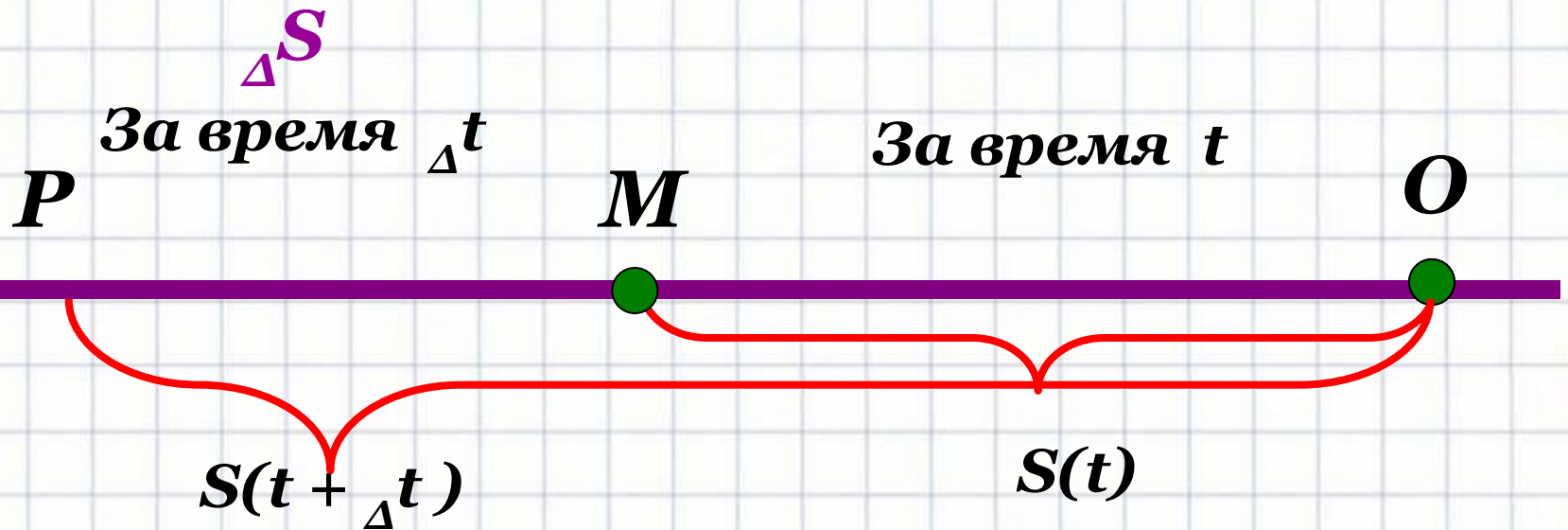
По прямой, на которой заданы начало отсчета, единица измерения (метр) и направление, движется некоторое тело (материальная точка). Закон движения задан формулой $S=S(t)$, где t – время (в секундах), $S(t)$ – положение тела на прямой (координата движущейся материальной точки) в момент времени t по отношению к началу отсчета (в метрах). Найти скорость движения тела в момент времени t (в м/с).



Решение:

Дадим аргументу t приращение Δt , и рассмотрим путь, пройденный объектом за этот промежуток времени. Тогда средняя скорость движения точки за этот промежуток времени равна отношению пройденного пути к времени Δt и равна отношению перемещения из точки M в точку P .

$$\text{Имеем: } MP = OP - OM = \underbrace{v_{\text{средняя}}}_{\Delta t} (S(t + \Delta t) - S(t)) = \Delta S$$





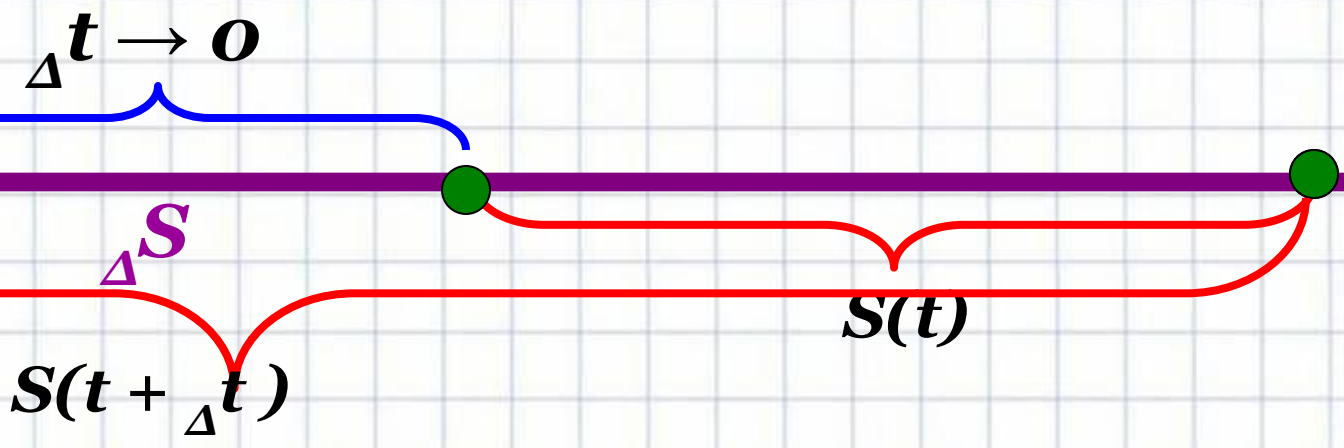
Рассмотрим, как связаны между собой средняя и



Число $v(t)$ называют пределом данного отношения при $\Delta t \rightarrow 0$

Каждая скорость $v(t)$ в момент времени t называют **мгновенной скоростью**)?

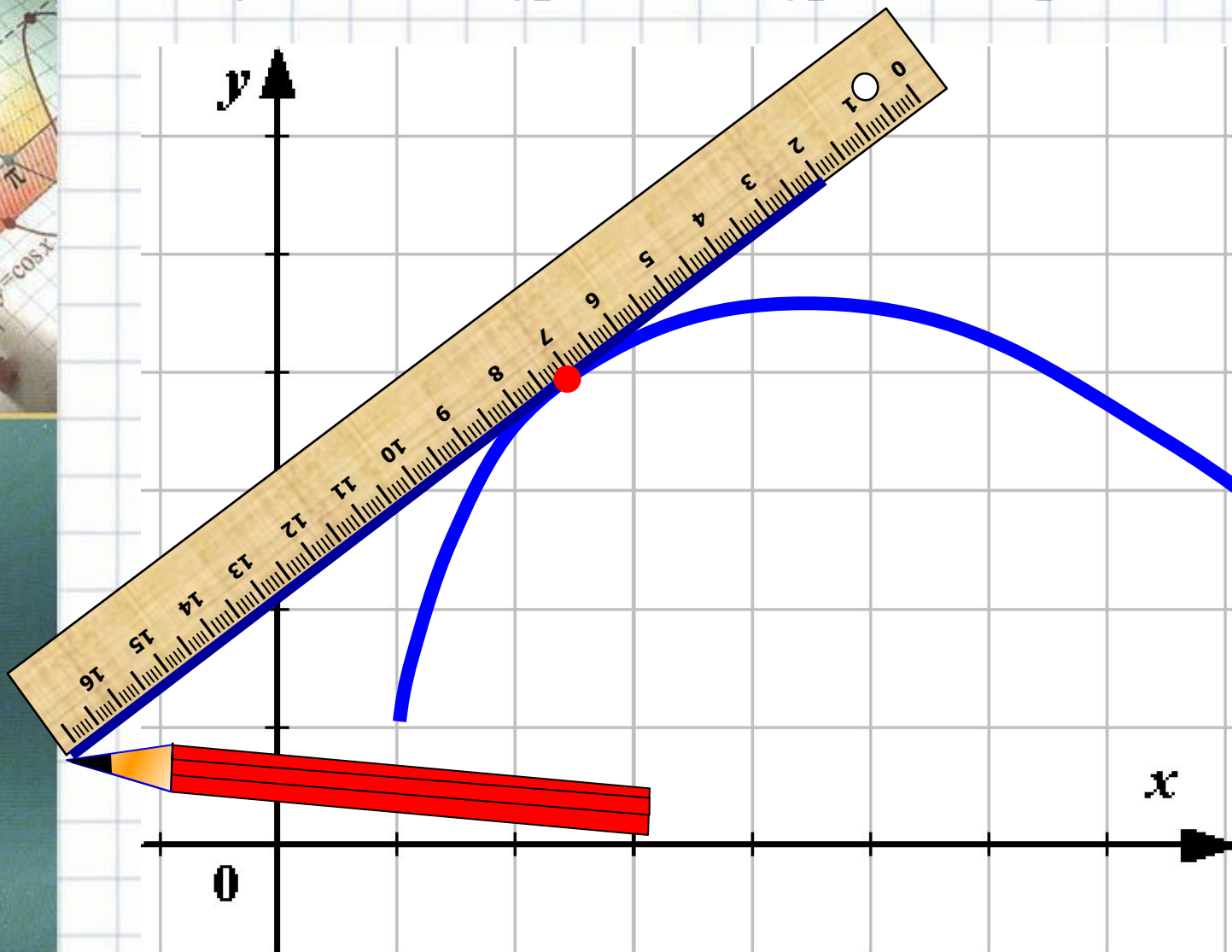
Это средняя скорость движения за ΔS промежуток времени Δt , при условии, что Δt выбирается все меньше и меньше; точнее при условии, что $\Delta t \rightarrow 0$.





Касательная к кривой.

Термином «касательная» мы уже пользовались (на интуитивном уровне) в курсе алгебры 7 – 9 класса



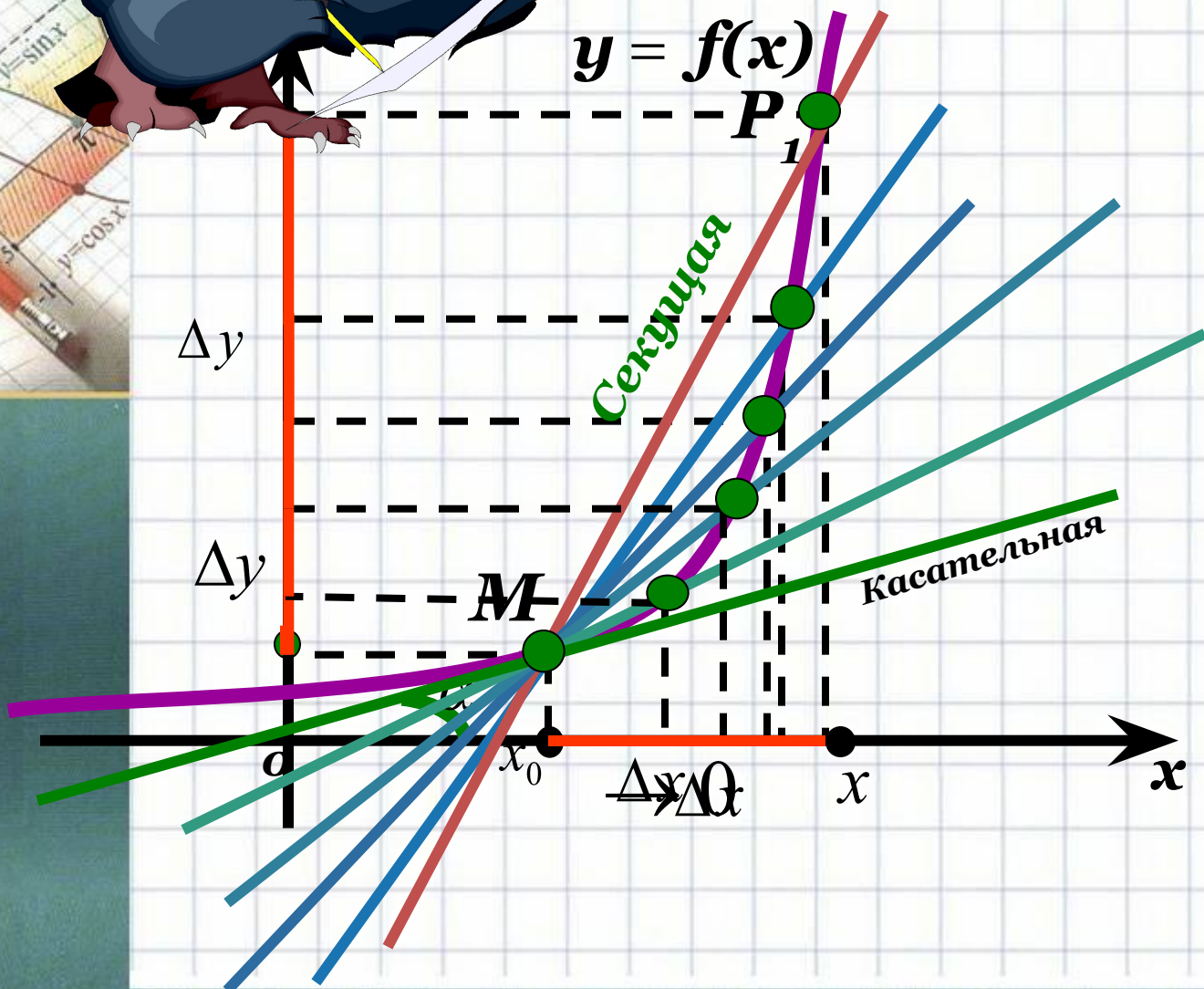


готовимся

к
ЕГЭ

Обычно касательную определяют следующим образом:

Касательной к кривой в точке M называют предельное положение секущей





Задача

№3

Дан график функции $y = f(x)$. На нем выбрана точка $M(a; f(a))$, в этой точке к графику функции проведена касательная (предполагается, что она существует). Найти угловой коэффициент касательной.

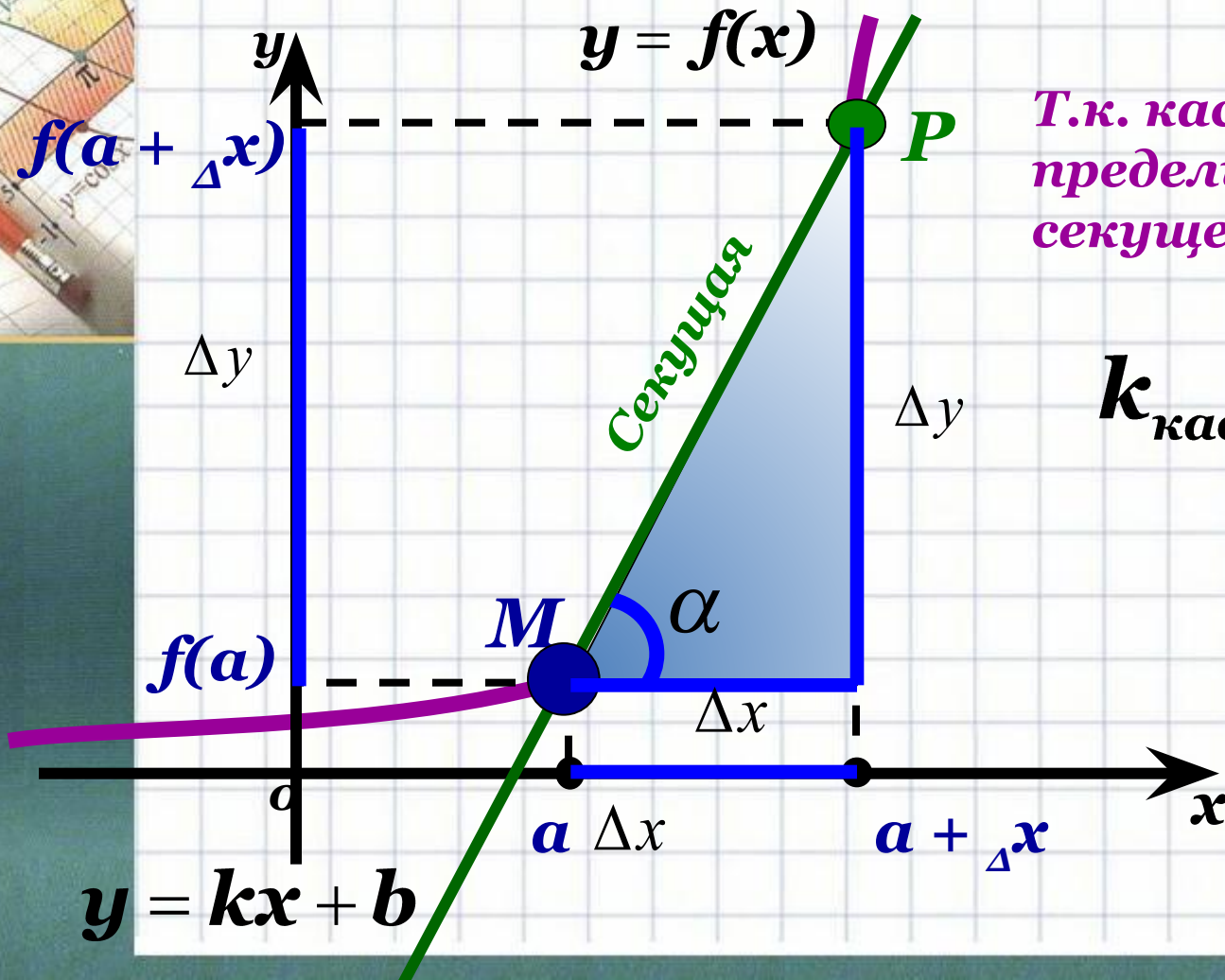


Угловой коэффициент секущей MP , т.е. тангенс угла между секущей и осью x , вычисляется по формуле

$$k_{\text{сек}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Т.к. касательная есть предельное положение секущей

$$k_{\text{кас}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$





- *Итак, две различные задачи привели к одной и той же математической модели – пределу отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю*
- *Многие задачи физики, химии, экономики и т.д. приводят в процессе решения к такой же модели. Значит, эту **математическую модель** надо специально изучить, т.е.*



- *присвоить ей новый термин;*
- *ввести для нее обозначение;*
- *исследовать свойства новой модели*



- Пусть функция $y = f(x)$ определена в точке x и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу x приращение Δx , такое, чтобы не выйти из указанной

Предел отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$ называют производной функции $y = f(x)$ в точке x и обозначают $f'(x)$.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{или}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$





- Если $f(x)$ имеет производную в точке x , то эта функция называется **дифференцируемой** в этой точке

- Если $f(x)$ имеет производную в каждой точке промежутка, то говорят, что эта функция имеет **производную** на этом промежутке

- Операция нахождения производной называется **дифференцированием**



Пример №1

- Дано: $S(t) = 2t^2$
- Найти : мгновенную скорость

Пример №2

$$(x^2)' = 2x$$

- Найти производную функции
 $f(x) = x^2$

Пример №3

$$(x^3)' = 3x^2$$

- Найти производную функции
 $f(x) = x^3$



Примеры №4 и №5

стр. 227



Первые формулы!

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$c' = 0$$

$$(kx + b)' = k$$





Самостоятельно:

• Найти производную

а) $f(x) = 6 + 7x$

$$f'(x) = 7$$

б) $f(x) = x + x^2$

$$f'(x) = 1 + 2x$$

в) $f(x) = -2x + 5$

$$f'(x) = -2$$

