

Теоремы Менелая и Чебы

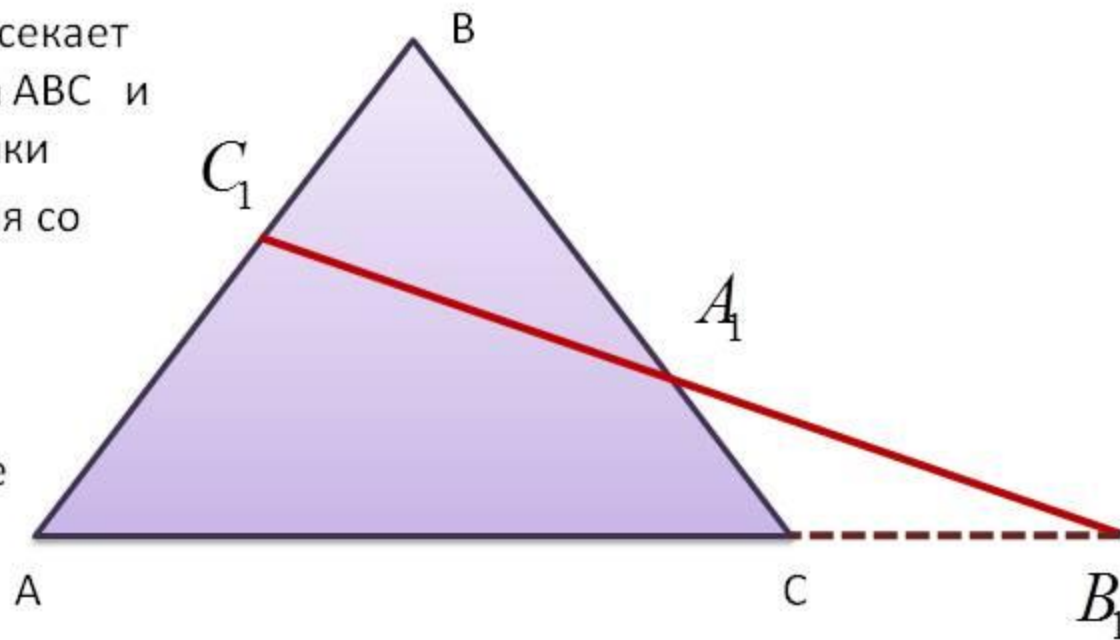
Теорема Менелая (теория).

Теорема:

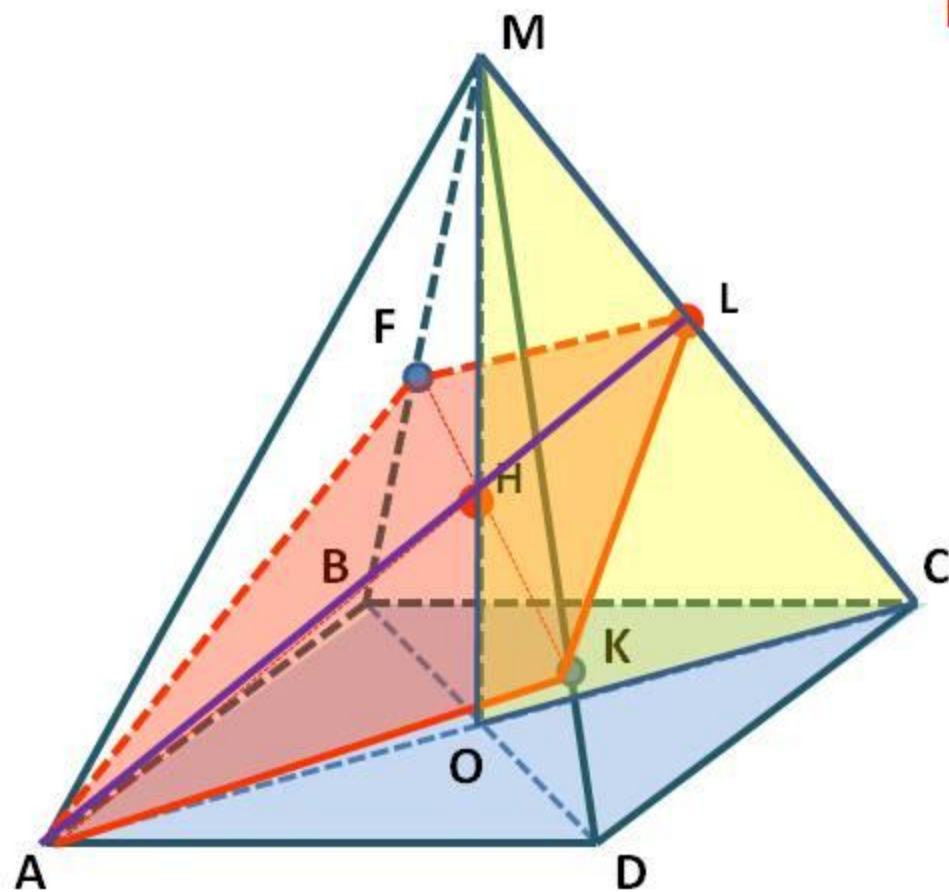
Пусть некоторая прямая пересекает две стороны треугольника ABC и продолжение третьей. Точки A_1, B_1, C_1 это пересечения со сторонами BC, AC, AB или их продолжениями соответственно.

Тогда имеет место следующее равенство:

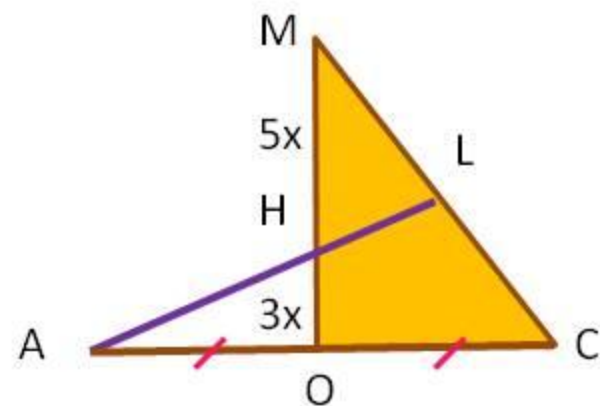
$$\frac{AB_1}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = 1$$



Использование теоремы Менелая в стереометрических задачах.



Нахождение отношения $ML:LC$



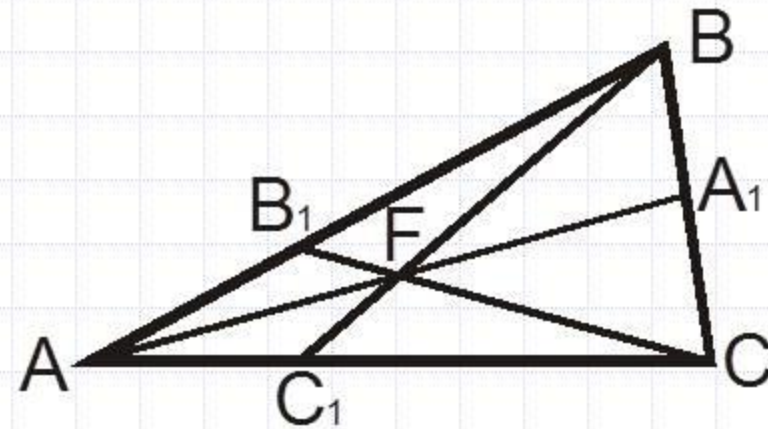
По теореме Менелая для треугольника $МОС$ получаем:

$$\frac{3x}{5x} \cdot \frac{ML}{LC} \cdot \frac{2}{1} = 1 \Rightarrow \frac{ML}{LC} = \frac{5}{6}$$

Теорема Чебы

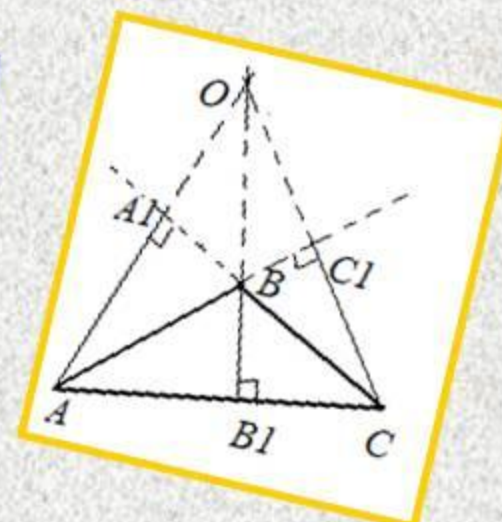
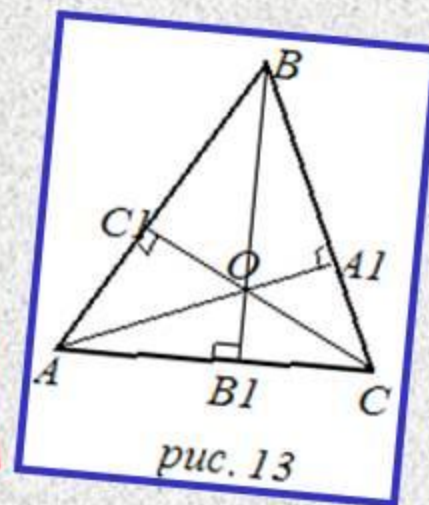
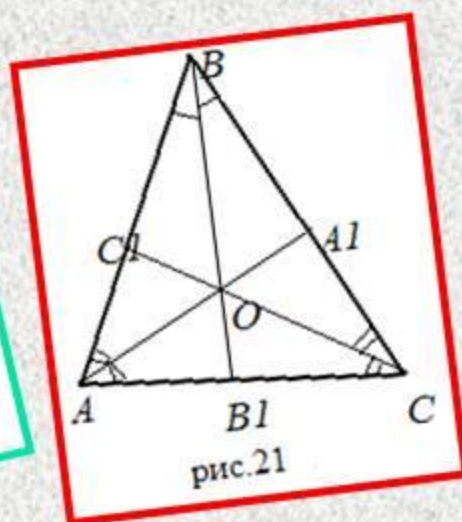
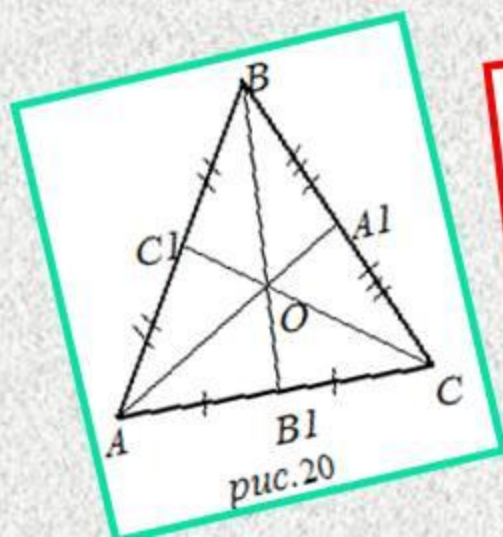
Отрезки AA_1 , BB_1 , CC_1
тогда и только тогда
пересекаются в
одной точке, когда

$$\frac{AB_1}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = 1$$



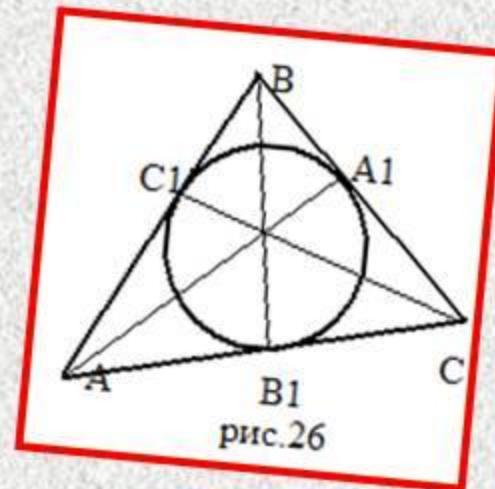
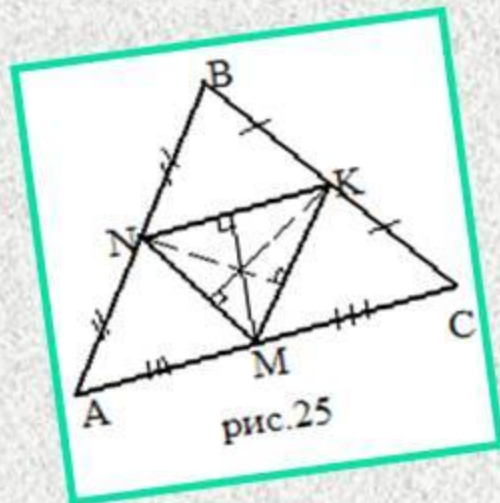
Теорема Чебы и ее следствия.

- **Следствие1.** Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.
- **Следствие 2.** Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
- **Следствие3.** Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке.



Теорема Чебы и ее следствия.

- **Следствие 4.** Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.
- **Следствие 5.** Прямые, соединяющие вершины треугольника с точками, в которых вписанная окружность касается противоположных сторон, пересекаются в одной точке.



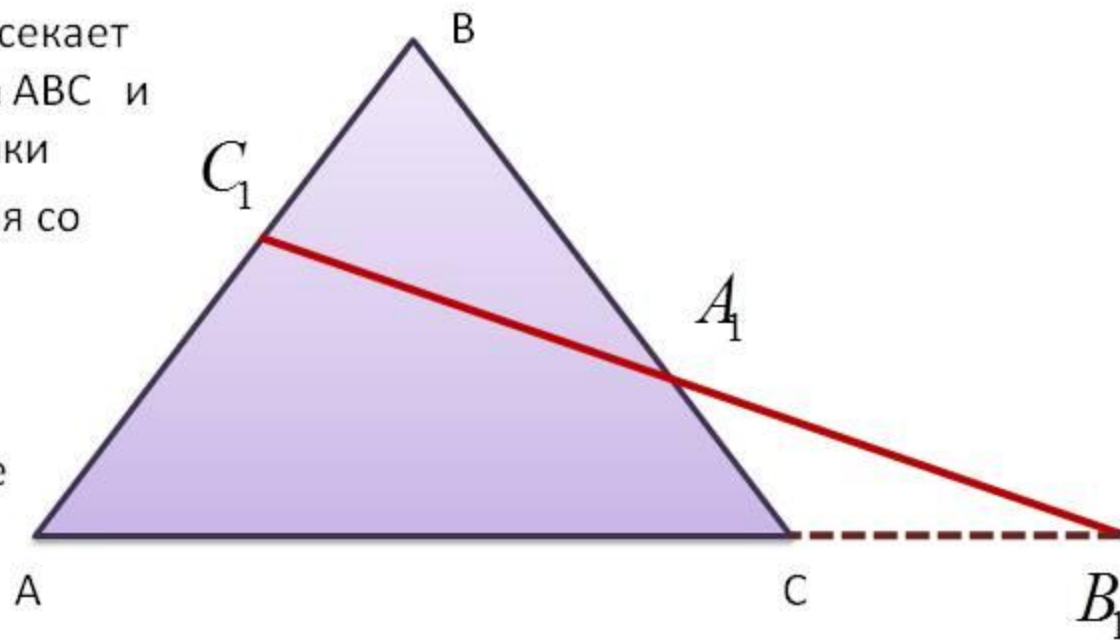
Теорема Менелая (теория).

Теорема:

Пусть некоторая прямая пересекает две стороны треугольника ABC и продолжение третьей. Точки A_1, B_1, C_1 это пересечения со сторонами BC, AC, AB или их продолжениями соответственно.

Тогда имеет место следующее равенство:

$$\frac{AB_1}{B_1C} \cdot \frac{CA_1}{A_1B} \cdot \frac{BC_1}{C_1A} = 1$$

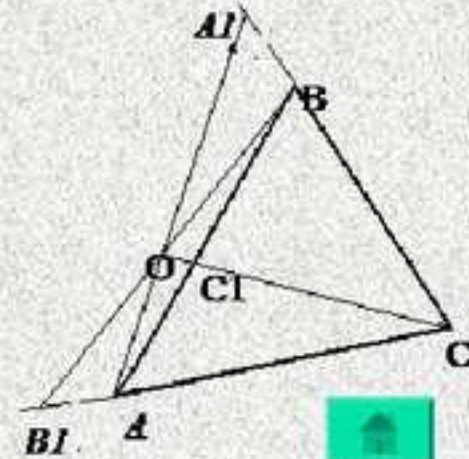
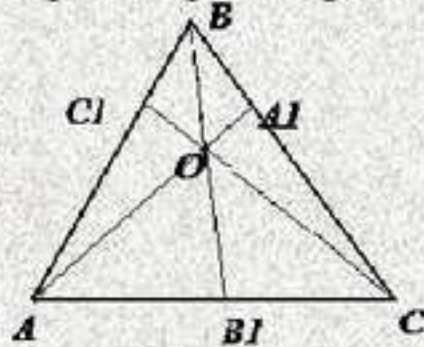
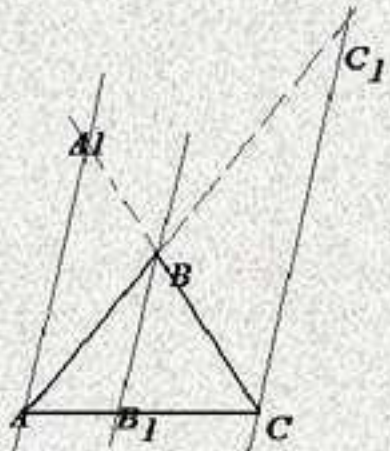




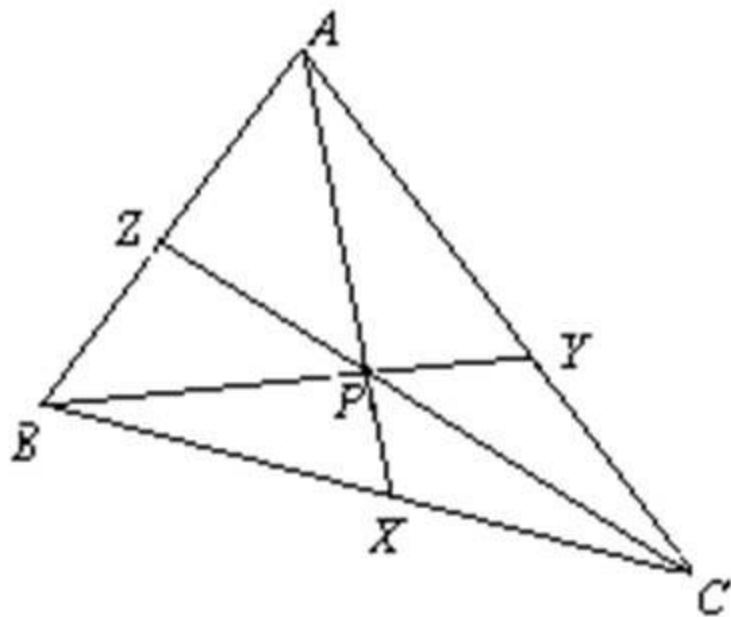
Теорема Чебы

Пусть в $\triangle ABC$ на сторонах BC, AC, AB или их продолжениях взяты соответственно точки A_1, B_1 и C_1 , не совпадающие с вершинами треугольника. Прямые AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке или параллельны тогда и только тогда, когда выполняется равенство

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$$



Теорема Чебы



- Если три чевианы AX, BY, CZ (по одной из каждой вершины) треугольника ABC конкурентны, то

$$\frac{|BX|}{|XC|} \cdot \frac{|CY|}{|YA|} \cdot \frac{|AZ|}{|ZB|} = 1$$

