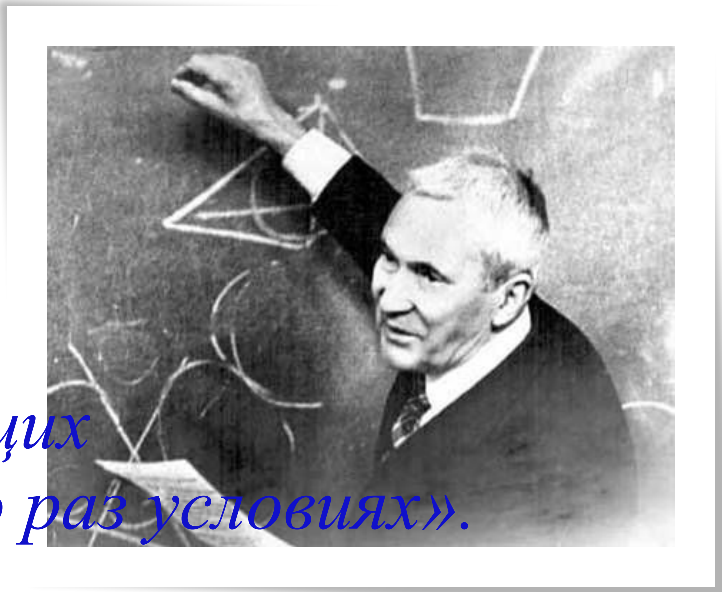
Случайные события и вероятность

Определение вероятности

В толковом словаре С.И. Ожегова и Н.Ю. Шведовой:

«Вероятность – возможность исполнения, осуществимости чего-нибудь».

Основатель современной теории вероятностей А.Н. Колмогоров:



«Вероятность математическая – это числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях».

Определение вероятности

КЛАССИЧЕСКОЕ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ

Классическое определение вероятности

- Вероятностью P наступления случайного события A называется отношение $\frac{m}{n}$, где n – число всех возможных исходов эксперимента, а m – число всех благоприятных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пьер-Симóн Лаплáс

(23.3.1749, Бомон-ан-Ож, Нормандия, — 5.3.1827, Париж)

Классическое определение вероятности было впервые дано в работах французского математика Лапласа.

Задача

- На 100 электрических лампочек в среднем приходится 25 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Опыт имеет 100 равновозможных исходов, т.е. $n = 100$.

Число благоприятных исходов $m = 100 - 25 = 75$.

Вероятность того, что лампочка будет исправной

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Жан Лерон Даламбер (1717 -1783)

- Великий французский философ и математик вошел в историю теории вероятностей со своей знаменитой ошибкой, суть которой в том, что он неверно определил равновозможность исходов в опыте всего с двумя монетами!
- В одной из статей, написанных для знаменитой Французской энциклопедии, Даламбер приводит такое рассуждение: ***"Бросают две одинаковые монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла? У этого опыта три равновозможных исхода: выпадут два орла, выпадет орел и решка, выпадут две решки. Значит, искомая вероятность будет 1/3"***

Подбрасываем две одинаковые монеты. Какова вероятность того, что они упадут на одну и ту же сторону?

Решение Даламбера:

Опыт имеет __три__ равновозможных исхода:

1) обе монеты упадут на «орла»;
2) обе монеты упадут на «решку»;
3) одна из монет упадет на «орла», другая на «решку».

Из них благоприятными будут __два исхода__.

$$n = 3, m = 2, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{3}$$

Правильное решение:

Опыт имеет __четыре__ равновозможных исхода:

1) обе монеты упадут на «орла»;
2) обе монеты упадут на «решку»;
3) первая монета упадет на «орла», вторая на «решку»;
4) первая монета упадет на «решку», вторая на «орла».

Из них благоприятными будут __два исхода__.

$$n = 4, m = 2, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

«Выбор перчаток»

В коробке лежат 3 пары одинаковых перчаток. Из нее, не глядя, вынимаются две перчатки. Перечислите все равновозможные исходы.

Какой вариант решения правильный:

1вариант:

3 исхода:

1) «обе перчатки на левую руку»,
2) «обе перчатки на правую руку»,
3) «перчатки на разные руки».

2 вариант:

4 исхода:

1) «обе перчатки на левую руку»,
2) «обе перчатки на правую руку»,
3) «первая перчатка на левую руку, вторая на правую»,
4) «первая перчатка на правую руку, вторая на левую».

Правило: природа различает все предметы, даже если внешне они для нас неотличимы.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ-НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А P(A)=m/n
Бросаем монетку	2	Выпал «орел»	1	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменацион-ный билет	24	Вытянули билет №5	1	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	6	На кубике выпало четное число	3	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Задача №1.

Чтобы определить, как часто встречаются в лесопарке деревья разных пород, ребята провели следующие эксперименты. Каждый выбрал свою тропинку и по пути следования записывал породу каждого десятого дерева.

Результаты были занесены в таблицу:

Породы	**Сосна**	**Дуб**	**Береза**	**Ель**	**Осина**	**Всего**
Число деревьев	**315**	**217**	**123**	**67**	**35**	**757**

Оцените вероятность того, что выбранное наугад в этом парке дерево будет:

а) сосной;
б) хвойным;
в) лиственным.

Указание. Ответ запишите в виде десятичной дроби с тремя знаками после запятой.

Решение:

а) A={выбранное наугад в парке дерево - сосна}

$$n = 757, m = 315, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{315}{757} \approx 0{,}416$$

б) B ={выбранное наугад в парке дерево - хвойное}

$$n = 757, m = 315 + 67 = 382, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{382}{757} \approx 0{,}505$$

в) C={выбранное наугад в парке дерево - лиственное}

$$n = 757, m = 217 + 123 + 35 = 375, P(A) = \frac{m}{n} = \frac{375}{757} \approx 0{,}495$$

Самостоятельная работа

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1. На столе 12 кусков пирога. В трех «счастливых» из них запечены призы. Какова вероятность взять «счастливый» кусок пирога?	**1. В коробке 24 карандаша, из них 3 красного цвета. Из коробки наугад вынимается карандаш. Какова вероятность того, что он красный?**	**1. В лотерее 100 билетов, из них 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша?**	**1.В вазе 7 цветков, из них 3 розы. Из букета наугад вынимается цветок. Какова вероятность того, что это роза?**
2. В урне 15 белых и 25 черных шаров. Из урны наугад выбирается один шар. Какова вероятность того, что он будет белым?	**2. Из чисел от 1 до 25 наудачу выбрано число. Какова вероятность того, что оно окажется кратным 5?**	**2. В корзине лежат 5 яблок и 3 груши. Из корзины наугад вынимается один фрукт. Какова вероятность того, что это яблоко?**	**2. В корзине 10 яблок, из них 4 червивых. Какова вероятность того, что любое взятое наугад яблоко окажется <u>не</u> червивым?**