Раздел программы «Тригонометрические функции».

Тема урока

«Формулы двойного угла »

«Величие человека –в его способности мыслить»
Блез Паскаль.

Цели урока :

- Образовательные : формирование предметных компетенций(вывод формул двойного угла)на основе ранее изученных компетенций: формул сложения тригонометрических функций.
- Развивающие :развивать практические навыки применения формул двойного угла при решении примеров.
- Воспитательные :Воспитывать коммуникативные компетенции через применение на уроке различных форм взаимодействия :индивидуальной , групповой , коллективной.

Исходя из целей урока , предлагается следующий порядок работы на уроке:

- Математический диктант- проверка домашнего задания.
- Повторение понятий – формулы сложения и основные тригонометрические тождества.
- Вывод формул двойного угла.
- Рассмотрение примеров на применение полученных знаний.
- Проверка начальных умений и навыков.
- Итог урока.

Формулы сложения.

$$\sin(\alpha+\beta)= \sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)= \cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$tg(\alpha+\beta)= \frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$$

Можно ли применить записанные формулы для решения следующих примеров ?

$$\sin(\alpha+\alpha)=$$

$$\cos(\alpha+\alpha)=$$

$$tg(\alpha+\alpha)=$$

$$\beta=\alpha$$

$$\sin(\alpha+\alpha)=\sin\alpha\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha+\alpha)=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$$tg(\alpha+\alpha)=\frac{tg\alpha+tg\alpha}{1-tg\alpha\cdot tg\alpha}=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

Полученные формулы, формулы двойного угла.

$$\alpha + \alpha = 2a$$

$$\sin 2a = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2a = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$tg\,2a = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

Задание1.

Найти значение sin2a , зная что cos a=-0,8
и a -угол 3 четверти.

Алгоритм решения:

1. Записать основное тригонометрическое тождество.
2. Выразить нужную функцию.
3. Определить какая четверть и знак функции в этой четверти.
4. Извлечь корень
5. все величины подставить в формулу.

Решение:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = 1-(-0{,}8)^2 = 1-0{,}64 = 0{,}36$$

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{0{,}36} = \pm 0{,}6$$

$$a \in 3четверти, знак\ "-"$$

$$\sin\alpha = -0{,}6$$

$$\sin 2a = 2\cdot(-0{,}6)\cdot(-0{,}8) = 0{,}96$$

Задание 2.
Вычисли , используя формулу двойного угла:

$$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}.$$

$$\textit{Решение}: 2\sin a\cos a = \sin 2a$$

$$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} = \sin 2\cdot\frac{\pi}{8} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Задание 3.
Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 100^0}{\cos 50^0}.$$

Решение:

$$\frac{\sin 100^0}{\cos 50^0} = \frac{\sin 2\cdot 50^0}{\cos 50^0} = \frac{2\sin 50^0 \cos 50^0}{\cos 50^0} = 2\sin 50^0.$$

Задание 4.
Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a}.$$

Решение:

Применим $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \sin 3a \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (2 \sin 3a \cos 3a)}{\cos 6a} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 6a}{\cos 6a} = \frac{1}{2} tg 6a.$$

Задание 5.
Упрости, используя формулу двойного угла:

$$\cos^2\alpha - \cos 2\alpha.$$

Решение:

$$\cos^2\alpha - \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \left(\cos^2 a - \sin^2 a\right) =$$

$$= \cos^2\alpha - \cos^2 a + \sin^2 a = \sin^2 a.$$

Упрости:

1. $2\sin 75^0 \cos 75^0$

2. $\cos^2 75^0 - \sin^2 75^0$

3. $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$

4. $\sin 15^0 \cos 15^0$

5. $\left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8}\right)^2$

Работа в группах.(1 уровень)

1 вариант.

а) $\dfrac{\sin 2a}{\sin a}$

б) $\cos 2\alpha + \sin^2 a$

в) $\dfrac{2\cos^2 30^0}{\sin 60^0}$

2 вариант.

а) $\dfrac{2\cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$

б) $\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha$

в) $\dfrac{\sin 60^0}{\sin 30^0}$

Работа в группах.(1 уровень)

1 вариант.

а) $\frac{\sin 2a}{\sin a} = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin a} = 2\cos\alpha$

б) $\cos 2\alpha + \sin^2 a = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha +$
$+\sin^2\alpha = \cos^2\alpha$

в) $\frac{2\cos^2 30^0}{\sin 60^0} = \frac{2\cos^2 30^0}{\sin 2\cdot 30^0} = \frac{2\cos^2 30^0}{2\sin 30^0\cos 30^0} =$
$= \frac{\cos 30^0}{\sin 30^0} = ctg 30^0 = \sqrt{3}.$

2 вариант.

а) $\frac{2\cos^2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = ctg\alpha$

б) $\sin^2\alpha + \cos 2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2 a -$
$-\sin^2\alpha = \cos^2\alpha$

в) $\frac{\sin 60^0}{\sin 30^0} = \frac{\sin 2\cdot 30^0}{\sin 30^0} = \frac{2\sin 30^0\cos 30^0}{\sin 30^0} =$
$= 2\cos 30^0 = 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Работа в группах.(2 уровень)

1 вариант.

2 вариант.

Докажите формулу ,используя основное тригонометрическое тождество:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

1 вариант.

Используем основное тригонометрическое тождество.
Сделаем замену $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha.$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

2 вариант.

Используем основное тригонометрическое тождество.
Сделаем замену $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2 a.$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha - \left(1 - \cos^2\alpha\right) = \cos^2\alpha - 1 +$$

$$+\cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

Домашнее задание:

1. Вучить формулы двойного угла.
2. Упрости :

$$а)\left(\sin\frac{\pi}{12}-\cos\frac{\pi}{12}\right)^2$$

$$б)1-2cos^2\frac{\pi}{12}.$$