

Раздел программы
«Тригонометрические
функции».

Тема урока
«Формулы двойного угла»



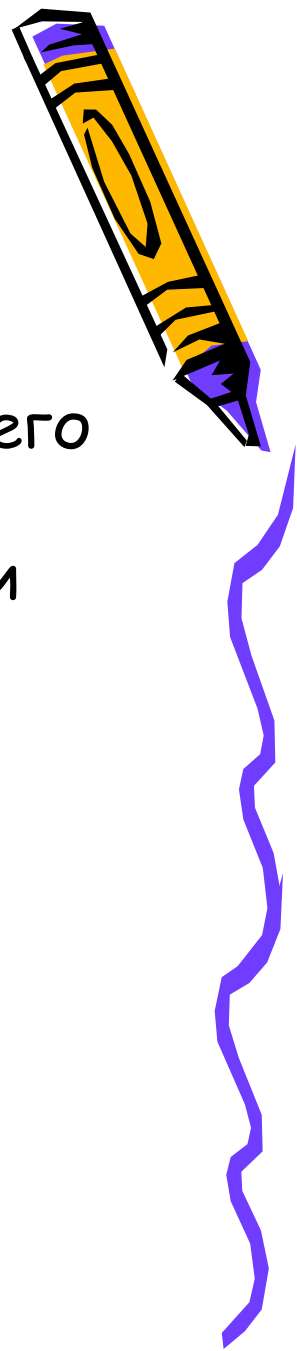
«Величие человека - в его способности мыслить»
Блез Паскаль.

Цели урока :

- **Образовательные** : формирование предметных компетенций (вывод формул двойного угла) на основе ранее изученных компетенций: формул сложения тригонометрических функций.
- **Развивающие** : развивать практические навыки применения формул двойного угла при решении примеров.
- **Воспитательные** : Воспитывать коммуникативные компетенции через применение на уроке различных форм взаимодействия : индивидуальной , групповой , коллективной.



Исходя из целей урока , предлагается следующий порядок работы на уроке:



- Математический диктант- проверка домашнего задания.
- Повторение понятий - формулы сложения и основные тригонометрические тождества.
- Вывод формул двойного угла.
- Рассмотрение примеров на применение полученных знаний.
- Проверка начальных умений и навыков.
- Итог урока.



Формулы сложения.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$



Можно ли применить записанные формулы для решения следующих примеров ?

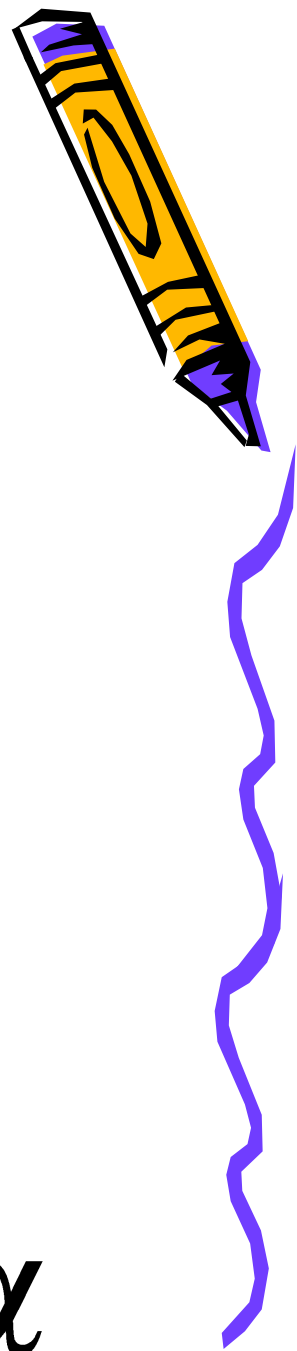
$$\sin(\alpha + \alpha) =$$

$$\cos(\alpha + \alpha) =$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \alpha) =$$



$$\beta = \alpha$$





$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \alpha) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$



Полученные формулы, формулы двойного угла.

$$\alpha + \alpha = 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$



Задание 1.

Найти значение $\sin 2a$, зная что $\cos a = -0,8$ и a - угол 3 четверти.

Алгоритм решения:

1. Записать основное тригонометрическое тождество.
2. Выразить нужную функцию.
3. Определить какая четверть и знак функции в этой четверти.
4. Извлечь корень
5. все величины подставить в формулу.



Решение:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - (-0,8)^2 = 1 - 0,64 = 0,36$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{0,36} = \pm 0,6$$

$\alpha \in 3$ четверти, знак "-"

$$\sin \alpha = -0,6$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot (-0,6) \cdot (-0,8) = 0,96$$



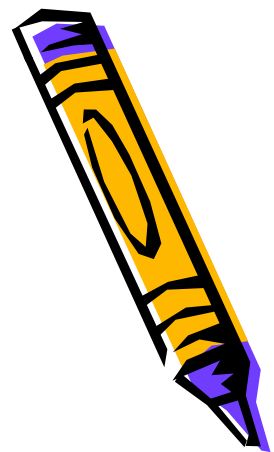
Задание 2.

Вычисли, используя формулу двойного угла:

$$2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}.$$

Решение: $2 \sin a \cos a = \sin 2a$

$$2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \sin 2 \cdot \frac{\pi}{8} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Задание 3.

Упрости, используя формулу
двойного угла:

$$\frac{\sin 100^{\circ}}{\cos 50^{\circ}}.$$

Решение:

$$\frac{\sin 100^{\circ}}{\cos 50^{\circ}} = \frac{\sin 2 \cdot 50^{\circ}}{\cos 50^{\circ}} = \frac{2 \sin 50^{\circ} \cos 50^{\circ}}{\cos 50^{\circ}} = 2 \sin 50^{\circ}.$$



Задание 4.

Упрости, используя формулу
двойного угла:

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a}.$$

Решение:

Применим $\frac{1}{2} \cdot 2 = 1$.

$$\frac{\sin 3a \cdot \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \sin 3a \cos 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (2 \sin 3a \cos 3a)}{\cos 6a} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 3a}{\cos 6a} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sin 6a}{\cos 6a} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 6a.$$



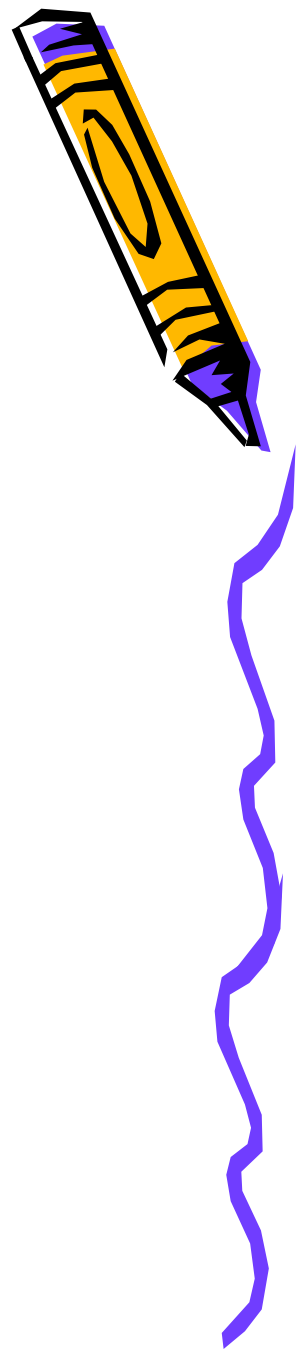
Задание 5.

Упрости, используя формулу
двойного угла:

$$\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha.$$

Решение:

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - (\cos^2 a - \sin^2 a) = \\ &= \cos^2 \alpha - \cos^2 a + \sin^2 a = \sin^2 a. \end{aligned}$$



Упрости:

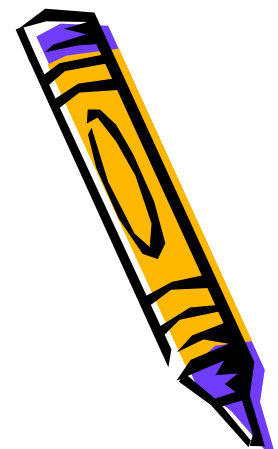
$$1. 2 \sin 75^{\circ} \cos 75^{\circ}$$

$$2. \cos^2 75^{\circ} - \sin^2 75^{\circ}$$

$$3. \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$$

$$4. \sin 15^{\circ} \cos 15^{\circ}$$

$$5. \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right)^2$$



Работа в группах.(1 уровень)



1 вариант.

а) $\frac{\sin 2a}{\sin a}$

б) $\cos 2\alpha + \sin^2 a$

в) $\frac{2 \cos^2 30^0}{\sin 60^0}$

2 вариант.

а) $\frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$

б) $\sin^2 \alpha + \cos 2\alpha$

в) $\frac{\sin 60^0}{\sin 30^0}$



Работа в группах.(1 уровень)



1 вариант.

$$а) \frac{\sin 2a}{\sin a} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \cos \alpha$$

$$б) \cos 2\alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$в) \frac{2 \cos^2 30^0}{\sin 60^0} = \frac{2 \cos^2 30^0}{\sin 2 \cdot 30^0} = \frac{2 \cos^2 30^0}{2 \sin 30^0 \cos 30^0} = \frac{\cos 30^0}{\sin 30^0} = \operatorname{ctg} 30^0 = \sqrt{3}.$$

2 вариант.

$$а) \frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$$

$$б) \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$$

$$в) \frac{\sin 60^0}{\sin 30^0} = \frac{\sin 2 \cdot 30^0}{\sin 30^0} = \frac{2 \sin 30^0 \cos 30^0}{\sin 30^0} = 2 \cos 30^0 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$



Работа в группах.(2 уровень)

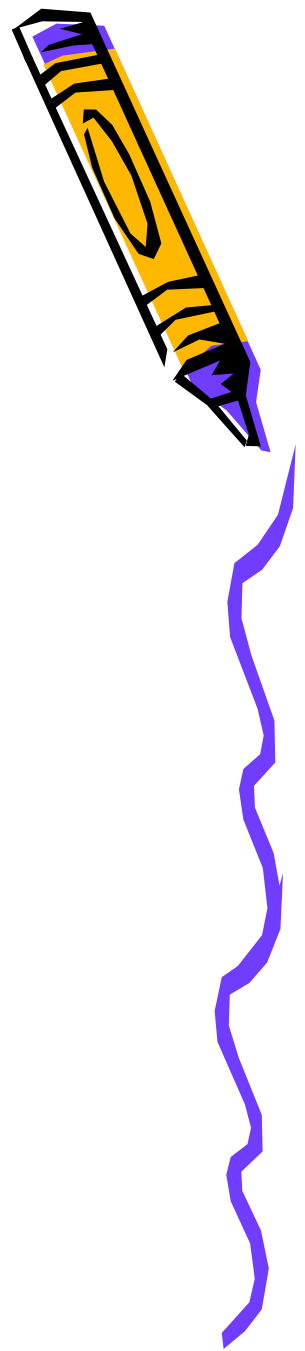
1 вариант.

2 вариант.

Докажите формулу ,используя основное тригонометрическое тождество:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$





1 вариант.

Используем основное тригонометрическое тождество.

Сделаем замену $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$.

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

2 вариант.

Используем основное тригонометрическое тождество.

Сделаем замену $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$.

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 1 + \\ &+ \cos^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \end{aligned}$$



Домашнее задание:

1. Вучить формулы двойного угла.
2. Упрости :

$$a) \left(\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} \right)^2$$

$$б) 1 - 2\cos^2 \frac{\pi}{12}.$$

