

**Тема: Позиционные системы счисления.
14 (повышенный уровень, время – 5 мин)**

Часть 2. Задания типа «Степени»

Что нужно

знать:

$$p^N = \underbrace{10\dots 0}_N p$$

Примеры

$$2^7 = 10000000_2 \quad 6^4 = 10000_6$$

$$p^N - 1 = \underbrace{(p-1)(p-1)\dots(p-1)}_N p \quad 2^{15} - 1 = \underbrace{11\dots 1}_{15} \quad 5^6 - 1 = 444444_5$$

$$p^N - p^K = \underbrace{(p-1)(p-1)\dots(p-1)}_{N-K} \underbrace{0\dots 0}_K p$$

$$2^8 - 2^5 = 11100000_2$$

$$3^{12} - 3^5 = \underbrace{22\dots 2}_7 \underbrace{20\dots 0}_5$$

$$\text{Вывод формулы: } p^N - p^K = p^K \cdot (p^{N-K} - 1) = (p^{N-K} - 1) \cdot p^K$$

Устно...!!!

Дано: $X = 2^{2020} + 2^{2003} + 2^{12} + 2^9$

Сколько цифр в 2-ой записи числа X ?

Сколько единиц в 2-ой записи числа X ?

Сколько нулей в 2-ой записи числа X ?

Устно...!!!

Дано: $X = 7^{119} + 7^{100} + 7^{10} + 7^5 + 7^3 + 7$

Сколько цифр в 7-ой записи числа X ?

Сколько единиц в 7-ой записи числа X ?

Сколько нулей в 7-ой записи числа X ?

$$p^N - p^K = \underbrace{(p-1) \underbrace{}_{N-K}}_{N-K} \underbrace{0 \underbrace{}_K}_{K} 0_p$$

Дано: $X = 2^{2020} + 2^{2003} + 2^{12} - 2^9$

Сколько цифр в 2-ой записи числа X ?

Сколько единиц в 2-ой записи числа X ?

Сколько нулей в 2-ой записи числа X ?

$$p^N - p^K = \underbrace{(p-1) \dots (p-1)}_{N-K} \underbrace{0 \dots 0}_K p$$

Дано: $X = 7^{119} + 7^{100} + 7^{10} - 7^5 + 7^2$

Сколько цифр в 7-ой записи числа X ?

Сколько «6» в 7-ой записи числа X ?

Образцы решения заданий егэ_14 («степени»)

Пример № 1: Сколько единиц в двоичной записи числа

$$2^{2018} + 4^{2016} - 8^{600} + 6 ?$$

Решение

1) // приводим **все** числа к степеням двойки, разложив 6 как $2^2 + 2^1$

$$\begin{aligned} 2^{\boxed{2018}} + 4^{\boxed{2016}} - 8^{600} + 6 &= 2^{2018} + (2^2)^{2016} - (2^3)^{600} + 2^2 + 2^1 = \\ &= 2^{2018} + 2^{4032} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1 = \end{aligned}$$

2) // переставляем слагаемые **в порядке уменьшения степеней ДВОЙКИ**

$$= 2^{4032} + 2^{2018} - 2^{1800} + 2^2 + 2^1 =$$

3) // применяем знакомые формулы....:

$$= \underset{\downarrow}{\mathbf{1}} 2^{4032} + \underset{\downarrow}{\mathbf{218}} 2^{2018} - 2^{1800} + \underset{\downarrow}{\mathbf{1}} 2^2 + \underset{\downarrow}{\mathbf{1}} 2^1 = =$$

221

Вывод равенства:

$$2^N + 2^N = 2 \cdot 2^N = 2^{N+1}$$

$$-2^N - 2^N = -2^{N+1}$$

$$-2^N = -2^{N+1} + 2^N$$

**Только для
степеней двойки
!!! :(**

Примеры:

$$-2^{10} = -2^{11} + 2^{10}$$

$$-2^{468} = -2^{469} + 2^{468}$$



Пример № 3 (Р-21)

Сколько значащих нулей в двоичной записи числа $4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250$

Общая идея: количество значащих нулей равно количеству всех знаков в двоичной записи числа (его длине!) минус количество единиц

Решение

// Учитывая, что $250 = 256 - 4 - 2 = 2^8 - 2^2 - 2^1$, приведём все числа к степеням двойки:

$$4^{512} + 8^{512} - 2^{128} - 250 = (2^2)^{512} + (2^3)^{512} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 =$$
$$= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1 =$$

// старшая степень двойки 2^{1536} , значит двоичная запись этого числа содержит **1537** знаков;

// Используя равенство $2^N = -2^{N+1} + 2^N$, получаем:

$$= 2^{1536} + 2^{1024} - 2^{129} + 2^{128} - 2^8 + 2^2 + 2^1$$

$$1 + 895 + 120 + 1 + 1 = 1018 \text{ «1»}$$

$$1537 - 1018 = 519 \text{ («0»)}$$

«Степени» с другими ОСНОВАНИЯМИ


Пример № 4. (Р-22).

Значение арифметического выражения: $9^8 + 3^5 - 9$

записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

$$9^8 + 3^5 - 9 = 3^{16} + \underbrace{3^5 - 3^2}$$



1(«1») **3 «2»**

Ответ: **3.**

«Степени» с другими основаниями

Пример № 5 (215) Значение арифметического выражения: $36^{11} + 6^{25} - 21$ записали в системе счисления с основанием 6. Сколько цифр «5» в этой записи?

Решение:

$$1) 36^{11} + 6^{25} - 21 = 6^{22} + 6^{25} - 21 = 6^{25} + \underbrace{6^{22} - 21}$$

\downarrow
1«1» **? «5»**

$$2) 21 = 33_6$$

$$6^{22} - 21 = 10 \dots 000_6$$

$$\begin{array}{r}
 _6 \\
 _6 \\
 \hline
 55 \dots 523_6
 \end{array}$$

20 «5»

Ответ: **20**